МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

Практическая работа №1

Статистический анализ точности геометрических параметров в строительстве

Целью данной работы является закрепление студентами знаний в области метрологии, приобретение навыков по статистическому расчету результатов измерений, в том числе методами стандартизации – для оценки и корректировки точности изготовления строительных изделий и конструкций. Управление качеством строительства в первую очередь основывается на использовании достаточно простых методов планирования испытаний, сбора и статистической обработки результатов измерений.

Задание:

Произвести проверку статистической однородности технологического процесса изготовления строительных изделий. Оценить точность процесса изготовления строительных изделий. Предложить корректировку технологического процесса изготовления для достижения его однородности.

Анализируемый геометрический параметр изделия – длина. Номинальные длины всех марок изделий определяются параметром L_{nom}. Ежемесячно определяли действительное значение длины L_{ij} (в каждой выборке объемом n_i в течение нескольких месяцев m_j). Значения L_{nom}, n_i, m=5 и L_{ij} приведены в Прил. 1.

Краткие сведения из теории

Статистическим анализом устанавливают закономерность распределения действительных значений геометрических параметров конструкций зданий и сооружений и их элементов и определяют статистические характеристики точности этих параметров. На основе результатов статистического анализа производят оценку действительной точности и устанавливают возможности технологических процессов и операций по ее обеспечению.

Статистический анализ точности выполняют отдельно по каждому геометрическому параметру в следующей последовательности:

1) в зависимости от характера производства образуют необходимые выборки и определяют действительные отклонения параметра от номинального;
2) рассчитывают статистические характеристики действительной точности параметра в выборках и проверяют статистическую однородность процесса – согласие опытного распределения действительных отклонений параметра с теоретическим и стабильность статистических характеристик

в выборках;

3) оценивают точность технологического процесса и, в зависимости от цели анализа, принимают решение о порядке применения его результатов.

1.1. Формирование выборок и определение действительных отклонений параметров от номинального

1.1.1 *ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ОТКЛОНЕНИЯ* геометрического параметра в выборках определяют в результате его измерений в соответствии с требованиями ГОСТ [3,5,8] (рис.1.1).

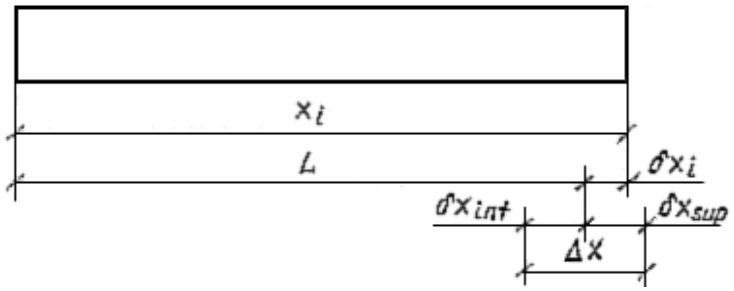


Рисунок 1.1 – Допуск и отклонение от линейных размеров элемента [8]

Точность геометрического параметра x в каждом отдельном случае характеризуется значением действительного отклонения δx_i, выражаемого зависимостью

$$\delta x_i = x_i - x_{nom}, \qquad (1.1)$$

где x_i - действительное значение параметра x;

x_{nom} - номинальное значение параметра.

Действительное отклонение δx_i является количественным выражением систематической и случайной погрешности, накопленных при выполнении технологических операций и измерений.

Точность геометрических параметров в стандартах и других нормативных документах, а также на рабочих чертежах характеризуется минимальным $x_{\min}$ и максимальным $x_{\max}$ предельными размерами, нижним $\delta x_{\inf}$ и верхним $\delta x_{\sup}$ предельными отклонениями от номинального x_{nom} значения, допуском Δx и отклонением δx_c середины поля допуска x_c от номинального x_{nom} значения параметра x. Половина допуска $\delta x = \Delta x / 2$ является предельным отклонением параметра χ от середины поля допуска x_c.

