

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный университет геодезии и картографии»
(МИИГАиК)

Учебно-методическое пособие по дисциплине
ОПТИМИЗАЦИЯ УРАВНИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ:
методические указания по выполнению курсовой работы
для студентов заочной формы обучения

по специальности 21.05.01 Прикладная геодезия
по направлению подготовки 21.03.03 Геодезия и дистанционное зондирование

Составитель: Клыпин И.А., доцент кафедры геодезии, к.т.н.

Рецензенты: Баранов В.Н., зав. кафедрой геодезии и геоинформатики ГУЗ,
д.т.н.
Швец С.В., доцент кафедры геодезии МИИГАиК, к.т.н.

Москва 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ	4
УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ	8
УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА	14
КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	24
РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	26
ПРИЛОЖЕНИЯ	27

ВВЕДЕНИЕ

На II курсе заочного отделения факультета дистанционных форм обучения в курсе "*Оптимизация уравнительных вычислений*" изучаются основы уравнивания геодезических построений по методу наименьших квадратов. Основное внимание уделено двум классическим способам уравнивания геодезических измерений: параметрическому и коррелятному.

В результате изучения первого способа студент выполняет контрольную работу.

В результате изучения второго способа студент выполняет курсовой проект.

При выполнении контрольной работы и курсового проекта студент обязан придерживаться порядка и схем вычислений, данных в настоящем учебно-методическом пособии с приведением всех оговоренных промежуточных вычислений.

В каждом задании переписывается его содержание, делается чертёж сети, приводятся исходные данные и результаты измерений, обязательно указываются все применяемые формулы и даются необходимые пояснения.

Контрольную работу и курсовой проект разрешается выполнять на компьютере и представлять в виде электронного документа в формате PDF с условием, что выполнение заданий также будет представлено в электронном виде (в "*MS Excel*", "*MatLab*", "*MathCAD*", "*MATRIX*" или в любом другом аналогичном программном приложении).

Контрольные работы и курсовые проекты, выполненные не полностью или без соблюдения отмеченных выше требований, рецензентом не рассматриваются.

Все исправления контрольных работ по замечаниям рецензента должны быть выполнены до экзамена.

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Для определения искомых величин $X_1, X_2, \dots, X_k$ независимо измерены величины $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$. Получены результаты $y_1, y_2, \dots, y_n$ измерений с весами $p_1, p_2, \dots, p_n$. При этом $n > k$.

Уравнивание коррелятным способом начинают с выбора исходных условных уравнений связи вида

$$\begin{cases} \varphi_1(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0; \\ \varphi_2(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0; \\ \dots \\ \varphi_r(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0. \end{cases} \quad (1.1)$$

То есть рассматриваются r функций от измеренных величин, причём

$$r = n - k. \quad (1.2)$$

В процессе решения по методу наименьших квадратов находят поправки v_i к результатам y_i измерений. При этом переходят к составлению условных уравнений поправок вида

$$\begin{cases} b_{11}v_1 + b_{12}v_2 + \dots + b_{1n}v_n + w_1 = 0; \\ b_{21}v_1 + b_{22}v_2 + \dots + b_{2n}v_n + w_2 = 0; \\ \dots \\ b_{r1}v_1 + b_{r2}v_2 + \dots + b_{rn}v_n + w_r = 0. \end{cases} \quad (1.3)$$

Для этого вычисляют коэффициенты b_{ji} и невязки w_j условных уравнений поправок как

$$b_{ji} = \frac{\partial \varphi_j(y_1, y_2, \dots, y_n)}{\partial y_i}; \quad (1.4)$$

$$w_j = \varphi_j(y_1, y_2, \dots, y_n). \quad (1.5)$$

В матричном виде система (1.3) условных уравнений поправок может быть представлена как

$$\mathbf{BV} + \mathbf{W} = 0, \quad (1.6)$$

где $\mathbf{B}$ — формируемая матрица коэффициентов условных уравнений поправок размерностью $r \times n$;

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ b_{r1} & b_{r2} & \cdots & b_{rn} \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

$\mathbf{W}$ — формируемый вектор невязок условных уравнений поправок размерностью $r \times 1$:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_r \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

$\mathbf{V}$ — неизвестный вектор поправок к результатам измерений размерностью $n \times 1$:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}. \quad (1.9)$$

Чтобы в конечном счёте найти поправки v_i к результатам измерений, вначале переходят к нормальным уравнениям коррелат, система которых имеет вид

$$\mathbf{N}\mathbf{K} + \mathbf{W} = 0, \quad (1.10)$$

где $\mathbf{N}$ — симметричная матрица коэффициентов нормальных уравнений коррелат размерностью $r \times r$, находится по формуле

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}\mathbf{Q}_Y\mathbf{B}^T, \quad (1.11)$$

$\mathbf{Q}_Y$ — симметричная обратная весовая матрица размерностью $n \times n$, на главной диагонали которой стоят обратные веса q_i и которая в случае, если все результаты y_i измерений принимаются независимыми между собой, является диагональной:

$$\mathbf{Q}_Y = \begin{pmatrix} q_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

$\mathbf{K}$ — неизвестный вектор коррелат размерностью $n \times 1$:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_r \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Решая систему нормальных уравнений поправок, получаем

$$\mathbf{K} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{W}. \quad (1.14)$$

Выражая вектор $\mathbf{W}$ невязок из формулы (1.10) и подставляя полученное выражение в систему (1.6) условных уравнений поправок, можно найти вектор $\mathbf{V}$ поправок к результатам измерений как

$$\mathbf{V} = \mathbf{Q}_Y \mathbf{B}^T \mathbf{K}. \quad (1.15)$$

Теперь несложно перейти к уравненным значениям измеренных величин:

$$\bar{y}_i = y_i + v_i. \quad (1.16)$$

Контроль вычислений заключается в подстановке в исходные уравнения связи (1.1) полученных уравненных значений (1.16) и проверки равенств

$$\varphi_j(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n) = 0. \quad (1.17)$$

