

Физические основы электроники

Занятие 3

**Занятия проводит
доцент, к. т. н.
О. Л. Соколов**

Цифровой фильтр 1-го порядка

1. Цель занятия

Ознакомление с методом синтеза цифрового 1-го порядка, его структурной схемой, расчёт и сравнение переходных характеристик цифрового и аналогового фильтров.

2. Основные теоретические положения

Цифровой фильтр представляет собой частотно-избирательную цепь, в которой осуществляется заданное линейное преобразование над дискретной входной последовательностью $x(nT)$. Результатом этого преобразования является дискретный входной сигнал $y(nT)$.

На рис. 1 показан аналоговый фильтр RC -цепь. Рассмотрим

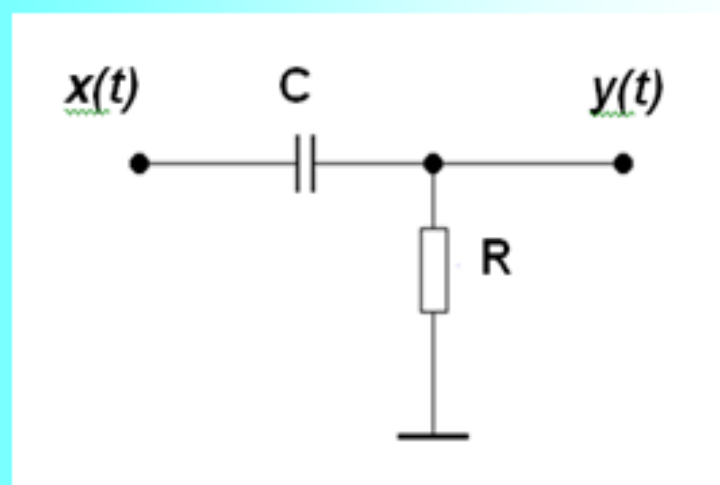


Рис. 1

отклик $y(t)$ этой цепи на входное воздействие $x(t)$. Ток в RC -цепи определяется выражением

$$i(t) = C * d(x(t) - y(t)) / dt \quad (1)$$

Для цифровых входной и выходной последовательностей производная в выражении (1) может быть представлена в виде

$$d(x(t) - y(t)) / dt|_{t=nT} \sim (x(nT) - y(nT) - (x((n-1)T) - y((n-1)T)) / T \quad (2)$$

Подставляя (2) в выражение (1) и решая относительно $y(nT)$, получим

$$y(nT) = a_0 x(nT) + a_1 x((n-1)T) - b_1 y((n-1)T), \quad (3)$$

где $a_0 = 1/(1+T/RC)$; $a_1 = -1/(1+T/RC)$; $b_1 = 1/(1+T/RC)$.

Разностное уравнение (3) может быть использовано для расчёта переходного процесса на выходе фильтра и для построения цифрового фильтра 1-го порядка.

Пусть $T/RC = 0,25$. Тогда $a_0 = 0,8$; $a_1 = -0,8$; $b_1 = 0,8$.

$y(0) = 0,8 - 0,8 \cdot 0 + 0,8 \cdot 0 = 0,8$; $y(1) = 0,8 - 0,8 + 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$... и т. д.

Подставляя (2) в выражение (1) и решая относительно $y(nT)$, получим

$$y(nT) = a_0 x(nT) + a_1 x((n-1)T) - b_1 y((n-1)T), \quad (3)$$

где $a_0 = 1/(1+T/RC)$; $a_1 = -1/(1+T/RC)$; $b_1 = -1/(1+T/RC)$.

Разностное уравнение (3) может быть использовано для расчёта переходного процесса на выходе фильтра и для построения цифрового фильтра 1-го порядка.

Пусть $T/RC = 0,25$. Тогда $a_0 = 0,8$; $a_1 = -0,8$; $b_1 = 0,8$.

$y(0) = 0,8 - 0,8 \cdot 0 + 0,8 \cdot 0 = 0,8$; $y(1) = 0,8 - 0,8 + 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$... и т. д.

Переходная характеристика аналогового фильтра представляет отклик на единичное ступенчатое воздействие, и для RC -цепи определяется по формуле

$$y(t) = e^{-t/RC} \quad (4)$$

Подставляя в выражение (3) цифровую последовательность единичного скачка вида

$$X(nT)=\begin{cases} 1, & \text{при } n \geq 0 \\ 0, & \text{при } n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

получаем переходную характеристику цифрового фильтра.

Подставляя в выражение (3) цифровую последовательность единичного скачка вида

$$X(nT)=\begin{cases} 1, & \text{при } n \geq 0 \\ 0, & \text{при } n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

получаем переходную характеристику цифрового фильтра.