Взаимосвязь между этими характеристиками точности определяют по формулам:

$$x_{\min} = x_{nom} + \delta x_{\inf} = x_c - \delta x, \qquad (1.2)$$

$$x_{\max} = x_{nom} + \delta x_{\sup} = x_c - \delta x, \quad (1.3)$$

$$\Delta x = 2\delta x = x_{\max} - x_{\min} = \delta x_{\sup} - \delta x_{\inf}, \quad (1.4)$$

$$\delta x_c = x_c - x_{\text{nom}} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} - x_{\text{nom}} = \frac{\delta x_{\sup} + \delta x_{\inf}}{2}. \quad (1.5)$$

Значения нижнего и верхнего предельных отклонений $\delta x_{\inf}$ и $\delta x_{\sup}$ подставляют в формулы со своими знаками**.**

1.1.2 ВЫБОРКИ отбирают через равные промежутки времени, определяемые в зависимости от объема производства и особенностей технологического процесса.

При анализе точности изготовления элементов серийного производства, когда достаточный объем продукции может быть получен с нескольких однотипных единиц технологического оборудования (например, производство железобетонных изделий ряда видов, сборка металлоконструкций и т.п.), отбирают серию выборок одинакового объема $n \geq 30$ единицам. Эти выборки могут быть составлены из изделий, отбираемых при приемочном контроле нескольких последовательных или параллельных партий продукции.

При анализе точности разбивки осей и установки элементов образуют серию выборок одинакового объема из $n \geq 30$ закрепленных в натуре ориентиров или элементов, установленных на одном или нескольких монтажных горизонтах.

Порядок формирования выборки для обеспечения ее представительности и случайности определяют в соответствии с характером объекта исследований и требованиями ГОСТ [7].

1.2. Расчет статистических характеристик точности. Проверка статистической однородности процесса

При проведении статистического анализа вычисляют выборочные средние отклонения, а также выборочные средние квадратические отклонения или размахи действительных отклонений в выборках.

Выборочное среднее отклонение δx_m в объединенной выборке вычисляют по формуле

$$\delta x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i}{n}, \quad (1.6)$$

где δx_i – действительное отклонение; n – объем выборки.

Выборочное среднее квадратическое отклонение S_x в выборках $n \geq 30$ единицам и в объединенной выборке вычисляют по формуле

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2}{n} - \delta x_m^2} \qquad (1.7)$$

В качестве статистических характеристик точности процесса принимают значения δx_m и S_x в объединенной выборке, если результаты проведенной проверки подтвердили статистическую однородность процесса.

При нормальном распределении геометрического параметра стабильность статистических характеристик в мгновенных выборках и выборках малого объема $n \geq 30$ единицам проверяют по попаданию их значений в доверительные интервалы, границы которых вычисляют для доверительной вероятности не менее 0,95.

Проверку статистической однородности технологических процессов изготовления строительных элементов, а также геометрических параметров зданий и сооружений допускается выполнять упрощенным способом, приведенным ниже.

Процесс считается статистически однородным по данному геометрическому параметру, если распределение действительных отклонений в объединенной выборке приближается к нормальному и характеристики точности в серии выборок, составивших объединенную выборку, стабильны во времени.

Систематическая погрешность по абсолютной величине превышающая значение $1{,}643 \frac{S_x}{\sqrt{n}}$, должна быть устранена регулированием.

Рекомендуемый порядок расчета статистических характеристик и проверки статистической однородности процесса упрощенным способом

1. Действительные отклонения в каждой из выборок объема $n \geq 30$ единицам заносят в табл. 1.1.

В каждой строчке вычисляют значения δx_i, $(\delta x_i + 1)$, $(\delta x_i + 1)^2$, складывают результаты вычислений по каждой графе и проверяют их правильность тождеством

$$\sum_{i=1}^{n} (\delta x_i + 1)^2 = \sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} \delta x_i + n. \qquad (1.8)$$

Характеристики δx_m и S_x вычисляют по формулам (1.6) и (1.7), подставляя в них подсчитанные по табл. 1.1 значения $\sum_{i=1}^{n} \delta x_i$ и $\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2$.