Также в качестве контроля можно рассматривать вычисление квадратичной формы Φ по основной и контрольной формулам:

$$\Phi = \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}, \quad (1.18)$$

$$\Phi_{\text{контр.}} = -\mathbf{W}^T \mathbf{K}. \quad (1.19)$$

Сама квадратичная форма Φ используется при оценке точности результатов измерений для нахождения средней квадратической ошибки единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{\Phi}{r}}. \quad (1.20)$$

Обратная весовая матрица уравненных значений измеренных величин определяется как

$$\mathbf{Q}_{\bar{Y}} = \mathbf{Q}_Y - \mathbf{Q}_V, \quad (1.21)$$

где $\mathbf{Q}_V$ — симметричная обратная весовая матрица поправок к результатам измерений размерностью $n \times n$, которая равна

$$\mathbf{Q}_V = \mathbf{Q}_Y \mathbf{B}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{Q}_Y. \quad (1.22)$$

Переход к средним квадратическим ошибкам уравненных значений измеренных величин осуществляется через диагональные элементы обратной весовой матрицы (1.21) как:

$$m_{\bar{y}_i} = \mu \sqrt{(\mathbf{Q}_{\bar{Y}})_{ii}}. \quad (1.23)$$

Чтобы оценить точность уравненных значений искомых величин, то их рассматривают как функции только от уравненных значений измеренных величин. Обратная весовая матрица уравненных значений искомых величин в таком случае находится согласно обобщённой теореме оценки точности:

$$\mathbf{Q}_{\bar{F}} = \mathbf{F} \mathbf{Q}_{\bar{Y}} \mathbf{F}^T, \quad (1.24)$$

где $\mathbf{F}$ — матрица частных производных размерностью $k \times n$, каждый элемент которой равен

$$f_{ji} = \frac{\partial \varphi_j(\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n)}{\partial \bar{y}_i}. \quad (1.25)$$

Переход к средним квадратическим ошибкам уравненных значений искомых величин осуществляется аналогично (1.23), а именно:

$$m_{\bar{f}_j} = \mu \sqrt{(\mathbf{Q}_{\bar{F}})_{jj}}. \quad (1.26)$$

Следует отметить, что в общем случае может потребоваться оценить точность лишь нескольких уравненных значений искомых величин или же таких величин, которые непосредственно не измерялись, но которые также могут рассматриваться как функции от уравненных значений измеренных величин. В таком случае число строк матрицы $\mathbf{F}$ частных производных может не равняться общему числу k измерений, но будет равно числу величин, точность которых необходимо оценить.

После нахождения всех уравненных значений интересующих нас величин и оценки их точности задачу уравнивания можно считать выполненной.

УРАВНИВАНИЕ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ

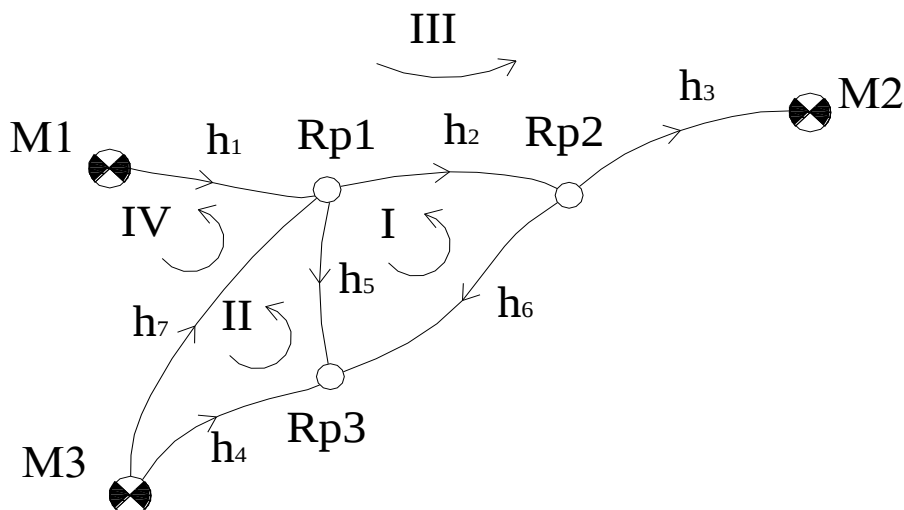


Рис. 1. Схема нивелирной сети.

Пусть измерены семь превышений $h_1, h_2, \dots, h_7$ (рис. 1) и надо определить высоты трёх реперов: Rp 1, Rp 2, Rp 3. Число n измеренных величин в таком случае равно семи, а число k искоемых величин — трём. Высоты опорных пунктов M1, M2 и M3 даны в табл. 1, а измеренные превышения и длины ходов приведены в табл. 2.

Табл. 1 Исходные данные	
Rp	H (м)
M1	100,101
M2	104,220
M3	105,346

Табл. 2 Результаты измерений		
№	h (м)	S (км)
1	+2,088	10,5
2	+3,210	15,2
3	−1,176	8,3
4	+1,780	10,4
5	+4,929	11,6
6	+1,739	13,4
7	−3,150	9,9

Общее число n измерений в рассматриваемой сети равно семи, число k искоемых величин равно трём. Число r избыточных измерений согласно (1.2) равно

$$r = 7 - 3 = 4.$$

Поэтому из множества условных уравнений, возникающих в сети, выберем лишь четыре независимых из них. В нивелирных сетях возникают условные урав-

нения полигонов. В общем виде под каждым из них понимается сумма превышений минус разность отметок высот конечного и начального опорных пунктов в полигоне — и для уравненных значений измеренных величин их можно переписать как

$$\varphi_j = \sum_{i \in j} \bar{h}_i - (H_{\text{кон.},j} - H_{\text{нач.},j}) = 0, \quad (2.1)$$

при этом знак каждого превышения определяется в соответствии с направлением обхода полигона и может не совпадать со знаком полученного измерения.

