Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Институт заочно-вечернего обучения

Контрольная работа
По Теоретической механике

Выполнила
Студентка, ГГз-19-1,
№ зачетной книжки 19151088
Ланцева Е.Р.
Приняла:
к.п.н. доцент Барсукова Н.К.

Иркутск – 2021 г.

Задание на РГР №1 СТАТИКА

$P = 20$ кН

$M = 80$ кН·м

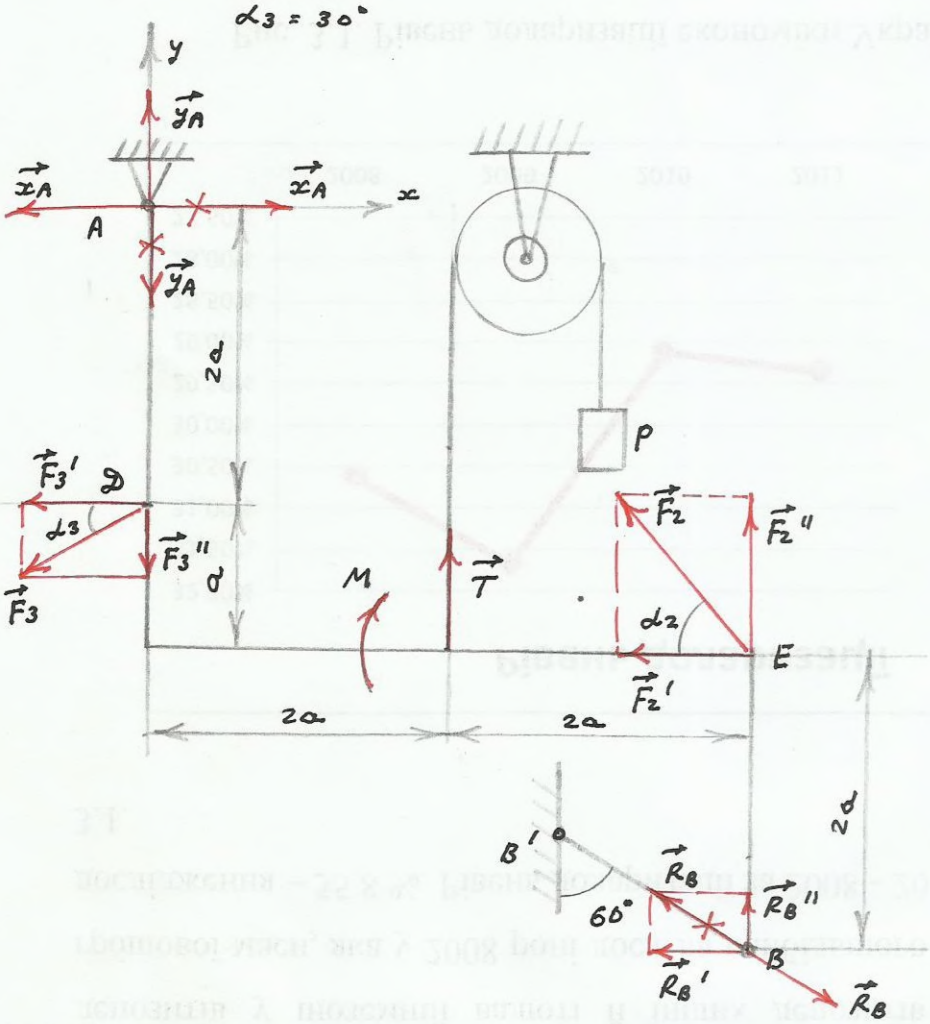
$a = 0{,}4$ м

$F_2 = 20$ кН

$F_3 = 30$ кН

$\alpha_2 = 50°$

$\alpha_3 = 30°$



Рассмотрим равновесие рамы. Проведем координатные оси xy.

$\vec{x}_A$, $\vec{y}_A$ – составляющие реакции неподвижной шарнирной опоры A,

$\vec{R}_B$ – реакция невесомого стержня.