Таблица 1 – Форма таблицы для расчета характеристик δx_m и S_x в выборках объемом n ≥ 30 [6]

№ п/п	δx_i	δx_i^2	$\delta x_i + 1$	$(\delta x_i + 1)^2$
1 2 3 . . *n*				
	$\sum_{i=1}^{n} \delta x_i =$	$\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2 =$		$\sum_{i=1}^{n} (\delta x_i + 1)^2$

2. Для расчета характеристик точности в объединенной выборке и проверки согласия действительного распределения с теоретическим действительные отклонения из всех выборок малого объема выписывают в порядке их возрастания, и полученное поле рассеяния между наименьшим и наибольшим отклонениями разбивают на интервалы распределения, равные цене деления измерительного инструмента, принимая целые числа за середины интервалов δx_j (j = 1, 2, 3, ..., m - количество интервалов).

3. Подсчитывают количество отклонений, относящихся к каждому интервалу (частоты f_j) и по форме табл. 1.2 (левая часть) строят гистограмму действительных отклонений, откладывая по вертикали интервалы распределения, а по горизонтали - соответствующие им частоты.

При построении гистограммы следует учитывать, что отклонения конфигурации элементов всегда имеют положительный знак.

В правую часть табл. 1.2 вносят значения $\delta 2x_j$, $(\delta x_j + 1)$, $(\delta x_j + 1)^2$, $f_j x_j$, $f_j \delta^{x_j^2}$, $f_j(\delta x_j + 1)^2$, вычисленные для каждого значения δx_j, принятого за середину интервала, и проверяют правильность вычислений тождеством

$$\sum_{j=1}^{m} f_j(\delta x_j + 1)^2 = \sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j^2 + 2\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j + \sum_{j=1}^{m} f_j . \qquad (1.9)$$

Таблица 1.2 – Форма таблицы для построения гистограммы и расчета характеристик δx_m и S_x в объединенной выборке [6]

Центры интервалов распределения δx_j, мм	Частота отклонений в интервалах f_j												...	f_j	δx_j^2	$\delta x_j + 1$	$(\delta x_j + 1)^2$	$f_j\, \delta x_j$	$f_j\, \delta x_j^2$	$f_j\, (\delta x_j + 1)^2$
1	2													3	4	5	6	7	8	9
$\delta x_{j\max}$																				
...																				
+1																				

Центры интервалов распределения δx_j, мм	Частота отклонений в интервалах f_j												f_j	δx_j^2	δx_j+1	$(\delta x_j+1)^2$	$f_j\,\delta x_j$	$f_j\,\delta x_j^2$	$f_j\,(\delta x_j+1)^2$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...							
0																				
-1																				
...																				
$\delta x_{j\min}$																				
													$\sum_{j=1}^{m} f_j =$	-	-	-	$\sum_{j=1}^{m} f_j\delta x_j =$	$\sum_{j=1}^{m} f_j\delta x_j^2 =$	$\sum_{j=1}^{m} f_j(\delta x_j+1)^2$

Значения δx_m и S_x вычисляют по преобразованным формулам (1.6) и (1.7):

$$\delta x_m = \frac{\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j}{\sum_{j=1}^{m} f_j}, \qquad (6a)$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j^2}{\sum_{j=1}^{m} f_j} - \delta x_m^2} \qquad (7a)$$

подставляя в них соответствующие суммы чисел из таблицы.

После вычисления δx_m и S_x действительные отклонения δx_j, выходящие за пределы интервалов, в которые попадают значения $\delta x_m \pm 3S_x$, исключают из гистограммы и табл. 1.2 как грубые ошибки, после чего уточняют значения δx_m и S_x.

4. На полученной гистограмме по характеристикам δx_m и S_x строят кривую нормального распределения. С этой целью в соответствии с табл. 1.3 вычисляют значения δ и частоты f, соответствующие нормальному распределению, и, отложив эти значения на вертикальной и горизонтальной шкале левой части табл. 1.2, по полученным на гистограмме точкам с координатами δ и f строят плавную кривую.