В рассматриваемой сети остановимся на условных уравнениях для двух разомкнутых и двух замкнутых полигонов, которые обозначены римскими цифрами на рисунке 1 (с указанием направления их обхода):

$$\begin{cases} \varphi_1 = -\bar{h}_2 + \bar{h}_5 - \bar{h}_6 & = 0; \\ \varphi_2 = \bar{h}_4 - \bar{h}_5 - \bar{h}_7 & = 0; \\ \varphi_3 = \bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 - (H_{M2} - H_{M1}) & = 0; \\ \varphi_4 = -\bar{h}_1 + \bar{h}_7 - (H_{M1} - H_{M3}) & = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Условные уравнения поправок согласно (1.3) будут иметь вид

$$\begin{cases} -v_2 & +v_5 - v_6 & +w_1 = 0; \\ & +v_4 - v_5 & -v_7 + w_2 = 0; \\ +v_1 + v_2 + v_3 & & +w_3 = 0; \\ -v_1 & & +v_7 + w_4 = 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

Невязки w_j условных уравнений поправок согласно (1.5) будут равны

$$\begin{aligned} w_1 &= -h_2 + h_5 - h_6 = -0,020 \text{ м}; \\ w_2 &= h_4 - h_5 - h_7 = -0,001 \text{ м}; \\ w_3 &= h_1 + h_2 + h_3 - (H_{M2} - H_{M1}) = -0,003 \text{ м}; \\ w_4 &= -h_1 + h_7 - (H_{M1} - H_{M3}) = -0,007 \text{ м}. \end{aligned}$$

Тогда матрица **В** коэффициентов и вектор **W** невязок условных уравнений поправок будут равны

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} -0,020 \text{ м} \\ -0,001 \text{ м} \\ -0,003 \text{ м} \\ -0,007 \text{ м} \end{pmatrix}.$$

Назначим веса p_i измеренным превышениям, приняв за единицу веса результат измерения, который мог быть получен по ходу длиной 10 км, тогда обратные веса

$$q_i = \frac{1}{p_i} = \frac{S_{\text{км},i}}{C}, \quad (2.4)$$

при

$$C = 10 \text{ км}$$

и обратная весовая матрица

$$Q_Y = \begin{pmatrix} 1,05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1,52 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0,08 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1,04 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1,16 & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & & & 1,33 & 0 \\ & & & & & & 0,99 \end{pmatrix}.$$

Далее вычисляем матрицу **N** коэффициентов и вектор **K** коррелат нормальных уравнений коррелат по формулам (1.11) и (1.13)¹:

$$N = \begin{pmatrix} 4,01 & -1,16 & -1,52 & 0,00 \\ & 3,19 & 0,00 & -0,99 \\ & & 3,40 & -1,05 \\ \text{sim.} & & & 2,04 \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} +0,006 \text{ м} \\ +0,001 \text{ м} \\ +0,001 \text{ м} \\ -0,002 \text{ м} \end{pmatrix}.$$

Вектор **V** поправок к результатам измерений рассчитаем по формуле (1.15):

$$V = \begin{pmatrix} +0,004 \text{ м} \\ -0,007 \text{ м} \\ +0,001 \text{ м} \\ +0,001 \text{ м} \\ +0,005 \text{ м} \\ -0,007 \text{ м} \\ -0,003 \text{ м} \end{pmatrix}.$$

¹ Элементы, стоящие на главной диагонали матрицы **N** коэффициентов нормальных уравнений коррелат, являются обратными весами невязок условных уравнений поправок. Поэтому в приводимых матрицах знак у этих элементов опущен. То же самое касается обратных весовых матриц. Недиагональные элементы этих матриц связаны с коэффициентом корреляции между рассматриваемыми величинами, поэтому могут быть как положительными, так и отрицательными.

Получим теперь уравненные превышения согласно(1.16):

$$\begin{aligned}\bar{h}_1 &= +2,088 \text{ м} + 0,004 \text{ м} = +2,092 \text{ м}; \\ \bar{h}_2 &= +3,210 \text{ м} - 0,007 \text{ м} = +3,203 \text{ м}; \\ \bar{h}_3 &= -1,176 \text{ м} + 0,001 \text{ м} = -1,175 \text{ м}; \\ \bar{h}_4 &= +1,780 \text{ м} + 0,001 \text{ м} = +1,781 \text{ м}; \\ \bar{h}_5 &= +4,929 \text{ м} + 0,005 \text{ м} = +4,934 \text{ м}; \\ \bar{h}_6 &= +1,739 \text{ м} - 0,007 \text{ м} = +1,732 \text{ м}; \\ \bar{h}_7 &= -3,150 \text{ м} - 0,003 \text{ м} = -3,153 \text{ м}.\end{aligned}$$

Выполним контроль вычислений согласно (1.17), подставив уравненные значения в исходные уравнения связи (2.2):

$$\begin{aligned}-\bar{h}_2 + \bar{h}_5 - \bar{h}_6 &= -3,203 \text{ м} + 4,934 \text{ м} - 1,732 \text{ м} = 0, \\ \bar{h}_4 - \bar{h}_5 - \bar{h}_7 &= 1,781 \text{ м} - 4,934 \text{ м} + 3,153 \text{ м} = 0, \\ \bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 - (H_{M2} - H_{M1}) &= \\ = 2,092 \text{ м} + 3,203 \text{ м} - 1,175 \text{ м} - (104,220 \text{ м} - 100,101 \text{ м}) &= 0, \\ -\bar{h}_1 + \bar{h}_7 - (H_{M1} - H_{M3}) &= -2,092 \text{ м} - 3,153 \text{ м} - (100,101 \text{ м} - 105,346 \text{ м}) = 0.\end{aligned}$$

Контроль выполняется — следовательно, ошибок при вычислениях допущено не было.