Натяжение троса по модулю $T = P = 20$ кН

Силы $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ и $\vec{R}_B$ разложим на составляющие, модули которых равны:

$F_2' = F_2 \cos 50°$, $F_2'' = F_2 \cdot \sin 50°$,

$F_3' = F_3 \cos 30°$, $F_3'' = F_3 \cdot \sin 30°$,

$R_B' = R_B \cdot \sin 60°$, $R_B'' = R_B \cdot \cos 60°$,

Для плоской системы сил составим уравнения равновесия:

$\Sigma F_{kx} = 0$; $x_A - F_3' - F_2' - R_B' = 0$, (1)

$\Sigma F_{ky} = 0$; $-y_A - F_3'' + T + F_2'' + R_B'' = 0$, (2)

$\Sigma m_A(\vec{F}_k) = 0$: $R_B'' \cdot 4a - R_B' \cdot 5a + F_2'' \cdot 4a - F_2' \cdot 3a + T \cdot 2a - M - F_3' \cdot 2a = 0$, (3)

из (3) $5R_B' - 4R_B'' = 4F_2'' - 3F_2' + 2T - \frac{M}{a} - 2F_3'$

$R_B(5\sin 60° - 4\cos 60°) = 20 \cdot (4\sin 50° - 3\cos 50°) + 2 \cdot 20 - \frac{-80}{0,4} - 2 \cdot 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$;

$2,330127 R_B = 20 \cdot (3,064178 - 1,928363) + 40 - 200 - 51,96152$

$R_B = -81,2167$ кН

из (1) $x_A = F_3' + F_2' + R_B' = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \cdot 0,6427876 - 81,2167 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= 25,9808 + 12,8558 - 70,3357 = -31,4991$ кН,

из (2) $y_A = T + F_2'' + R_B'' - F_3'' = 20 + 20 \cdot 0,766 -$

$- 81,2167 \cdot \frac{1}{2} - 30 \cdot \frac{1}{2} = 20 + 15,3209 - 40,6083 - 15 =$

$= -20,2874$ кН

Проверка:

$\Sigma m_B(\vec{F}_k) = 0$:

$-y_A \cdot 4a + x_A \cdot 5a + F_3' \cdot 3a + F_3'' \cdot 4a - M - T \cdot 2a + F_2' \cdot 2a = 0$;

$-20,2874 \cdot 1,6 + 31,4991 \cdot 2 + 30 \cdot 0,866025 \cdot 1,2 + 30 \cdot 0,5 \cdot 1,6 - 80 - 20 \cdot 0,8 + 20 \cdot 0,642788 \cdot 0,8 = 0$;

$-32,4598 + 62,9982 + 31,1769 + 24 - 80 - 16 + 10,2846 = 0$;

$128,4597 - 128,4598 = 0$;

$-0,0001 \approx 0$.

