

Вариант 1

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y'/7^{y-x} = 3$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y'x + x + y = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right)dx + \left(x^2y - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' + 3y'' + 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 2.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+n)\ln^3(3+n)}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1}n}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = e^{-x^4}$.

11. В группе 25 студентов. Из них 3 человека получили на экзаменах отличные оценки, 10 – хорошие, 10 – удовлетворительные и 2 – неудовлетворительные. Определить вероятность того, что произвольно выбранный студент получил оценку не ниже хорошей.

12. В студенческой группе 15 юношей и 10 девушек. На концерт группа получила 6 пригласительных билетов, которые разыгрываются по жребию. Какова вероятность того, что на концерт пойдут 3 юноши и 3 девушки.

13. В спартакиаде участвуют: из первой группы 4 студента, из второй – 6 и из третьей – 5. Студент первой группы попадает в сборную университета с вероятностью 0,9, для студента второй группы эта вероятность равна 0,7, а для студента третьей группы – 0,8. Найти вероятность того, что выбранный наудачу студент попадет в сборную университета.

14. Игральную кость бросили 5 раз. Найти вероятность того, что тройка выпала 3 раза.

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	x	3
P	0,35	0,25	p

Известно, что математическое ожидание $MX=4,4$. Найти x .

Вариант 2

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y - xy' = 2(1 + x^2 y')$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx - \frac{2y}{x^3}dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = 1.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n-1}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = x \cos \sqrt{x}$.

11. В урне находятся 3 белых и 7 черных шаров. Из урны извлекаются 2 шара. Какова вероятность того, что среди них один белый шар.

12. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что хотя бы в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

13. На складе находятся 30 деталей, из которых 19 стандартные. Рабочий берет наугад две детали. Определить вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

14. Часы изготавливаются на трех заводах и поступают в магазин. Первый завод производит 30% продукции, второй – 35%, третий – 35%. В продукции первого завода спешат 10% часов, второго – 20% и третьего – 10%. Найти вероятность того, что купленные часы спешат.

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	-1	1	3	4	10
P	0,3	0,2	0,2	0,14	0,16

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

Вариант 3

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x+4)dy - xydx = 0$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}dx$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0, y(0) = -2,5, y'(0) = 0, y''(0) = 0.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin 3x - 36x \cos 3x$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакопередающийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{\sin 3x}{x}$.

11. Из колоды в 36 карт вынимают по одной три карты. Найти вероятность того, что в порядке появления в руках окажутся: шестерка, семерка, восьмерка. Из колоды в 36 карт вынимают по одной три карты. Найти вероятность того, что в порядке появления в руках окажутся: шестерка, семерка, восьмерка.

12. В цехе работают 15 человек, из которых 10 мужчин. По табельным номерам наудачу отобраны 9 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.

13. Заготовки на сборку поступают из двух бункеров: 70% из первого и 30% из второго. При этом заготовки первого бункера имеют плюсовые допуски в 1 % случаев, а у второго – в 2 %. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь имеет плюсовой допуск.

14. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что 8 выстрелов дадут не менее 5 попаданий?

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	-1	1	3	4	10
P	0,1	0,3	0,3	0,14	0,16

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

Вариант 4

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y^2 \ln x dx - (y-1) x dy = 0$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x-y) y dx - x^2 dy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $e^y dx + (\cos y + x e^y) dy = 0$.
4. Найти решение задачи Коши:
 $y''' + 9y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 9, y''(0) = -18$.

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + 25y = e^x (\cos 5x - 10 \sin 5x)$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{(n+1)!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2) \ln(n+2)}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n-1)3^n}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{\sin 5x}{x}$.

11. Брошены две монеты, причем на первой выпала решка. Найти вероятность того, что на монетах выпало две решки.

12. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из трех проверенных изделий хотя бы одно нестандартное.

13. В партии из 12 деталей находятся 5 бракованных. Вынимают из партии наудачу 4 детали. Определить, какова вероятность того, что все окажутся бракованными.

14. В спартакиаде участвуют: из первой группы 11 студентов, из второй – 14. Студент первой группы попадает в сборную университета с вероятностью 0,9, для студента второй группы эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что выбранный наудачу студент попадет в сборную университета.

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	x	3
P	0,35	0,25	p

Известно, что математическое ожидание $MX=2,4$. Найти x .

Вариант 5

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(xy^3 + x)dx + (x^2y^2 - y^2)dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\frac{1+xy}{x^2y}dx + \frac{1-xy}{xy^2}dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' - 13y'' + 12y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 133.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x} \sin 2x$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos 4x$.

11. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая заданную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения.

Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

12. В группе 15 студентов, среди них 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов.

Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

13. В группе из десяти студентов, пришедших на экзамен, трое подготовлены отлично, четверо – хорошо, двое – посредственно и один – плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный – на 16, посредственно – на 10, плохо – на 5. Вызванный наудачу студент ответил на три вопроса.

Найти вероятность того, что он подготовлен плохо.

14. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0.25. Найти вероятность того, что из шести наудачу взятых деталей будут не менее пяти стандартных.