Теперь вычислим квадратичную форму Φ по основной (1.18) и контрольной (1.19) формулам:

$$\begin{aligned}\Phi &= 1,26 \times 10^{-4} \text{ м}^2; \\ \Phi_{\text{контр.}} &= 1,26 \times 10^{-4} \text{ м}^2.\end{aligned}$$

Полученные значения также совпали, то есть выполняется ещё один из возможных контролей вычислений.

Средняя квадратическая ошибка единицы веса будет вычисляться по формуле Бесселя (1.20) и окажется равна

$$\mu = \sqrt{\frac{1,26 \times 10^{-4}}{7 - 3}} = 5,6 \text{ мм}.$$

Средняя квадратическая ошибка измерения превышения по ходу длиной 1 км определяется по формуле

$$m_{\text{км}} = \frac{\mu}{\sqrt{C}} \quad (2.5)$$

и равна

$$m_{\text{км}} = \frac{5,6 \text{ мм}}{\sqrt{10}} = 1,8 \text{ мм.} \quad (2.6)$$

Оценим теперь точность уравненных превышений по формулам (1.21–1.22). Обратная весовая матрица поправок к результатам измерений будет равна

$$Q_V = \begin{pmatrix} 0,70 & +0,22 & +0,13 & -0,16 & +0,20 & -0,02 & -0,35 \\ & 0,96 & +0,34 & -0,02 & -0,24 & +0,31 & +0,22 \\ & & 0,36 & +0,18 & +0,05 & -0,29 & +0,13 \\ & & & 0,55 & -0,34 & -0,31 & -0,16 \\ & & & & 0,63 & -0,29 & +0,20 \\ & \text{sim.} & & & & 0,73 & -0,35 \\ & & & & & & 0,68 \end{pmatrix},$$

а обратная весовая матрица уравненных превышений —

$$Q_{\bar{Y}} = \begin{pmatrix} 0,35 & -0,22 & -0,13 & +0,16 & -0,20 & +0,02 & +0,35 \\ & 0,55 & -0,34 & +0,02 & +0,24 & -0,31 & -0,22 \\ & & 0,47 & -0,18 & -0,05 & +0,29 & -0,13 \\ & & & 0,50 & +0,34 & +0,31 & +0,16 \\ & & & & 0,53 & +0,29 & -0,20 \\ & \text{sim.} & & & & 0,60 & +0,35 \\ & & & & & & 0,35 \end{pmatrix}.$$

Их средние квадратические ошибки согласно (1.23) будут равны:

$$\begin{aligned} m_{\bar{h}_1} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,35} = 3,3 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_2} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,55} = 4,2 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_3} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,47} = 3,8 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_4} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,50} = 4,0 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_5} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,53} = 4,1 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_6} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,60} = 4,3 \text{ мм;} \\ m_{\bar{h}_7} &= 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,35} = 3,3 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Чтобы найти уравненные отметки высот определяемых пунктов, представим их как функции от уравненных превышений, например:

$$\bar{H}_{\text{Rp1}} = H_{\text{M1}} + \bar{h}_1 = 100,101 \text{ м} + 2,092 \text{ м} = 102,193 \text{ м};$$

$$\bar{H}_{\text{Rp2}} = H_{\text{M2}} - \bar{h}_3 = 104,220 \text{ м} + 1,175 \text{ м} = 105,395 \text{ м};$$

$$\bar{H}_{\text{Rp3}} = H_{\text{M3}} + \bar{h}_4 = 105,346 \text{ м} + 1,781 \text{ м} = 107,127 \text{ м}.$$

Чтобы оценить их точность, вычислим их обратную весовую матрицу согласно (1.24). Матрица **F** частных производных в таком случае окажется равной

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{F}}} = \begin{pmatrix} 0,35 & +0,13 & +0,16 \\ & 0,47 & +0,18 \\ \text{sim.} & & 0,50 \end{pmatrix},$$

а средние квадратические ошибки уравнированных отметок высот определяемых пунктов согласно (1.26) будут равны:

$$m_{\bar{H}_{\text{Rp1}}} = 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,35} = 3,3 \text{ мм};$$

$$m_{\bar{H}_{\text{Rp2}}} = 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,47} = 3,8 \text{ мм};$$

$$m_{\bar{H}_{\text{Rp3}}} = 5,6 \text{ мм} \times \sqrt{0,50} = 4,0 \text{ мм}.$$

УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

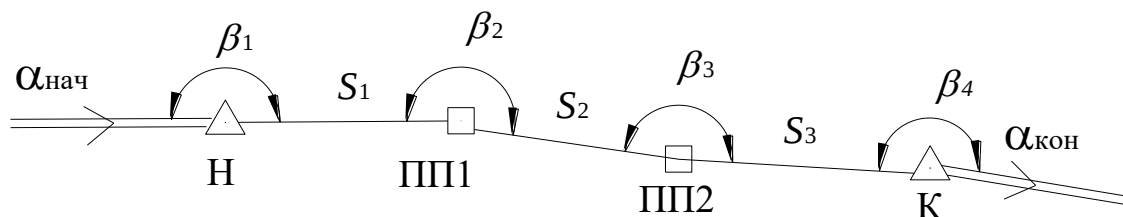


Рис. 2. Схема полигонометрического хода.

Пусть измерены четыре угла поворота $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ и три стороны s_1, s_2, s_3 (рис. 2). Необходимо определить координаты двух пунктов: ПП1 и ПП2. Координаты опорных пунктов Н и К, а также исходные дирекционные углы даны в таблице 3, измеренные углы поворота и длины сторон приведены в таблице 4.