Задание на РГР №2. КИНЕМАТИКА

$\omega_1 = 2\ с^{-1}$ $\quad l_1 = 0,6\ м$

$\varepsilon_1 = 4 с^{-1}$ $\quad l_2 = 1,4\ м$

$\alpha = 0°$ $\quad l_3 = 1,6\ м$

$\beta = 60°$

$\gamma = 30°$

$\varphi = 0°$

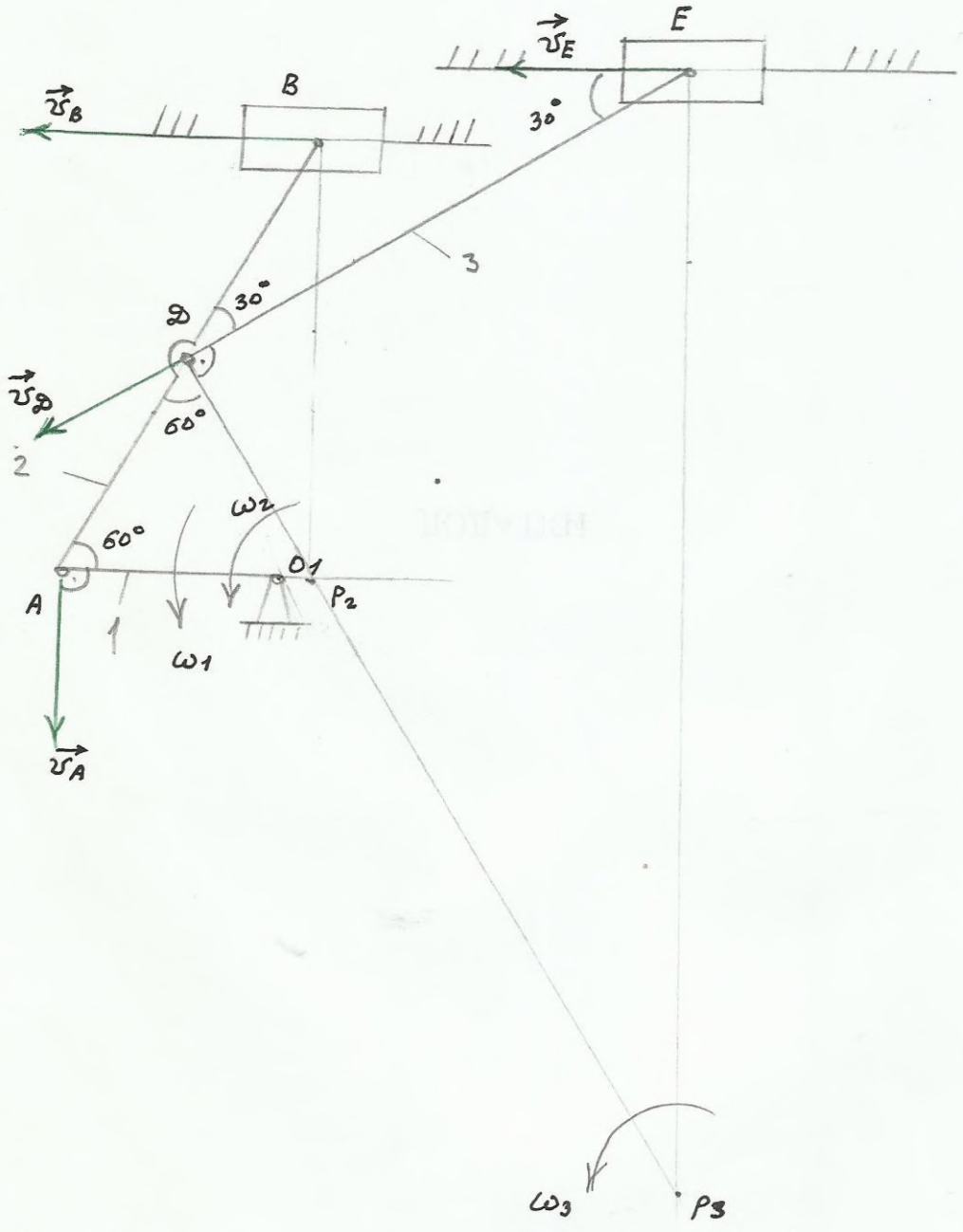
$\theta = 150°$

$v_A, v_D, v_E - ?$,

$\omega_3 - ?$,

$a_A, a_B - ?$,

$\varepsilon_2 - ?$



Звено 1 вращается вокруг неподвижной оси, звенья 2 и 3 совершают плоское движение, ползуны B и E движутся поступательно.

Строим положение механизма в соответствии с заданными углами

Скорость точки A

$v_A = \omega_1 \cdot l_1 = 2 \cdot 0{,}6 = 1{,}2$ м/с, $\vec{v}_A \perp O_1A$

Построим МЦС звена 2. Траекторией точки B является прямая, параллельная O_1A.

Из точек A и B восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$. Точка их пересечения P_2 – МЦС звена 2.

Угловая скорость звена 2

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AP_2} = \frac{v_B}{BP_2} = \frac{v_D}{DP_2}$$

$\triangle ABP_2$: $\angle BAP_2 = 60°$, $\angle ABP_2 = 90°$,

$AD = DP_2 = BD = \frac{1}{2} AB = 0{,}7$ м

$BP_2 = AB \cdot \sin 60° = 1{,}4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}7\sqrt{3}$ м.