Наряду с переходной характеристикой фильтр может быть описан передаточной функцией, которая определяется выражением

$$H(S)=y(S)/x(S), \quad (6)$$

где $x(S)$ и $y(S)$ – преобразования по Лапласу соответственно входного $x(t)$ и выходного $y(t)$ сигналов.

Передаточная функция цифрового фильтра определяется выражением

$$H(z)=y(z)/x(z), \quad (7)$$

где $x(z)$ и $y(z)$ – z - преобразования соответственно входной и выходной цифровых последовательностей.

Z – преобразование цифровой последовательности $x(nT)$, $n=0,1,\dots$ определяется выражением

$$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty} x(nT)z^{-n}. \quad (8)$$

Обратное z – преобразование определяется контурным интегралом:

$$X(nT)=\frac{1}{2\pi j} \oint x(z)z^{n-1}dz. \quad (9)$$

Применяя z – преобразование к последовательности $x(nT)$ и $y(nT)$ в выражении (3), получим разностное уравнение в виде

$$\underline{Y(z)} = a_0 x(z) + a_1 x(z)z^{-1} - b_1 y(z)z^{-1} . \quad (10)$$

Выражение (10) реализуется схемой цифрового фильтра 1-го порядка, представленной на рис. 2. В этой схеме элемент z^{-1} выполняет задержку цифровой последовательности на один тактовый период T .

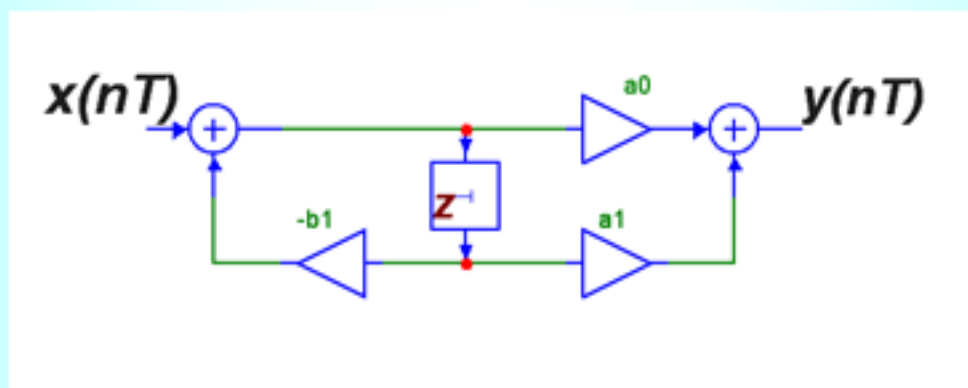


Рис. 2

a_0, a_1, b_1 —коэффициенты, на которые умножаются соответствующие числовые последовательности.

Решая уравнение (10) относительно $y(z)$, получаем выражение

$$y(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 + b_1 z^{-1}} x(z). \quad (11)$$

Из (11) следует выражение для передаточной функции цифрового фильтра 1-го порядка

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 + b_1 z^{-1}}. \quad (12)$$

3. Исходные данные

Исходные данные для расчётов заданы в таблице, A — последняя цифра шифра.

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R, \text{кОм}$	100	200	10	20	40	40	40	40	20	20
$C, \text{мкФ}$	0,01	0,01	0,1	0,1	0,01	0,02	0,02	0,04	0,1	0,2
$T, \text{мс}$	1,0	0,25	0,25	0,25	0,1	0,1	0,2	0,2	0,5	0,5

Примечание: вычисления производить в системе СИ (Ф, Ом, с).

4. Моделирование на ПК

1. Откройте в среде «МС 10 DEMO» файл «ОЛС CR-цепи 0,...», и в режиме «Анализ»→«Переходный процесс»→«Пуск» зафиксировать переходные характеристики аналоговой и цифровой RC-цепей.

2. Измените параметры цифрового фильтра в формуле (12) в соответствии с полученными при расчёте значениями a_0 , a_1 , b_1 , и получите переходные характеристики расчётных аналоговой и цифровой *RC*-цепей.

3. Скопируйте в отчёт переходные характеристики расчётных аналоговой и цифровой *RC*-цепей.

4. Откройте файл «ДифЗв ЦиА 1», и выполните пункты занятия.