Таблица 1.3 – Значения δ и частоты f, соответствующие нормальному распределению [6]

δ	δx_m	$\delta x_m \pm S_x$	$\delta x_m \pm 2S_x$	$\delta x_m \pm 3S_x$
f	$f_{\max}$	$\frac{5}{8} f_{\max}$	$\frac{1}{8} f_{\max}$	$\frac{1}{80} f_{\max}$

Значение $f_{\max}$ определяют по формуле

$$f_{\max} = \frac{\sum_{j=1}^{m} f_j}{S_x\sqrt{2\pi}}, \qquad (10)$$

а для отклонений конфигурации - по формуле

$$f_{\max} = \frac{2\sum_{j=1}^{m} f_j}{S_x\sqrt{2\pi}}. \qquad (1.11)$$

5. При отсутствии на гистограмме резких отличий от построенной кривой (пиков распределения у ее границ, явно выраженных нескольких вершин и т.п.), по интервалам распределения, расположенным за пределами $\delta x_m \pm tS_x$ при t = 2; 2,4 и 3 определяют сумму частостей действительных отклонений $\sum_{j=1}^{m_t} W_j$ в процентах по формуле

$$\sum_{j=1}^{m_t} W_j = \frac{\sum_{j=1}^{m_t} f_j}{n}\cdot 100, \qquad (1.12)$$

где m_t - число интервалов за пределами $\delta x_m \pm tS_x$.

Распределение считают приближающимся к нормальному, если найденные суммы частостей не превышают соответствующих значений, приведенных в табл. 1.4.

Таблица 1.4 – Сумма частостей в зависимости от t [6]

t	2,0	2,4	3,0
ΣW_j, %	12,5	8,6	5,55

6. Стабильность выборочного среднего отклонения δx_m и размахов R_x в серии мгновенных выборок проверяют условиями:

$\delta x_m - A_1 \cdot S_x \le \delta x_m \le \delta x_m + A_1 \cdot S_x$,

$R_x \le A_2 S_x$,

где A_1 и A_2 - коэффициенты, принимаемые по табл. 1.5 в зависимости от объема мгновенных выборок n.

Таблица 1.5 – Коэффициенты A_1 и A_2 в зависимости от объема мгновенных выборок n [6]

n	A_1	A_2
5	1,34	4,89
6	1,22	5,04
7	1,13	5,16
8	1,06	5,25
9	1,00	5,34

10	0,95	5,43

При устойчивом технологическом процессе не менее 95% значений δx_m и R_x должны соответствовать указанным условиям.

7. Стабильность характеристик S_x и δx_m в серии выборок объемом $n \geq 30$ проверяется вычислением показателей $F_э$ и $t_э$ по формулам:

$$F_э = \frac{S^2_{x\,\max}}{S^2_{x\,\min}}, \tag{1.13}$$

где $S_{x\max}$ и $S_{x\min}$ - соответственно наибольшее и наименьшее значения характеристики S_x в серии выборок;

$$t_э = \frac{\delta x_{m\,\max} - \delta x_{m\,\min}}{\sqrt{S^2_{x1} + S^2_{x2}}}\sqrt{n-1} \tag{1.14}$$

где $\delta x_{m\max}$ и $\delta x_{m\min}$ – соответственно наибольшее и наименьшее значения характеристики δx_m в серии выборок;

S_{x1} и S_{x2} – значения характеристики S_x в выборках с характеристиками $\delta x_{m\max}$ и $\delta x_{m\min}$.

Характеристики S_x и δx_m в серии выборок считаются стабильными, если

$F_э \leq 1.5$,

$t_э \leq 2{,}0$.

1.3. Оценка точности процесса

На основании результатов статистического анализа устанавливают возможность процесса обеспечивать точность параметра в соответствии с определенным классом точности.

Класс точности определяют из условия

$$\Delta x \leq 2\,tS_x, \tag{1.15}$$

где Δx – ближайшее большее к значению $2\,tS_x$ значение допуска для данного интервала номинального размера в соответствующих таблицах ГОСТ [6] (табл. 1.6);

t – коэффициент, принимаемый по табл. 1.7 в зависимости от значения приемочного уровня дефектности AQL, принятого при контроле точности.