$AP_2 = AB \cdot \cos 60° = 1{,}4 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}7$ м

Из пропорции

$$v_B = \frac{v_A \cdot BP_2}{AP_2} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}7\sqrt{3}}{0{,}7} = 1{,}2\sqrt{3} = 2{,}078 \text{ м/с},$$

$$v_D = \frac{v_A \cdot DP_2}{AP_2} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}7}{0{,}7} = 1{,}2 \text{ м/с},$$

$\vec{v}_D \perp DP_2$

$$\omega_2 = \frac{v_A}{AP_2} = \frac{1{,}2}{0{,}7} = \frac{12}{7} = 1{,}714 \text{ с}^{-1}$$

Определим положение МЦС звена 3.

Из точек D и E восстановим перпендикуляры к скоростям $\vec{v}_D$ и $\vec{v}_E$. Точкой их пересечения является точка P_3 – МЦС звена 3.

Угловая скорость звена 3

$$\omega_3 = \frac{v_D}{DP_3} = \frac{v_E}{EP_3}$$

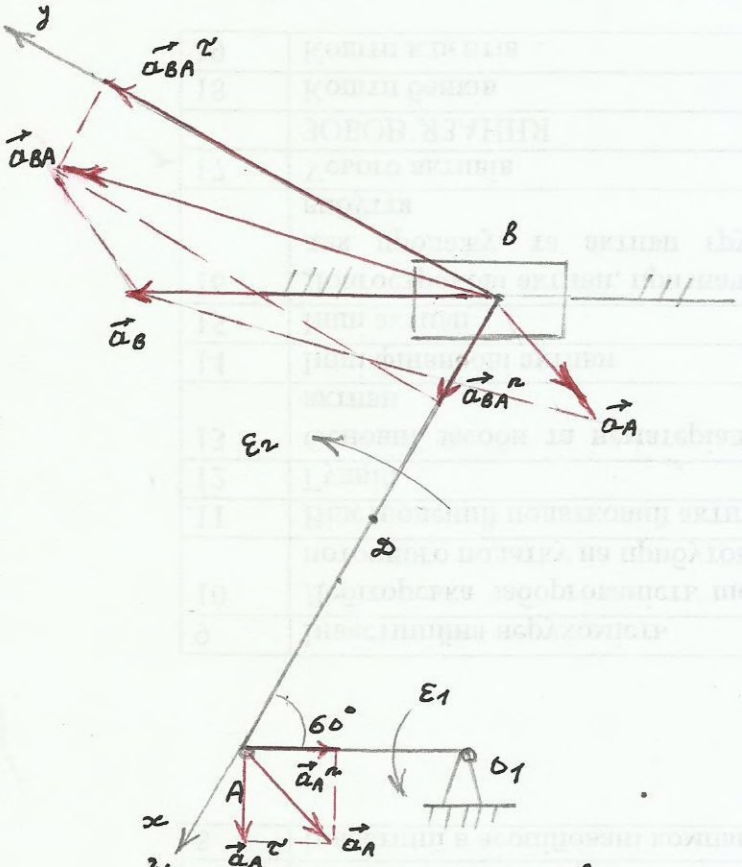
$\triangle EDP_3$, $\angle DEP_3 = 90° - 30° = 60°$,

$$EP_3 = \frac{DE}{\cos 60°} = \frac{1{,}6}{\frac{1}{2}} = 3{,}2 \text{ м}$$

$$\mathcal{D}P_3 = \mathcal{D}E \cdot tg\,60^\circ = 1{,}6\sqrt{3}\ м$$

$$v_E = \frac{v_{\mathcal{D}} \cdot EP_3}{\mathcal{D}P_3} = \frac{1{,}2 \cdot 3{,}2}{1{,}6\sqrt{3}} = 2 \cdot 0{,}4\sqrt{3} = 0{,}8\sqrt{3} = 1{,}386\ м/с$$

$$\omega_3 = \frac{v_{\mathcal{D}}}{\mathcal{D}P_3} = \frac{1{,}2}{1{,}6\sqrt{3}} = \frac{3}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = 0{,}433\ с^{-1}$$