Табл. 3 Исходные данные		
	Х (м)	У (м)
Н	5419,866	8258,602
К	6384,933	8518,732
$\alpha_{\text{нач.}}$	84°57'10,7"	
$\alpha_{\text{кон.}}$	296°02'16,1"	

Табл. 4 Результаты измерений	
β_1	192°43'20,5"
β_2	107°19'32,8"
β_3	85°48'48,4"
β_4	185°13'17,6"
s_1	893,244 м
s_2	793,531 м
s_3	1027,509 м

Заметим, если в полигонометрическом ходе с угловой привязкой k_1 определяемых пунктов, то число k искоемых величин равно $2k_1$, так как для каждого пункта нужно определить его плановые координаты. Число n_β измеренных углов в полигонометрическом ходе всегда равно $(k_1 + 2)$, а число n_s измеренных сторон — $(k_1 + 1)$. Следовательно, число r избыточных измерений всегда равно

$$r = (n_\beta + n_s) - k = (k_1 + 2) + (k_1 + 1) - 2k_1 = 3,$$

то есть в любом полигонометрическом ходе с угловой привязкой возникает лишь три независимых условных уравнения, которым, в конечном счёте, должны удовлетворять уравненные значения измеренных величин:

- 1) условие дирекционного угла — разность дирекционного угла конечного направления с его значением, вычисленным по измеренным величинам и дирекционному углу начального направления:

$$\varphi_1 = \alpha_{\text{нач.}} + \sum_{i=1}^{n_\beta} \bar{\beta}_i - 180^\circ \cdot n_\beta - \alpha_{\text{кон.}} = 0; \quad (3.2)$$

2) координатное условие (для абсцисс) — сумма приращений координат ΔX_i минус разность координат X конечного и начального пунктов:

$$\varphi_2 = \sum_{i=1}^{n_s} \bar{s}_i \cos \bar{\alpha}_i - (X_{\text{кон.}} - X_{\text{нач.}}) = 0; \quad (3.3)$$

3) координатное условие (для ординат) — сумма приращений координат ΔY_i минус разность координат Y конечного и начального пунктов:

$$\varphi_3 = \sum_{i=1}^{n_s} \bar{s}_i \sin \bar{\alpha}_i - (Y_{\text{кон.}} - Y_{\text{нач.}}) = 0. \quad (3.4)$$

Формулы для вычисления коэффициентов b_{ji} условных уравнений поправок при этом удобнее свести в табл. 5. Результаты промежуточных вычислений $\alpha_i^{(0)}$, $X_i^{(0)}$ и $Y_i^{(0)}$ найдём по измеренным углам поворота и длинам сторон по формулам:

$$X_i^{(0)} = X_{i-1}^{(0)} + \Delta X_i^{(0)}; \quad (3.5)$$

$$Y_i^{(0)} = Y_{i-1}^{(0)} + \Delta Y_i^{(0)};$$

$$\Delta X_i^{(0)} = s_i \cos \alpha_i^{(0)}; \quad (3.6)$$

$$\Delta Y_i^{(0)} = s_i \sin \alpha_i^{(0)};$$

$$\alpha_i^{(0)} = \alpha_{i-1}^{(0)} + \beta_i - 180^\circ. \quad (3.7)$$

Для этого заполним табл. 6.

Невязки w_j условных уравнений поправок согласно (1.5) будут равны

$$w_1 = \alpha_{\text{нач.}} + \sum_{i=1}^{n_\beta} \beta_i - 180^\circ \cdot n_\beta - \alpha_{\text{кон.}}; \quad (3.8)$$

$$w_2 = \sum_{i=1}^{n_s} s_i \cos \alpha_i^{(0)} - (X_{\text{кон.}} - X_{\text{нач.}}); \quad (3.9)$$

$$w_3 = \sum_{i=1}^{n_s} s_i \sin \alpha_i^{(0)} - (Y_{\text{кон.}} - Y_{\text{нач.}}). \quad (3.10)$$

Тогда матрица **B** коэффициентов и вектор **W** невязок условных уравнений поправок будут равны

$$\mathbf{B} = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,1261\frac{\text{см}}{''} & +0,3031\frac{\text{см}}{''} & +0,4657\frac{\text{см}}{''} & 0 & -0,13356 & +0,90630 & +0,35537 \\ +0,4679\frac{\text{см}}{''} & +0,5257\frac{\text{см}}{''} & +0,1770\frac{\text{см}}{''} & 0 & +0,99104 & +0,42264 & -0,93472 \end{array} \right),$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} -6,1'' \\ -7,2 \text{ см} \\ +3,7 \text{ см} \end{pmatrix}.$$

В предположении, что все длины сторон измерены равноточно, а все углы поворота измерены равноточно и независимо между собой, назначим веса p_i измерений, приняв за единицу веса результат измерения одной стороны и полагая, что соотношение средних квадратических ошибок m_β угловых и m_s линейных измерений известно достаточно надёжно и

$$\begin{aligned} m_\beta &= 2'', \\ m_s &= 2 \text{ см}. \end{aligned}$$

Тогда веса назначаются согласно формуле

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}, \quad (3.12)$$

обратные веса

$$q_i = \frac{1}{p_i}, \quad (3.13)$$

и при

$$\mu = m_s, \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} q_{\beta_i} &= \frac{m_\beta^2}{m_s^2} = \frac{4''^2}{4 \text{ см}^2} = 1 \frac{''^2}{\text{см}^2}, \\ q_{s_i} &= \frac{m_s^2}{m_s^2} = 1, \end{aligned}$$

и обратная весовая матрица $\mathbf{Q}_Y$ окажется единичной. Тогда везде далее умножение на $\mathbf{Q}_Y$ можно будет опустить. Однако не все элементы этой матрицы, стоящие на главной диагонали, будут являться безразмерными величинами, что следует учитывать при всех последующих вычислениях:

$$\mathbf{Q}_Y = \begin{pmatrix} 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1\frac{''^2}{\text{см}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & & & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & & & & 1 \end{pmatrix} -$$

здесь угловые измерения занумерованы первыми, а линейные — последними.