Таблица 1.6 – Значения приемочного уровня дефектности [5]

Приемочный уровень	Область применения

дефектности, %	
0,25; 1,5	Параметры, являющиеся составляющими или результирующими при расчете точности конструкций по ГОСТ 21780-83 и обеспечивающие надежность сооружения в эксплуатации, к обеспечению точности которых предъявляются повышенные требования. Нарушение требований к точности таких параметров является критическим дефектом
4,0	Параметры, являющиеся составляющими или результирующими при расчете точности конструкций по ГОСТ 21780-83, а также влияющие на эксплуатационные свойства объекта контроля. Нарушение требований к точности указанных параметров является значительным дефектом
10,0	Параметры, не входящие в исходные уравнения при расчете точности конструкций по ГОСТ 21780-83 или пригоняемые по месту. Нарушение требований к точности указанных параметров является малозначительным дефектом

Таблица 1.7 – Коэффициент t в зависимости от значения приемочного уровня дефектности AQL [6]

AQL, %	0,25	1,5	4,0	10,0
t	3,0	2,4	2,1	1,6

Для сопоставления уровня точности различных производств или в различные промежутки времени следует использовать показатель уровня точности (табл. 1.8), характеризующий запас точности по отношению к допуску Δx и определяемый по формуле

$$\frac{\Delta x - 2tS_x}{\Delta x} \qquad (1.16)$$

где S_x - выборочное среднеквадратическое отклонение, определяемое для статистически однородного процесса в случайных выборках объемом не менее 30 единиц.

Таблица 1.8 – Допуски линейных размеров, мм [8]

Интервал номинального размера L	**Значение допуска для класса точности**								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
До 20	0,24	0,4	0,6	1,0	1,6	2,4	4	6	10
Св. 20 до 60	0,30	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	5	8	12
" 60 " 120	0,40	0,6	1,0	1,6	2,4	4,0	6	10	16
" 120 " 250	0,50	0,8	1,2	2,0	3,0	5,0	8	12	20
" 250 " 500	0,60	1,0	1,6	2,4	4,0	6,0	10	16	24
" 500 " 1000	0,80	1,2	2,0	3,0	5,0	8,0	12	20	30
" 1000 " 1600	1,00	1,6	2,4	4,0	6,0	10,0	16	24	40
" 1600 " 2500	1,20	2,0	3,0	5,0	8,0	12,0	20	30	50
" 2500 " 4000	1,60	2,4	4,0	6,0	10,0	16,0	24	40	60
" 4000 " 8000	2,00	3,0	5,0	8,0	12,0	20,0	30	50	80
" 8000 " 16000	2,40	4,0	6,0	10,0	16,0	24,0	40	60	100

Интервал номинального размера L	Значение допуска для класса точности								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
" 16000 " 25000	3,00	5,0	8,0	12,0	20,0	30,0	50	80	120
" 25000 " 40000	4,00	6,0	10,0	16,0	24,0	40,0	60	100	160
" 40000 " 60000	5,00	8,0	12,0	20,0	30,0	50,0	80	120	200
Значения К	0,10	0,16	0,25	0,40	0,60	1,0	1,6	2,5	4,0

Если h по абсолютному значению оказывается меньше чем 0,14, то следует считать, что запас точности отсутствует. Если h отрицательна и по своему абсолютному значению превышает 0,14, то это означает, что процесс перешел в более низкий класс точности. При значении h, приближающемся к 0,5, следует проверить возможность отнесения процесса к более высокому классу точности.

ПРИМЕР РАСЧЕТА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОДНОРОДНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Произвести проверку статистической однородности технологического процесса изготовления железобетонных стеновых панелей. Анализируемый параметр – длина. Номинальная длина панелей x=6000 мм. Формы для изготовления панелей имеют свои действительные внутренние размеры, влияющие на точность соответствующих размеров панелей. Выборка измерений составила n=40. Подобный технологический процесс относится к процессам серийного производства.

Результаты измерений длины x_i панелей округляем до целых значений в мм и заносим в табл. 1.9, составленную по форме табл. 1.1, после чего в табл.1.9 выполним необходимые вычисления.