Ускорение точки A

$$\vec{a}_A = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau}$$

Нормальное ускорение точки A

$$a_A^{\,n} = \omega_1^2 \cdot l_1 = 2^2 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\ м/с^2$$

Касательное ускорение точки A

$$a_A^{\,\tau} = \varepsilon_1 \cdot l_1 = 4 \cdot 0{,}6 = 2{,}4\ м/с^2$$

Полное ускорение точки A

$$a_A = \sqrt{|a_A^{\,n}|^2 + |a_A^{\,\tau}|^2} = 2{,}4\sqrt{2} = 3{,}394\ м/с^2$$

Ускорение точки B

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^{\,n} + \vec{a}_A^{\,\tau} + \vec{a}_{BA}^{\,n} + \vec{a}_{BA}^{\,\tau}$$

Нормальное ускорение точки B во вращении звена 2 вокруг полюса A

$$a_{BA}^{\,n} = \omega_2^2 \cdot l_2 = \frac{144}{49} \cdot 1{,}4 = 4{,}114\ м/с^2$$

Проектируем векторное уравнение на оси x и y:

$$\begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \Big| \begin{matrix} a_B \cdot \cos 60^\circ = -a_A^n \cdot \cos 60^\circ + a_A^\tau \cdot \sin 60^\circ + a_{BA}^n \\ a_B \cdot \sin 60^\circ = -a_A^n \cdot \sin 60^\circ - a_A^\tau \cdot \cos 60^\circ + a_{BA}^\tau \end{matrix}$$

Ускорение точки B

$$a_B = -a_A^n + a_A^\tau \cdot \operatorname{tg} 60^\circ + \frac{a_{BA}^n}{\cos 60^\circ} = -2{,}4 + 2{,}4\sqrt{3} + \frac{144}{35 \cdot \frac{1}{2}} =$$

$$= 2{,}4\left(\sqrt{3} - 1\right) + \frac{288}{35} = 1{,}757 + 8{,}229 = 9{,}986 \text{ м/с}^2$$

Касательное ускорение точки B во вращении звена 2 вокруг полюса A

$$a_{BA}^\tau = a_B \cdot \sin 60^\circ + a_A^n \cdot \sin 60^\circ + a_A^\tau \cdot \cos 60^\circ =$$

$$= 9{,}986 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2{,}4\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) = 8{,}648 + 3{,}278 = 11{,}926 \text{ м/с}^2$$