Далее вычисляем матрицу $\mathbf{N}$ коэффициентов и вектор $\mathbf{K}$ коррелят нормальных уравнений коррелят по формулам (1.11) и (1.13):

$$\mathbf{N} = \left(\begin{array}{c|cc} 4,0000\frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,6426\frac{''}{\text{см}} & +1,1706\frac{''}{\text{см}} \\ \hline & 1,2901 & +0,1012 \\ \text{sim.} & & 2,5611 \end{array} \right), \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} +1,4\frac{\text{см}^2}{''} \\ +5,1\text{ см} \\ -2,3\text{ см} \end{pmatrix}.$$

Вектор $\mathbf{V}$ поправок к результатам измерений рассчитаем по формуле (1.15):

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} -0,3'' \\ +1,7'' \\ +3,3'' \\ +1,4'' \\ -2,9\text{ см} \\ +3,6\text{ см} \\ +3,9\text{ см} \end{pmatrix}.$$

Получим теперь уравненные углы поворота и длины сторон согласно (1.16):

$$\begin{aligned}\bar{\beta}_1 &= 192^\circ 43' 20,5'' - 0,3'' = 192^\circ 43' 20,2''; \\ \bar{\beta}_2 &= 107^\circ 19' 32,8'' + 1,7'' = 107^\circ 19' 34,5''; \\ \bar{\beta}_3 &= 85^\circ 48' 48,4'' + 3,3'' = 85^\circ 48' 51,7''; \\ \bar{\beta}_4 &= 185^\circ 13' 17,6'' + 1,4'' = 185^\circ 13' 19,0''; \\ \bar{s}_1 &= 893,244 \text{ м} - 2,9 \text{ см} = 893,215 \text{ м}; \\ \bar{s}_2 &= 793,531 \text{ м} + 3,6 \text{ см} = 793,567 \text{ м}; \\ \bar{s}_3 &= 1027,509 \text{ м} + 3,9 \text{ см} = 1027,548 \text{ м}.\end{aligned}$$

Выполним контроль вычислений согласно (1.17), подставив уравненные значения в исходные уравнения связи (3.2)–(3.4) и рассчитав уравненные значения дирекционных углов α_i сторон полигонометрического хода по формуле:

$$\bar{\alpha}_i = \bar{\alpha}_{i-1} + \bar{\beta}_i - 180^\circ. \quad (3.15)$$

Тогда

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_1 &= \alpha_{\text{нач.}} + \bar{\beta}_1 - 180^\circ = 84^\circ 57' 10,7'' + 192^\circ 43' 20,2'' - 180^\circ = 97^\circ 40' 30,9''; \\ \bar{\alpha}_2 &= \bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_2 - 180^\circ = 97^\circ 40' 30,9'' + 107^\circ 19' 34,5'' - 180^\circ = 25^\circ 00' 05,4''; \\ \bar{\alpha}_3 &= \bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_3 - 180^\circ = 25^\circ 00' 05,4'' + 85^\circ 48' 51,7'' - 180^\circ = -69^\circ 11' 02,9''.\end{aligned}$$

В итоге получим

$$\begin{aligned}\alpha_{\text{нач.}} + \sum_{i=1}^{n_\beta} \bar{\beta}_i - 180^\circ \cdot n_\beta - \alpha_{\text{кон.}} &= \\ &= 84^\circ 57' 10,7'' + (192^\circ 43' 20,2'' + 107^\circ 19' 34,5'' + 85^\circ 48' 51,7'' + 185^\circ 13' 19,0'') - \\ &- 180^\circ \cdot 4 - 296^\circ 02' 16,1'' = -360^\circ 00' 00,0''; \\ \sum_{i=1}^{n_s} \bar{s}_i \cos \bar{\alpha}_i - (X_{\text{кон.}} - X_{\text{нач.}}) &= \\ &= 893,215 \text{ м} \cdot \cos 97^\circ 40' 30,9'' + 793,567 \text{ м} \cdot \cos 25^\circ 00' 05,4'' + \\ &+ 1027,548 \text{ м} \cdot \cos 290^\circ 48' 57,1'' - (6384,933 \text{ м} - 5419,866 \text{ м}) = 0; \\ \sum_{i=1}^{n_s} \bar{s}_i \sin \bar{\alpha}_i - (Y_{\text{кон.}} - Y_{\text{нач.}}) &= \\ &= 893,215 \text{ м} \cdot \sin 97^\circ 40' 30,9'' + 793,567 \text{ м} \cdot \sin 25^\circ 00' 05,4'' + \\ &+ 1027,548 \text{ м} \cdot \sin 290^\circ 48' 57,1'' - (8518,732 \text{ м} - 8258,602 \text{ м}) = 0.\end{aligned}$$

Контроль выполняется — следовательно, ошибок при вычислениях допущено не было.

Теперь вычислим квадратичную форму Φ по основной (1.18) и контрольной (1.19) формулам:

$$\begin{aligned}\Phi &= 5,3 \times 10^{-3} \text{ м}^2; \\ \Phi_{\text{контр.}} &= 5,3 \times 10^{-3} \text{ м}^2.\end{aligned}$$

Полученные значения также совпали, то есть выполняется ещё один из возможных контролей вычислений.