Таблица 1.9 – Результаты измерений

n_i	x_{nom}	x_i	δx_i	δx_i^2	$\delta x_i + 1$	$(\delta x_i + 1)^2$
1	6000	6004	4	16	5	25
2		5997	-3	9	-2	4
3		5999	-1	1	0	0
4		6002	2	4	3	9
5		5999	-1	1	0	0
6		6000	0	0	1	1
7		5996	-4	16	-3	9
8		5999	-1	1	0	0
9		6002	2	4	3	9
10		6001	1	1	2	4
11		6004	4	16	5	25
12		6001	1	1	2	4
13		6001	1	1	2	4
14		6003	3	9	4	16

n_i	x_{nom}	x_i	δx_i	δx_i^2	$\delta x_i + 1$	$(\delta x_i + 1)^2$
15		6002	2	4	3	9
16		6000	0	0	1	1
17		6000	0	0	1	1
18		6003	3	9	4	16
19		6001	1	1	2	4
20		6002	2	4	3	9
21		6006	6	36	7	49
22		6002	2	4	3	9
23		6002	2	4	3	9
24		5995	-5	25	-4	16
25		6003	3	9	4	16
26		6002	2	4	3	9
27		6001	1	1	2	4
28		6000	0	0	1	1
29		6003	3	9	4	16
30		5997	2	4	3	9
31		6000	0	0	1	1
32		6005	5	25	6	36
33		6002	2	4	3	9
34		6002	2	4	3	9
35		6001	1	1	2	4
36		5997	-3	9	-2	4
37		6002	2	4	3	9
38		6003	3	9	4	16
39		6004	4	16	5	25
40		5995	-5	25	-4	16
Сумма Σ			38	296	78	412

Правильность заполнения таблицы проверяем тождеством

$$\sum_{i=1}^{n}(\delta x_i + 1)^2 = \sum_{i=1}^{n}\delta x_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\delta x_i + n.$$

$$412=296+2\cdot 38+40,$$

По формулам (1.6) и (1.7) определяем

$$\delta x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n}\delta x_i}{n} = \frac{38}{40} = 0{,}95 мм$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\delta x_i^2}{n} - \delta x_m^2} = \sqrt{\frac{296}{40} - 0{,}95^2} = 2{,}54 мм$$

2. В течение последующих трех месяцев в аналогичном порядке были образованы еще три выборки того же объема n = 40, для каждой из которых вычисляем те же статистические характеристики δx_m и S_x.

Результаты вычислений статистических характеристик по всем выборкам приведены в табл. 1.10.

Таблица 10. Результаты вычислений статистических характеристик по всем выборкам

№ п\п	Месяц, год	n	δx_m, мм	S_x, мм
1	01.2009	40	0,95	2,54
2	02.2009	40	1,13	2,79
3	03.2009	40	0,95	3,03
4	04.2009	40	1,08	2,48
		Σn=160		

3. Из действительных отклонений во всех выборках выбираем наибольшее δx_{jmax} = +8 мм и наименьшее δx_{jmin} = -5 мм значения.

Поле рассеяния между ними разделим на интервалы шагом

$$h = \frac{\delta x_{max} - \delta x_{min}}{1 + 3{,}322 \cdot \lg n} = \frac{8 + 5}{1 + 3{,}322 \cdot \lg 160} = 1{,}562 \text{ мм}.$$

Округляем расстояние h до целого значения: h=2 мм.

Тогда количество интервалов расстоянием в 2мм будет равно 7 с границами, равными -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6 и 8 мм:

$a_1 = \delta x_{min} - h/2 = -5 - 2/2 = -6$ мм;
$a_2 = a_1 + h = -6 + 2 = -4$ мм;
$a_3 = a_2 + h = -4 + 2 = -2$ мм;
$a_4 = a_3 + h = -2 + 2 = 0$ мм;
$a_5 = a_4 + h = 0 + 2 = 2$ мм;
$a_6 = a_5 + h = 2 + 2 = 4$ мм;
$a_7 = a_6 + h = 4 + 2 = 6$ мм;
$a_8 = a_7 + h = 6 + 2 = 8$ мм;

Рассчитаем центры интервалов и выразим их целыми числами. Определим частоты попадания результатов измерений в каждый интервал. При этом значение принадлежит интервалу, если совпадает с его нижней границей.