Угловое ускорение звена 2

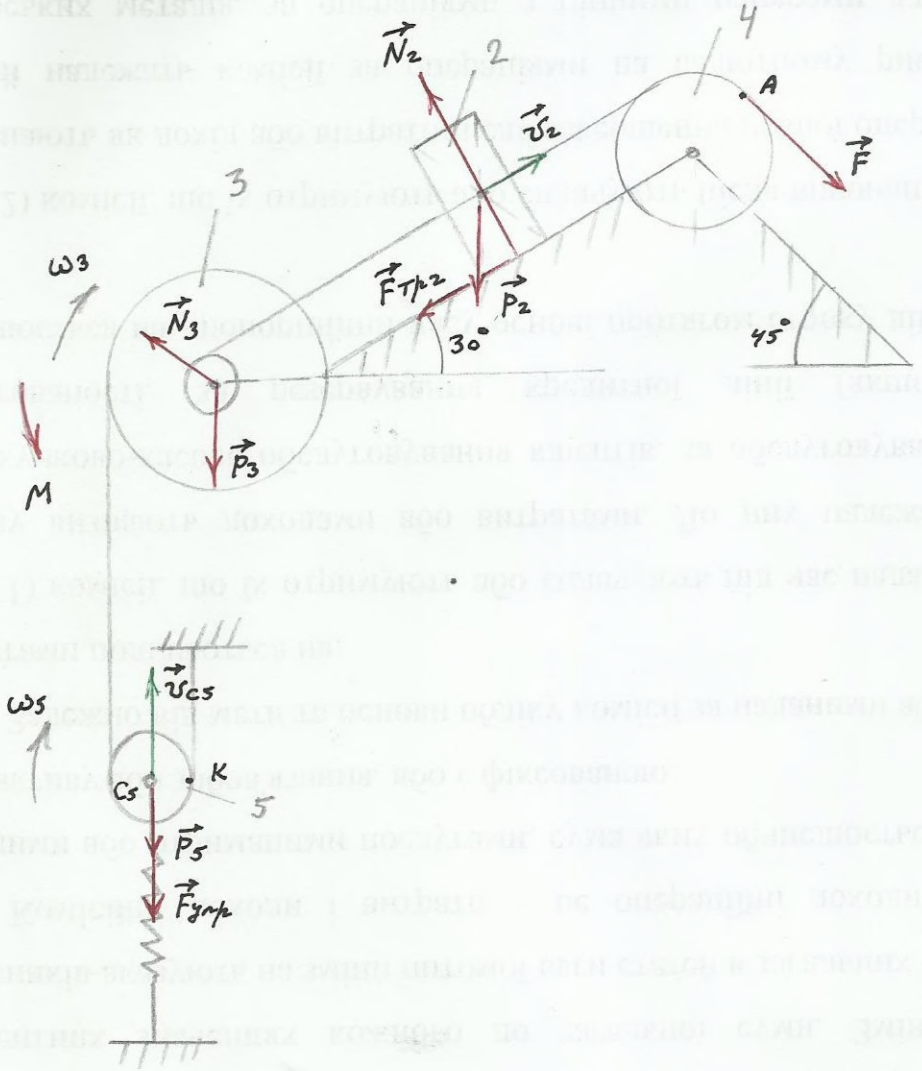
$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_2} = \frac{11{,}926}{1{,}4} = 8{,}5186 \text{ с}^{-2}$$

Задание на РГР №1 ДИНАМИКА

$m_1 = 0$
$m_2 = 6$ кг
$m_3 = 5$ кг
$m_4 = 0$
$m_5 = 4$ кг
$S = 0{,}2$ м
$C = 280$ Н/м

$M = 1{,}6$ Н·м
$F = 60\,(6+7S)$, Н
$f = 0{,}1$
$R_3 = 0{,}3$ м
$r_3 = 0{,}1$ м
$\rho_3 = 0{,}2$ м

v_2 - ?



Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей из тел 2, 3, 5 и невесомого блока 4.

Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы

$$T - T_0 = \Sigma A_k^{(e)}$$

В начальный момент система находилась в покое и $T_0 = 0$.

$T = T_2 + T_3 + T_5$

Тело 2 движется поступательно, тело 3 вращается вокруг неподвижной оси, тело 5 совершает плоское движение.

$\omega_3 = \frac{v_2}{r_3}$,

$\omega_5 = \frac{\omega_3 \cdot R_3}{2R_5} = \frac{v_2 \cdot \frac{R_3}{r_3}}{2R_5} = \frac{v_2 \cdot \frac{0,3}{0,1}}{2R_5} = \frac{3v_2}{2R_5}$

$v_{c5} = \omega_5 \cdot R_5 = 1,5 v_2$

$T_2 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}$,

$T_3 = \frac{I_3 \cdot \omega_3^2}{2} = \frac{m_3 \cdot \rho_3^2}{2} \cdot \frac{v_2^2}{r_3^2} = \frac{m_3 v_2^2}{2} \cdot \left(\frac{\rho_3}{r_3}\right)^2 = 2 m_3 v_2^2$,

$T_5 = \frac{m_5 \cdot v_{c5}^2}{2} + \frac{I_{c5} \cdot \omega_5^2}{2} = \frac{m_5 \cdot v_{c5}^2}{2} + \frac{m_5 R_5^2}{2} \cdot \frac{v_{c5}^2}{2R_5^2} =$

$= \frac{3 m_5 v_{c5}^2}{4} = \frac{3 m_5 \cdot 2,25 v_2^2}{4} = \frac{27 m_5 v_2^2}{16}$

$T = \frac{v_2^2}{16}\left(8 m_2 + 32 m_3 + 27 m_5\right) = \frac{v_2^2}{16}\left(8 \cdot 6 + 32 \cdot 5 + 27 \cdot 4\right) =$