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	3	4	5
P	0,38	0,26	0,20	0,14	0,02

Найти ее дисперсию.

Вариант 6

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x^2 + x)ydx + (y^2 + 1)dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши:

$$y^{IV} - 5y'' + 4y = 0, y(0) = -2, y'(0) = 1, y''(0) = 2, y'''(0) = 0.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = x \arctg x$.

11. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равно 8.

12. На столе лежат 10 CD-дисков и 5 DVD-дисков. Наудачу берут два диска. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых дисков окажется DVD.

13. В ящике содержится 15 деталей, из них 4 бракованных. Найти вероятность того, что среди 4 наудачу извлеченных деталей не окажется бракованных.

14. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 80% деталей первого сорта, на втором 90% и на третьем 60%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0,31	0,1	0,29	p

Найти p, математическое ожидание и дисперсию.

Вариант 7

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(1 + y^2)dx - (y + yx^2)dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\frac{y}{x^2}dx - \frac{1+xy}{x}dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши:

$$y^{IV} - 10y'' + 9y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 8, y'''(0) = 24.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+1} \right)^n$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{2^{n-1}}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2 + 1}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \sin x^3$.

11. Цифры 1, 2, 3, ..., 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке четное.

12. Издательство отправило газеты в два почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе – 0,9. Найти вероятность того, что только одно отделение получит газеты вовремя.

13. В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Определить, какова вероятность того, что обе детали окажутся бракованными.

14. В сборочный цех поступили детали с трех станков. На первом станке изготовлено 51% деталей от их общего количества, на втором станке 24% и на третьем 25%. При этом на первом станке было изготовлено 90% деталей первого сорта, на втором 80% и на третьем 70%. Какова вероятность того, что взятая наугад деталь окажется первого сорта?

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0,31	0,1	0,29	0,3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

Вариант 8

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(y^2 + 1)dx - (yx^2 + y)dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $xy' + y\left(\ln \frac{y}{x} - 1\right) = 0$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' - y'' + y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n} \cdot 7^n}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{4+n^2-n}$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{x}{1+x^2}$.

11. В группе 25 студентов. Из них 5 человек получили на экзаменах отличные оценки, 12 – хорошие, 6 – удовлетворительные и 2 – неудовлетворительные. Определить вероятность того, что произвольно выбранный студент получил оценку не ниже хорошей.

12. Издательство отправило газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе – 0,9, в третье – 0,8. Найти вероятность того, что только хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

13. Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике находится 26 белых шаров, во втором 15 белых и 11 черных, в третьем ящике 26 черных шаров. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Вычислить вероятность того, что белый шар вынут из первого ящика.

14. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,11. Найти вероятность того, что из пяти наудачу взятых деталей будут четыре стандартных.

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	3	4	5
P	0,38	0,26	0,20	0,14	0,02

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

Вариант 9

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' = 2xy + x$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 4.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{n+1} \right)^n$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \cdot 5^n}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2n^2}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{x}{1+x^2}$.

11. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: Е, И, С, С, С, Я. Карточки тщательно перемешаны. Вынимают карточки по одной. Найти вероятность того, что в порядке появления карточек сложится слово «сессия».

12. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

13. В группе 25 студентов, среди них 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

14. В магазин поступили электрические лампочки одного типа, изготовленные на четырех ламповых заводах: с 1-го завода 250 шт., со 2-го – 525 шт., с 3-го – 275 шт. и с 4-го – 950 шт. Вероятность того, что лампочка прогорит более 1500 часов, для 1-го завода равна 0,15, для 2-го – 0,30, для 3-го – 0,20, для 4-го – 0,10. При раскладке по полкам магазина лампочки были перемешаны. Какова вероятность того, что купленная лампочка прогорит более 1500 часов?

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	2	x	6
P	0,3	0,2	p

Известно, что математическое ожидание $MX=4,4$. Найти x .

Вариант 10

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' - xy^2 = 2xy$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x + 2y)dx + xdy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$(5xy^2 - x^3)dx + (5x^2y - y)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши:

$$y''' - y'' + 4y' - 4y = 0, y(0) = -1, y'(0) = 0, y''(0) = -6.$$

5. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x$.

6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}$.

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{4n+1} \right)^2$.

8. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n!}.$$

9. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}$.

10. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos x^3$.

11. В ящике лежат шары: 4 белых, 10 красных, 8 зеленых, 9 коричневых. Из ящика вынимают один шар. Какова вероятность, что шар окажется цветным (не белым)?

12. Из колоды в 36 карт вытягивают три. Какова вероятность того, что среди вытянутых карт нет десятков?

13. Из 40 деталей 10 изготовлены в первом цехе, 25 – во втором, а остальные – в третьем. Первый и третий цехи дают продукцию отличного качества с вероятностью 0,9, второй цех – с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь будет отличного качества?

14. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6. Какова вероятность того, что 8 выстрелов дадут 5 попаданий?

15. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	3	4	5
P	0,38	0,26	0,20	0,14	0,02

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.