Таблица 1.11 – Результаты вычислений статистических характеристик по всем выборкам

Интервал, мм	Частота появления действительных отклонений f_j	Центр интервала, мм
-6…-4	10	-5
-4…-2	18	-3
-2…0	34	-1
0…2	53	+1

2…4	31	+3
4…6	10	+5
6…8	4	+7

Заносим полученные результаты в графу 2 табл. 1.13 и строим гистограмму действительных отклонений результатов измерений (табл.1.13).

Распределим действительные отклонения δx_j из всех выборок по интервалам, после чего подсчитаем количество отклонений в каждом интервале (частоты). Далее строим гистограмму и выполняем все промежуточные вычисления в таблице. Правильность заполнения таблицы была проверяем тождеством

$$\sum_{j=1}^{m} f_j(\delta x_j+1)^2 = \sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j^2 + 2\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j + \sum_{j=1}^{m} f_j \quad ;$$

$$1556=1224+2\cdot 86+160.$$

Таблица 1.12 – Гистограмма действительных отклонений и таблица расчета статистических характеристик

Характерные точки нормальной кривой	Центры интервалов δx_j	Частота появления действительных отклонений f_j	f_j	δx_j^2	δx_j+1	$(\delta x_j+1)^2$	$f_j\,\delta x_j$	$f_j\,\delta x_j^2$	$f_j\,(\delta x_j+1)^2$	Без грубых ошибок	
										$f_j\,\delta x_j$	$f_j\,\delta x_j^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
		0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55									
-7.59											
-4.88	-5		10	25	-4	16	-50	250	160	-50	250
	-3		18	9	-2	4	-54	162	72	-54	162
-2.17	-1		34	1	0	0	-34	34	0	-34	34
+0.54	+1		53	1	+2	4	+53	53	212	+53	53
+3.25	+3		31	9	+4	16	+93	279	496	+93	279
	+5		10	25	+6	36	+50	250	360	+50	250
+5.96	+7		4	49	+8	64	+28	196	256	+28	196
+8.67											
		Сумма	160	—	—	—	+86	1224	1556	+86	1124

Характеристики δx_m и S_x вычисляем по формулам (1.6а) и (1.7а):

$$\delta x_m = \frac{\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j}{\sum_{j=1}^{m} f_j} = \frac{86}{160} = 0{,}54 мм$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j^2}{\sum_{j=1}^{m} f_j} - \delta x_j^2} = \sqrt{\frac{1224}{160} - 0{,}54^2} = 2{,}71 мм.$$

Далее вычисляем значения, соответствующие предельным отклонениям

$$\delta x_m + 3S_x = 8{,}67 \text{ мм};$$

$$\delta x_m - 3S_x = -7{,}59 \text{ мм}.$$

Значения отклонений, вышедшие за пределы, ограниченные вычисленными значениями отсутствуют. Это означает, грубых погрешностей, которых необходимо исключить из объединенной выборки, нет. Поэтому в двух последних графах табл. 1.14 значения сумм $\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j$ и $\sum_{j=1}^{m} f_j \delta x_j^2$ не меняются. Характеристики δx_m и S_x также не меняются.

4. Для построения на чертеже гистограммы кривой нормального распределения вычисляем координаты точек кривой - отклонения δ и соответствующие им частоты *f* (табл.1.14).

Таблица 14 – Отклонения δ и соответствующие им частоты f

$\delta_1=\delta x_m$=0,54 мм	$f_1 = f_{max} = \frac{2 \cdot 160}{2{,}71 \cdot \sqrt{2\pi}} = 47$
$\delta_2=\delta x_m + S_x$ = 0,54 + 2,71 = 3,25 мм $\delta_3=\delta x_m - S_x$ = 0,54 - 2,71 = -2,17 мм	$f_{2,3} = \frac{5}{8} f_{max} = 29$
$\delta_4=\delta x_m + 2S_x$ = 0,54 + 5,42 = 5,96 мм $\delta_5=\delta x_m - 2S_x$ = 0,54 - 5,42 = -4,88 мм	$f_{5,6} = \frac{1}{8} f_{max} = 6$
$\delta_6=\delta x_m + 3S_x$ = 0,54 + 8,13 = 8,67 мм $\delta_7=\delta x_m - 3S_x$ = 0,54 - 8,13 = -7,59 мм	$f_{7,8} = \frac{1}{80} f_{max} = 0{,}6 \approx 1$

По полученным координатам δ и *f* на гистограмме определим характерные точки, по которым далее построим теоретическую кривую нормального распределения.