$= \frac{79 v_2^2}{4}$

Найдем сумму работ всех действующих сил при том перемещении, которое будет иметь система, когда точка A пройдет путь S

$A(\vec{F}) = \int_0^{S_1} 60(6 + 7S)\,dS = 360 S_1 + 270 S_1^2 =$

$= 360 \cdot 0,2 + 270 \cdot 0,2^2 = 80,4$ Дж

$S_2 = S_1$

Сила трения $F_{тр2} = f \cdot N_2 = f \cdot P_2 \cdot \cos 30^\circ =$

$= f m_2 g \cos 30^\circ$

$A(\vec{P_2}) = -P_2 \cdot S_2 \cdot \sin 30^\circ = -m_2 g S_1 \cdot \sin 30^\circ = -6 \cdot 9,8 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{2} =$

$= -5,88$ Дж

$A(\vec{F_{тр2}}) = -F_{тр2} \cdot S_2 = -f m_2 g \cdot S_1 \cdot \cos 30^\circ = -6 \cdot 9,8 \cdot 0,2 \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,1 =$

$= -1,02$ Дж

$S_{c5} = 1,5 S_1$

$A(\vec{P_5}) = -P_5 \cdot S_{c5} = -m_5 g \cdot 1,5 S_1 = -4 \cdot 9,8 \cdot 1,5 \cdot 0,2 = -11,76$ Дж

$\varphi_3 = \frac{S_1}{r_3}$

Работа момента сопротивления

$A(M) = -M \cdot \varphi_3 = -M \cdot \frac{S_1}{r_3} = -1{,}6 \cdot \frac{0{,}2}{0{,}1} = -3{,}2$ Дж

Работа силы упругости

$A(\vec{F}_{упр}) = \frac{c}{2}(x_0^2 - x^2)$

$x_0 = 0, \quad x = S_{C5} = 1{,}5 S_1$

$A(\vec{F}_{упр}) = -\frac{c}{2} \cdot 2{,}25 S_1^2 = -\frac{280}{2} \cdot 2{,}25 \cdot 0{,}2^2 = -12{,}6$ Дж

$\Sigma A_k^{(e)} = 80{,}4 - 5{,}88 - 1{,}02 - 3{,}2 - 11{,}76 - 12{,}6 = 45{,}94$ Дж

Получим:

$\frac{79 v_2^2}{4} = 45{,}94,$

откуда $v_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 45{,}94}{79}} = 1{,}52$ м/с

Задание на РГР № 3 ДИНАМИКА

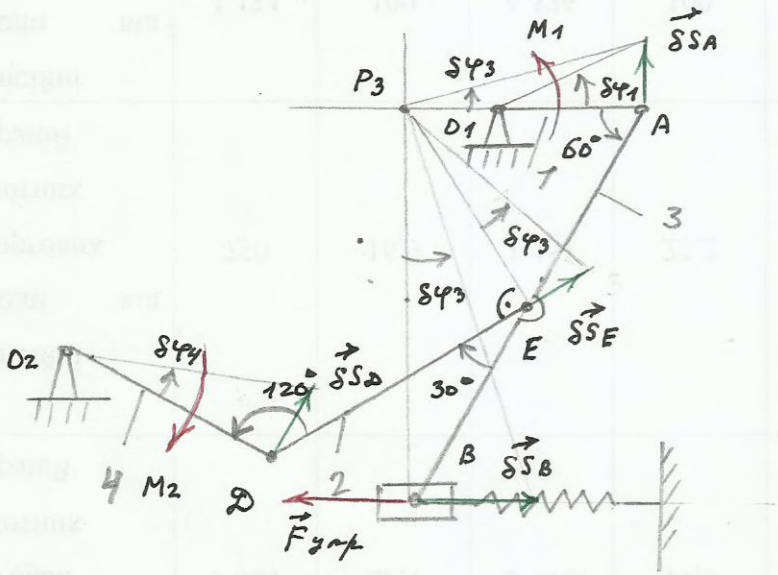
$l_1 = 0{,}4$ м $\quad \varphi = 0°$

$l_4 = 0{,}6$ м $\quad \theta = 120°$

$\alpha = 0°$ $\quad c = 16000$ Н/м

$\beta = 60°$ $\quad M_1 = 120$ Н·м

$\gamma = 30°$ $\quad M_2 = 300$ Н·м



Механизм имеет одну степень свободы. Звенья 1 и 4 вращаются вокруг неподвижных осей, звенья 2 и 3 движутся плоскопараллельно, ползун В движется поступательно.