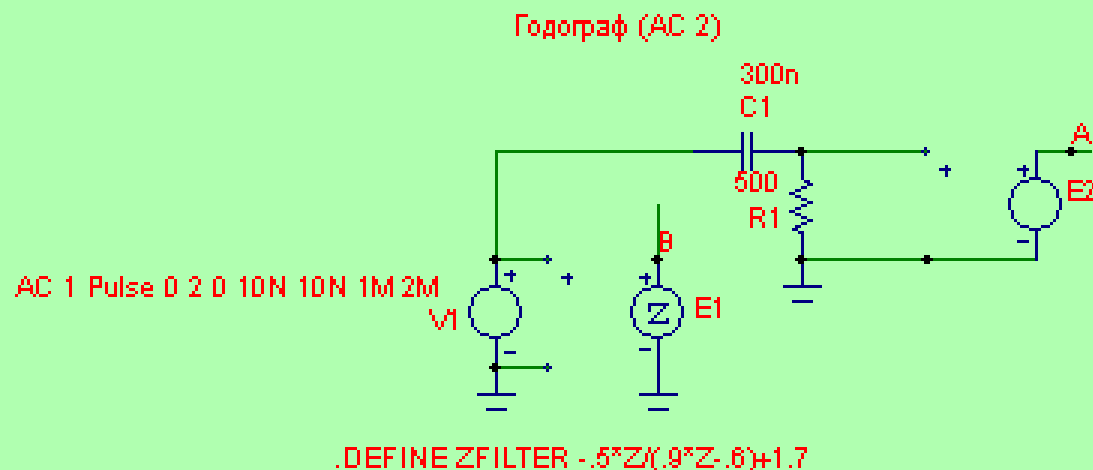
Порядок выполнения работы (ф. "ДифЗв ЦиА 1")

1. Ознакомиться с цифровой и аналоговой схемами дифф. звена-простейшим фильтром высоких частот.
2. Получить переходные характеристики на выходах цифровой и аналоговой схем дифф. звена.

Для этого последовательно "клик": Анализ-Transient-Run (Запустить).

3. Исследовать влияние частоты дискретизации на переходные характеристики цифровой схемы дифф. звена.
4. Переходные характеристики и выводы по работе представить в графическом и текстовом редакторе.

Закрывать эту схему и открыть файл "ДифЗв ЦиА 2"

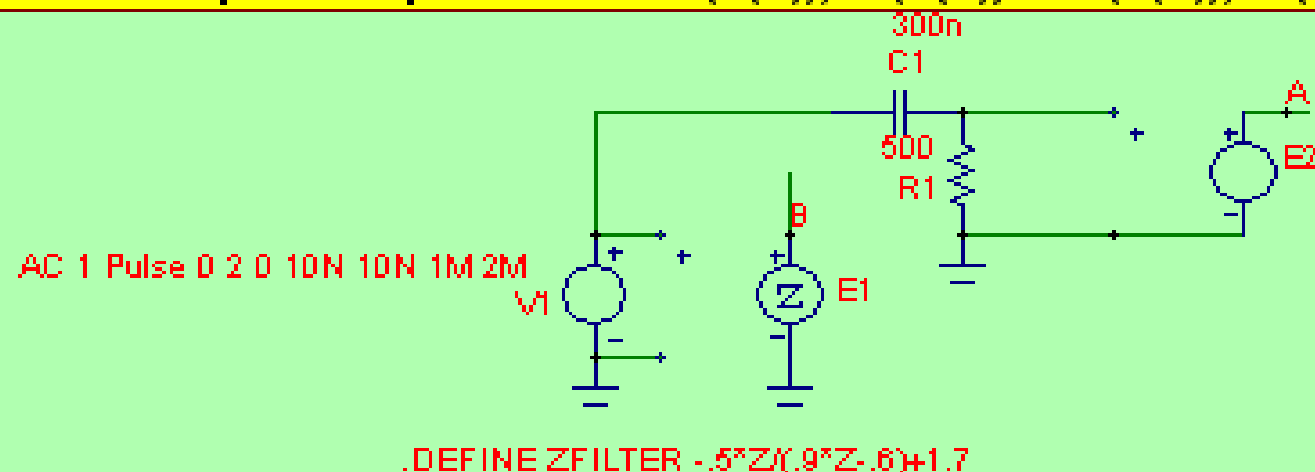


Порядок выполнения работы (ф. "ДифЗв ЦиА 2")

1. Получить годографы цифровой и аналоговой схем дифф. звена.

Для этого последовательно "клик" Анализ-Частотный анализ (AC)-Run (Запустить).

2. Провести измерения пар значений $\text{Re}(V(A))$, $\text{Im}(V(A))$ и $\text{Re}(V(B))$, $\text{Im}(V(B))$.



Измерения проводить на годографах согласно таблицы 1.