Очертания гистограммы практически можно считать совпадающими с кривой нормального распределения.

Для завершения проверки по гистограмме были суммированы частоты f_j по интервалам, расположенным за границами $\delta x_m \pm tS_x$ при t = 2,0; 2,4; 3,0 и определены соответствующие им суммы частостей.

Сравнение сумм частостей в табл. 1.15 с допустимыми значениями в табл. 1.15 показывает, что исследуемое распределение можно считать приближающимся к нормальному.

Таблица 1.15 – Сравнение сумм частостей с допустимыми значениями

Границы $\delta x_m \pm tS_x$	Сумма частот	Сумма частостей	Допустимые суммы частостей

	$\sum_{j=1}^{m_t} f_j$ за границами	$\sum_{j=1}^{m_t} W_j = \frac{\sum_{j=1}^{m_t} f_j}{n} \cdot 100\%$	по табл. 5
t = 3,0; 0,54±8,13 мм	0	$\frac{0}{160} \cdot 100 = 0\% <$	5,55
t = 2,4; 0,54±6,5 мм	1	$\frac{1}{160} \cdot 100 = 0{,}625\% <$	8,60
t = 2,0; 0,54±5,42 мм	16	$\frac{16}{160} \cdot 100 = 10\% <$	12,50

5. Для проверки стабильности характеристики S_x из табл. 1.16 выбираем наибольшее и наименьшее значения $S_{x\ \max}$ = 3,03 мм и $S_{x\ \min}$ = 2,48 мм и вычисляем характеристику

$$F_э = \frac{S^2_{x\max}}{S^2_{x\min}} = \frac{3{,}03^2}{2{,}48^2} = 1{,}49$$

Характеристика S_x в серии выборок стабильна, так как $F_э$ = 1,49 < 1,50 (п.2).

Для проверки стабильности характеристики δx_m из табл. 16 выбираем наибольшее и наименьшее значения $\delta x_{m\max}$ = 1,13 мм и $\delta x_{m\min}$ = 0,95 мм, соответствующие им значения S_{x1} = 2,79 мм и S_{x2} = 2,54, и вычисляем характеристика

$$t_э = \frac{\delta x_{m\max} - \delta x_{m\min}}{\sqrt{S^2_{x1} + S^2_{x2}}} \sqrt{n-1} = \frac{1{,}13 - 0{,}95}{\sqrt{2{,}79^2 + 2{,}54^2}} \cdot \sqrt{39} = 0{,}3$$

Характеристика δx_m в серии выборок стабильна, так как $t_э$ = 0,3 < 2 (п.2).

6. На основании проверки технологический процесс изготовления панелей по параметру "длина панелей" можно считать статистически однородным.

Так как систематическая погрешность, равная найденному выборочному среднему отклонению δx_m=0,54мм, превышает значение $1{,}643\frac{S_x}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}643 \cdot 2{,}71}{\sqrt{160}} = 0{,}352$ мм, то в соответствии с п.2 она должна быть устранена регулированием внутренних размеров форм.

7. Для определения класса точности изготовления панелей по их длине определяем значение

2 tS_x = 2·2,1·2,71=11,38 мм.

Значение t = 2,1 примем по табл. 8 для приемочного уровня дефектности AQL = 4,0 %, выбранного по табл. 7.

В соответствии с табл. 9 ближайшее большее значение допуска для интервала номинальных размеров от 4000 до 8000 мм (L=6000 мм) равно 12мм, что соответствует 5-му классу точности.

По формуле (1.17) вычисляем значение

$$\frac{\Delta x - 2tS_x}{\Delta x} = \frac{12 - 11.38}{12} = 0.05$$

В соответствии с п. 4 можно сделать вывод, что запас точности отсутствует, так как 0,05 < 0,14.

На основании всех выводов можно считать, что процесс изготовления панелей однороден.