Средняя квадратическая ошибка линейных измерений, в нашем случае рассматриваемая также как средняя квадратическая ошибка единицы веса, будет вычисляться по формуле Бесселя (1.20) и окажется равна

$$\mu = m_s = \sqrt{\frac{5,3 \times 10^{-3} \text{ м}^2}{3}} = 4,2 \text{ см.}$$

Тогда средняя квадратическая ошибка угловых измерений —

$$m_\beta = 4,2''.$$

Оценим теперь точность уравненных углов поворота и длин сторон по формулам (1.21–1.22). Обратная весовая матрица поправок к результатам измерений будет равна

$$Q_v = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 0,33 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,23 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,17 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,27 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,10 \frac{''}{\text{см}} & -0,18 \frac{''}{\text{см}} & -0,15 \frac{''}{\text{см}} \\ & 0,29 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,28 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,20 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,09 \frac{''}{\text{см}} & +0,16 \frac{''}{\text{см}} & -0,06 \frac{''}{\text{см}} \\ & & 0,33 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +0,22 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,08 \frac{''}{\text{см}} & +0,21 \frac{''}{\text{см}} & +0,13 \frac{''}{\text{см}} \\ & & & 0,31 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,12 \frac{''}{\text{см}} & -0,19 \frac{''}{\text{см}} & +0,08 \frac{''}{\text{см}} \\ \hline & & & & 0,45 & +0,11 & -0,44 \\ & \text{sim.} & & & & 0,80 & +0,07 \\ & & & & & & +0,48 \end{array} \right)$$

а обратная весовая матрица уравненных углов поворота и длин сторон —

$$Q_{\bar{Y}} = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 0,67 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,23 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,17 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,27 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,10 \frac{''}{\text{см}} & +18,5 \frac{''}{\text{см}} & +14,9 \frac{''}{\text{см}} \\ & 0,71 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,28 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,20 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,09 \frac{''}{\text{см}} & -16,2 \frac{''}{\text{см}} & + 5,7 \frac{''}{\text{см}} \\ & & 0,67 \frac{''^2}{\text{см}^2} & -0,25 \frac{''^2}{\text{см}^2} & + 7,6 \frac{''}{\text{см}} & -21,2 \frac{''}{\text{см}} & -13,0 \frac{''}{\text{см}} \\ & & & 0,69 \frac{''^2}{\text{см}^2} & +11,7 \frac{''}{\text{см}} & +19,0 \frac{''}{\text{см}} & - 7,7 \frac{''}{\text{см}} \\ \hline & & & & 0,55 & -0,11 & +0,44 \\ & \text{sim.} & & & & 0,20 & -0,07 \\ & & & & & & 0,52 \end{array} \right)$$

Их средние квадратические ошибки согласно (1.23) будут равны:

$$m_{\bar{\beta}_1} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,67 \frac{''^2}{\text{см}^2}} = 3,4'';$$

$$m_{\bar{\beta}_2} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,71 \frac{''^2}{\text{см}^2}} = 3,5'';$$

$$m_{\bar{\beta}_3} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,67 \frac{''^2}{\text{см}^2}} = 3,4'';$$

$$m_{\bar{\beta}_4} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,69 \frac{''^2}{\text{см}^2}} = 3,5'';$$

$$m_{\bar{s}_1} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,55} = 3,1 \text{ см};$$

$$m_{\bar{s}_2} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,20} = 1,9 \text{ см};$$

$$m_{\bar{s}_3} = 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,52} = 3,0 \text{ см}.$$

Чтобы найти уравненные координаты определяемых пунктов, представим их как функции от уравненных измерений, например:

$$\bar{X}_i = X_{\text{нач.}} + \sum_{i=1}^i \bar{s}_i \cos \bar{\alpha}_i, \quad (3.16)$$

$$\bar{Y}_i = Y_{\text{нач.}} + \sum_{i=1}^i \bar{s}_i \sin \bar{\alpha}_i \quad (3.17)$$

ИЛИ

$$\begin{aligned} \bar{X}_i &= \bar{X}_{i-1} + \Delta \bar{X}_i, \\ \bar{Y}_i &= \bar{Y}_{i-1} + \Delta \bar{Y}_i, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где

$$\begin{aligned}\Delta \bar{X}_i &= \bar{s}_i \cos \bar{\alpha}_i, \\ \Delta \bar{Y}_i &= \bar{s}_i \sin \bar{\alpha}_i,\end{aligned}\tag{3.19}$$

Для этого полностью заполним табл. 7.

Чтобы оценить их точность, вычислим их обратную весовую матрицу согласно (1.24). Элементы матрица **F** частных производных в таком случае будут определяться по формулам, представленным в табл. 8. Тогда

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -0,4292 \frac{\text{см}}{\text{''}} & 0 & 0 & 0 & -0,13357 & 0 & 0 \\ -0,0578 \frac{\text{см}}{\text{''}} & 0 & 0 & 0 & +0,99104 & 0 & 0 \\ -0,5918 \frac{\text{см}}{\text{''}} & -0,1626 \frac{\text{см}}{\text{''}} & 0 & 0 & -0,13356 & +0,90630 & 0 \\ +0,2908 \frac{\text{см}}{\text{''}} & +0,3487 \frac{\text{см}}{\text{''}} & 0 & 0 & +0,99104 & +0,42264 & 0 \end{pmatrix}.$$

а

$$\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{F}}} = \begin{pmatrix} 0,1217 & -0,0141 & +0,0900 & -0,0976 \\ & 0,5537 & -0,0918 & +0,4256 \\ & & 0,2400 & -0,1449 \\ \text{sim.} & & & 0,4506 \end{pmatrix}.$$

Средние квадратические ошибки уравненных координат определяемых пунктов в таком случае согласно (1.26) будут равны:

$$\begin{aligned}m_{\bar{X}_{\text{ПП1}}} &= 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,1217} = 1,5 \text{ см}; \\ m_{\bar{Y}_{\text{ПП1}}} &= 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,5537} = 3,1 \text{ см}; \\ m_{\bar{X}_{\text{ПП2}}} &= 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,2400} = 2,1 \text{ см}; \\ m_{\bar{Y}_{\text{ПП2}}} &= 4,2 \text{ см} \times \sqrt{0,4506} = 2,8 \text{ см}.\end{aligned}$$

Табл. 7. Вычисление уравненных значений координат определяемых пунктов

	$\bar{\beta}_i$	$\bar{s}_i$ (м)	$\bar{\alpha}_i$	$\cos \bar{\alpha}_i$	$\sin \bar{\alpha}_i$	$\Delta \bar{X}_i$ (м)	$\Delta \bar{Y}_i$ (м)	$\bar{X}_i$ (м)	$\bar{Y}_i$ (м)
			<u>84°57'10,7"</u>						
Н	<u>192°43'20,2"</u>							<u>5419,866</u>	<u>8258,602</u>
		<u>893,215</u>	97°40'30,9"	−0,133558	+0,991041	−119,296	+885,213		
ПП1	<u>107°19'34,5"</u>							5300,570	9143,815
		<u>793,567</u>	25°00'05,4"	+0,906297	+0,422642	+719,207	+335,395		
ПП2	<u>85°48'51,7"</u>							6019,777	9479,210
		<u>1027,548</u>	290°48'57,1"						
Примечание. Подчёркиванием выделены исходные данные и уравненные значения измеренных величин.									