Послед. цифра шифра i	0	1	2	...	9
Значения $\text{Re}(V(A))$, $\text{Re}(V(B))$ в точке i	100m	200m	300m...	1v	

3. Вычислить значение АЧХ в точке i по формуле

$$A_i = ((\text{Re}(V(\dots)))^2 + (\text{Im}(V(\dots)))^2)^{1/2}.$$

4. Вычислить значение ФЧХ в точке i по формуле

$$\Phi_i = \text{arctg}(\text{Im}(V(\dots))/\text{Re}(V(\dots)))$$

5. Значения A_i и Φ_i использовать в дальнейших исследованиях.

Закреть эту схему и открыть файл "ДифЗв ЦиА 3"

Порядок выполнения работы (ф. "ДифЗв ЦиА 3")

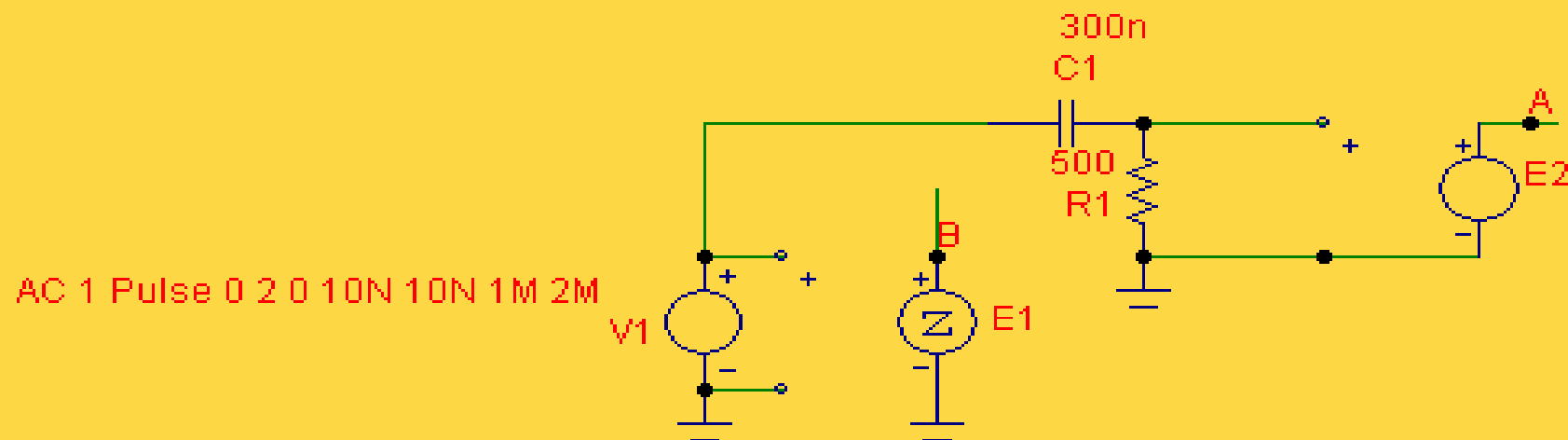
1. Провести анализ Фурье сигналов на выходе цифровой и аналоговой схем дифф. звена.
2. Получить амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) сигнала на выходах цифровой и аналоговой схем дифф. звена при единичном ступенчатом входном воздействии.

Для этого последовательно "клик": Анализ-
-Transient-Run (Запустить);

б) Нажать кнопку "Prt Sc", и скопировать АЧХ в Word
(или Paint);

3. Напечатанные АЧХ входят в отчёт по работе.

Заккрыть эту схему и открыть файл "ДифЗв ЦиА 4"



$$.DEFINE ZFILTER -.5*Z/(.9*Z-.6)+1.7$$

Порядок выполнения работы (ф. "ДифЗв ЦиА 4")

1. Получить АЧХ и ФЧХ цифровой схемы дифф. звена.

