

Пример задачи.

Задача. Заданы параметры элементов электрической цепи изображенной на рисунке 18: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $x_L = 40 \text{ Ом}$, $x_C = 70 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$ и входное напряжение $U = 50 \text{ В}$. Определите напряжение $\underline{U}_{ab}$, активную и полную мощности. Постройте векторную диаграмму тока и напряжений [9].

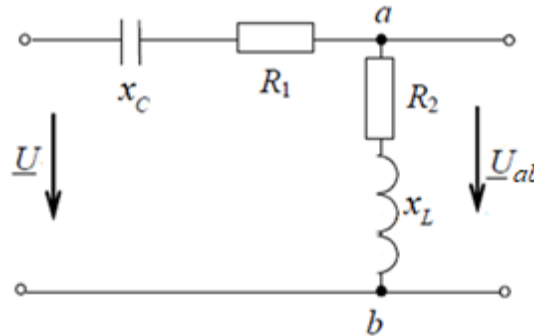


Рисунок 18 – Электрическая цепь [9]

Решение. [9] Расчет цепи ведем комплексным методом. Алгоритм расчета имеет следующий вид: представляем все электрические величины в комплексной форме и определяем комплексный ток цепи $\underline{I}$, далее определяем комплексное напряжение $\underline{U}_{ab}$ на участке цепи ($a - b$) в соответствии с рисунком 18:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}, \quad \underline{U}_{ab} = \underline{I} \underline{Z}_{ab}.$$

Так как задано действующее значение входного напряжения, то, принимая его начальную фазу ψ_U равной нулю, запишем $\underline{U} = Ue^{j0^\circ} = 50e^{j0^\circ} \text{ В}$.

Полное комплексное сопротивление цепи с последовательным соединением элементов $\underline{Z}$ равно сумме комплексных сопротивлений этих элементов

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_C + \underline{Z}_{R_1} + \underline{Z}_{R_2} + \underline{Z}_L = -jx_C + R_1 + R_2 + jx_L = \\ &= R_1 + R_2 + j(x_L - x_C) = 10 + 30 + j(40 - 70) = 40 - j30 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

В показательной форме записи $\underline{Z} = ze^{j\varphi}$

$$z = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом}, \quad \varphi = \arctg \frac{-30}{40} \approx -37^\circ,$$

$$\underline{Z} = ze^{\varphi} = 50e^{-j37^\circ} \text{ Ом.}$$

Определяем комплексный ток цепи:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{50e^{j0^\circ}}{50e^{-j37^\circ}} = 1e^{j37^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное сопротивление на участке цепи (a – b)

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{R_2} + \underline{Z}_L = R_2 + jX_L = 30 + j40 = 50e^{j53^\circ} \text{ Ом,}$$

$$z_{ab} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом, } \varphi_{ab} = \arctg \frac{40}{30} \approx 53^\circ.$$

Находим комплексное напряжение на участке цепи (a – b)

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}\underline{Z}_{ab} = 1e^{j37^\circ} \cdot 50e^{j53^\circ} = 1 \cdot 50e^{j(37+53)} = 50e^{j90^\circ} \text{ В.}$$

Определим активную мощность цепи:

$$P = UI \cos \varphi = 50 \cdot 1 \cos(-37) = 40 \text{ Вт.}$$

Активную мощность цепи можно определить и как

$$P = I^2 (R_1 + R_2) = 1^2 \cdot (10 + 30) = 40 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи равна $S = UI = 50 \cdot 1 = 50 \text{ ВА.}$

Построим векторную диаграмму напряжений и тока цепи в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа и с учетом фазовых сдвигов напряжений на элементах цепи и тока во времени

$$\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L.$$

Комплексные напряжения на элементах:

$$\underline{U}_{R_1} = R_1 \underline{I} = 10 \cdot 1e^{j37^\circ} = 10e^{j37^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_{R_2} = R_2 \underline{I} = 40 \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j37^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_C = \underline{Z}_C \underline{I} = -jX_C \underline{I} = (-j70) \cdot 1e^{j37^\circ} = 70e^{-j90^\circ} \cdot 1e^{j37^\circ} = 70e^{-j53^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{U}_L = \underline{Z}_L \underline{I} = jX_L \underline{I} = j40 \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j90^\circ} \cdot 1e^{j37^\circ} = 40e^{j127^\circ} \text{ В.}$$

Располагаем вектор тока $\underline{I}$ в выбранном масштабе под углом $\psi_I = 37^\circ$ к оси действительных чисел (рисунок 19).

Построение на векторной диаграмме векторов напряжений производим последовательно – к концу одного вектора прикладываем начало следующего

вектора в соответствии с уравнением $\underline{U} = \underline{U}_C + \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L$. Геометрическая сумма всех векторов равна вектору напряжения $\underline{U}$, который располагается вдоль оси вещественных чисел (начальная фаза равна нулю).

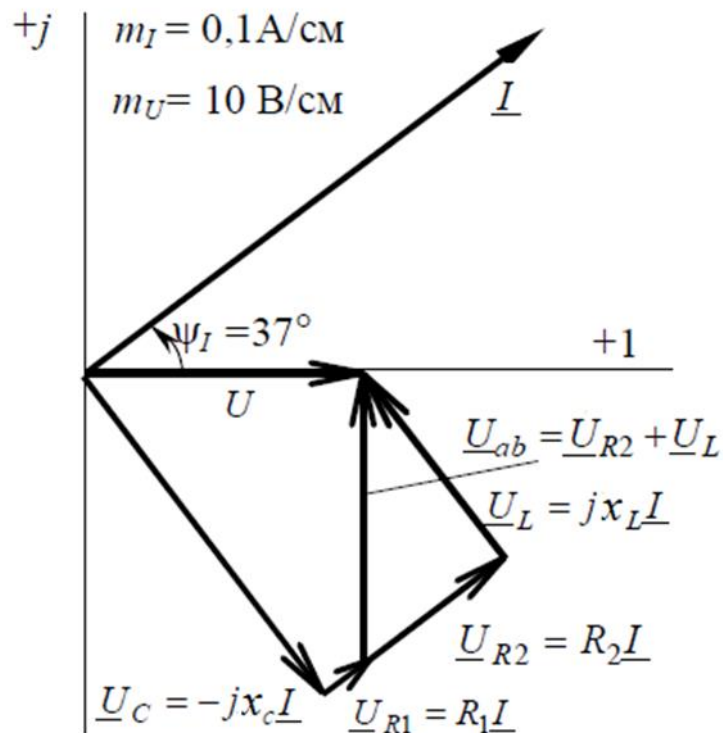


Рисунок 19 – Векторная диаграмма напряжений и тока [9]

Векторы напряжений на резистивных элементах $\underline{U}_{R_1}$ и $\underline{U}_{R_2}$ совпадают по фазе с током и располагаются параллельно вектору тока. Вектор напряжения на емкости $\underline{U}_C$ отстает по фазе от вектора $\underline{I}$ на 90° , а вектор напряжения на индуктивном элементе $\underline{U}_L$ опережает по фазе вектор тока $\underline{I}$ на 90° . Вектор напряжения $\underline{U}_{ab}$ определяется также в соответствии со вторым законом Кирхгофа как $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_L$ и располагается перпендикулярно оси вещественных чисел ($\psi_{U_{ab}} = 90^\circ$).