Воспользуемся принципом возможных перемещений.

$$\Sigma \delta A_k^a = 0,$$

где δA_k^a – элементарные работы активных сил на соответствующих возможных перемещениях.

Сообщим системе возможное перемещение

$$\delta S_A = \delta\varphi_1 \cdot l_1$$

Найдем положение мгновенного центра вращения звена 3 – точки P_3 (на пересечении перпендику-

– перп к $\vec{\delta S_A}$ и $\vec{\delta S_B}$, восстановленных из точек A и B).

$\vec{\delta S_A} \perp O_1A$

$$\delta\varphi_3 = \frac{\delta S_A}{AP_3} = \frac{\delta S_B}{BP_3} = \frac{\delta S_E}{EP_3}$$

$\triangle AP_3B$: $AP_3 = AB\cdot\cos 60^\circ$

$BP_3 = AB\sin 60^\circ$

$$\delta S_B = \frac{\delta S_A\cdot BP_3}{AP_3} = \frac{\delta S_A\cdot AB\cdot\sin 60^\circ}{AB\cdot\cos 60^\circ} = \delta S_A\cdot tg\,60^\circ = \sqrt{3}\,\delta S_A$$

$\triangle AP_3E$: $\angle P_3EA = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$, $AP_3 = EP_3 = AB\cdot\cos 60^\circ$.

$$\delta S_E = \frac{\delta S_A\cdot EP_3}{AP_3} = \frac{\delta S_A\cdot AB\cos 60^\circ}{AB\cos 60^\circ} = \delta S_A$$

$\delta S_D = \delta\varphi_4\cdot l_4$, $\vec{\delta S_D} \perp O_2D$

Проекции $\vec{\delta S_D}$ и $\vec{\delta S_E}$ на прямую DE должны быть равны:

$\delta S_E = \delta S_D\cdot\cos 30^\circ$,

$$\delta S_D = \frac{\delta S_E}{\cos 30^\circ} = \frac{\delta S_A}{\cos 30^\circ} = \frac{\delta\varphi_1\cdot l_1}{\cos 30^\circ},$$

$$\delta\varphi_4 = \frac{\delta S_D}{l_4} = \frac{\delta\varphi_1\cdot l_1}{l_4\cdot\cos 30^\circ}$$

Сила упругости пружины пропорциональна ее деформации: $F_{упр} = c\lambda$ (предполагаем, что пружина сжата)

$$\Sigma\delta A_k^a = M_1\cdot\delta\varphi_1 - F_{упр}\cdot\delta S_B - M_2\cdot\delta\varphi_4 = 0,$$

$$M_1\cdot\delta\varphi_1 - c\lambda\cdot\sqrt{3}\cdot\delta\varphi_1\cdot l_1 - \frac{M_2\cdot l_1\,\delta\varphi_1}{l_4\cdot\cos 30^\circ} = 0,$$

$$\delta\varphi_1\left(M_1 - c\lambda l_1\sqrt{3} - \frac{M_2 l_1}{l_4\cos 30^\circ}\right) = 0, \quad \delta\varphi_1 \neq 0$$

$$\lambda = \frac{M_1 - \frac{M_2 l_1}{l_4\cos 30^\circ}}{c\,l_1\sqrt{3}} = \frac{120 - \frac{300\cdot 0{,}4}{0{,}6\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}}{16000\cdot 0{,}4\cdot\sqrt{3}} = \frac{120 - \frac{400}{\sqrt{3}}}{6400\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{-110{,}94}{11085{,}125} = -0{,}01\text{ м} = -1\text{ см}$$

Следовательно, пружина растянута на 1 см.