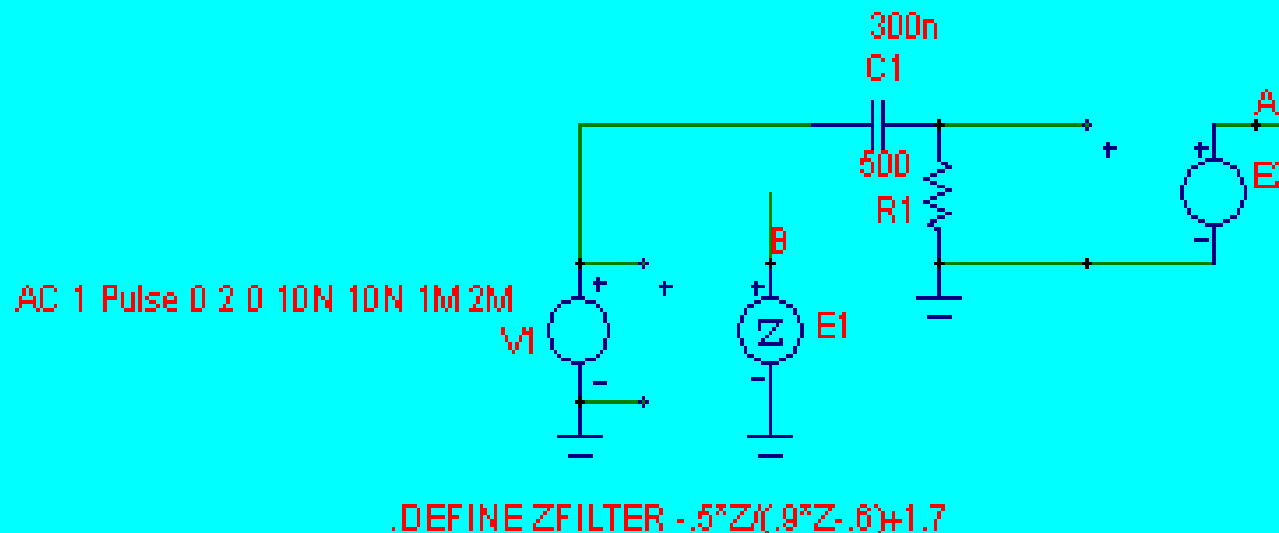
Для этого кликнуть: Анализ-Частотный анализ (AC)-Run;

2. На АЧХ установить значение амплитуды A_i , вычисленной в файле "ДифЗв ЦиА 2", и определить соответствующее значение частоты.

3. На ФЧХ по данной частоте установить значение фазы, которое сравнить с расчётным значением Φ_i , полученным в файле "ДифЗв ЦиА 2".

Сделать выводы по работе в данном файле.

Заккрыть эту схему и открыть файл "ДифЗв ЦиА 5"



Порядок выполнения работы (ф. "ДифЗв ЦиА 5")

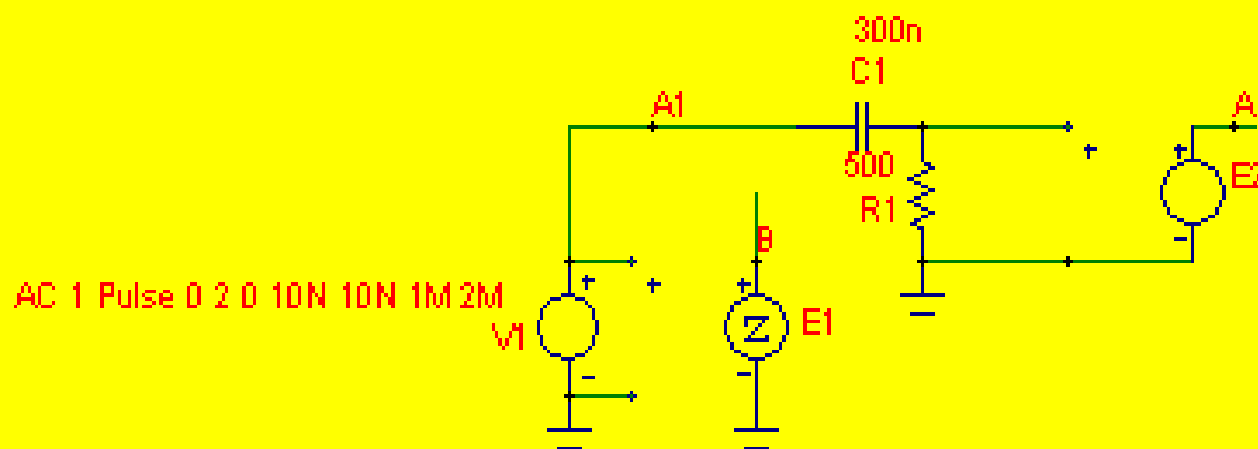
1. Получить АЧХ и ФЧХ аналоговой схемы дифф. звена.

Для этого кликнуть: Анализ-Частотный анализ (AC)-Run;

2. На АЧХ установить значение амплитуды A_i , вычисленной в файле "ДифЗв ЦиА 2", и определить соответствующее значение частоты.

3. На ФЧХ по данной частоте установить значение фазы, которое сравнить с расчётным значением Φ_i , полученным в файле "ДифЗв ЦиА 2".

Сделать выводы по работе в данном файле.



.DEFINE ZFILTER -.5*Z/(.9*Z+.6)+1.7