Табл. 8. Формулы для вычисления элементов f_{ij} матрицы **F** частных производных функций от измеренных величин

$\partial f_j / \partial y_i$	$\partial \beta_1$	$\partial \beta_2$	$\partial \beta_3$	$\partial \beta_4$	∂s_1	∂s_2	∂s_3
$\partial X_{\text{ПП1}}$	$-\frac{(\bar{Y}_{\text{ПП1}} - Y_{\text{Н}})}{\varrho}$	0	0	0	$+\cos \bar{\alpha}_1$	0	0
$\partial Y_{\text{ПП1}}$	$+\frac{(\bar{X}_{\text{ПП1}} - X_{\text{Н}})}{\varrho}$	0	0	0	$+\sin \bar{\alpha}_1$	0	0
$\partial X_{\text{ПП2}}$	$-\frac{(\bar{Y}_{\text{ПП2}} - Y_{\text{Н}})}{\varrho}$	$-\frac{(\bar{Y}_{\text{ПП2}} - \bar{Y}_{\text{ПП1}})}{\varrho}$	0	0	$+\cos \bar{\alpha}_1$	$+\cos \bar{\alpha}_2$	0
$\partial Y_{\text{ПП2}}$	$+\frac{(\bar{X}_{\text{ПП2}} - X_{\text{Н}})}{\varrho}$	$+\frac{(\bar{X}_{\text{ПП2}} - \bar{X}_{\text{ПП1}})}{\varrho}$	0	0	$+\sin \bar{\alpha}_1$	$+\sin \bar{\alpha}_2$	0

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

Задание №1. Выполнить по методу наименьших квадратов коррелятным способом уравнивание нивелирной сети, содержащей *четыре* определяемых пункта и состоящей из *девяти* ходов. В результате уравнивания должны быть получены уравненные отметки определяемых реперов $\bar{H}_j$, уравненные превышения $\bar{h}_i$ и их средние квадратические ошибки $m_{\bar{H}_j}$ и $m_{\bar{h}_i}$, а также средняя квадратическая ошибка $m_{\text{км}}$ определения превышения по ходу длиной 1 км.

Исходные данные берутся из приложения А. Конфигурация исходной сети определяется по последней цифре шифра. Предпоследняя цифра шифра соответствует тому ходу, который отсутствует в выполняемом варианте. Если отсутствующий ход оказывается единственным, соединяющим один из опорных реперов со всей остальной сетью, то этот пункт считается также отсутствующим. Например, для шифра, оканчивающегося на 02, должны отсутствовать десятый ход и опорный репер М23. Таким образом, схема нивелирной сети для варианта, соответствующего этому шифру, окажется такой же, как на рис. 3.

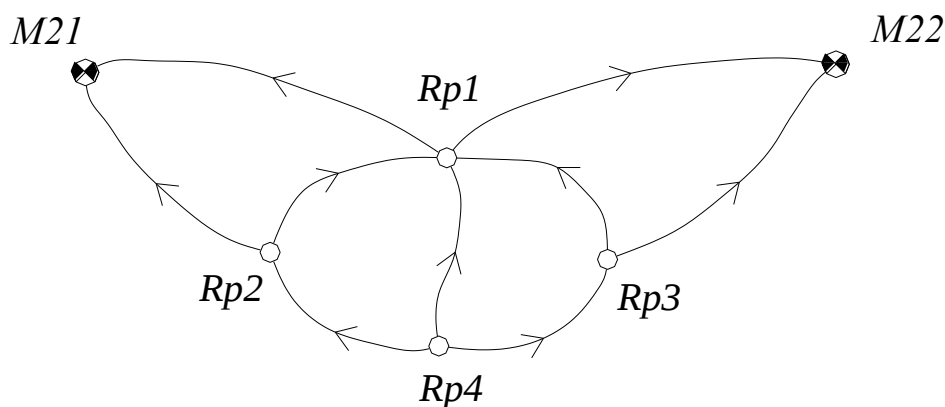


Рис. 3. Пример схемы нивелирной сети.

Оставшиеся ходы в получившейся схеме студент должен перенумеровать самостоятельно.

Отметки опорных реперов, длины ходов и измеренные превышения определяются согласно соответствующей таблице и цифрам шифра: i_1 — первой, i_2 — второй, i_3 — третьей, i_4 — четвёртой и i_5 — пятой. Например, для шифра 28ПГ–14

$$\begin{aligned}i_1 &= 2, \\i_2 &= 8, \\i_3 &= 0, \\i_4 &= 1, \\i_5 &= 4.\end{aligned}$$

Задание №2. Выполнить по методу наименьших квадратов коррелятным способом уравнивание полигонометрического хода (рис. 4). В результате уравнивания должны быть получены уравненные координаты определяемых пунктов $\bar{X}_j$ и $\bar{Y}_j$, уравненные длины сторон $\bar{S}_i$ и углы поворота $\bar{\beta}_i$, а также их средние квадратические ошибки $m_{\bar{X}_j}$, $m_{\bar{Y}_j}$ и $m_{\bar{S}_i}$, $m_{\bar{\beta}_i}$.

Исходные данные определяются по приложению Б аналогично тому, как это было в задании №1.

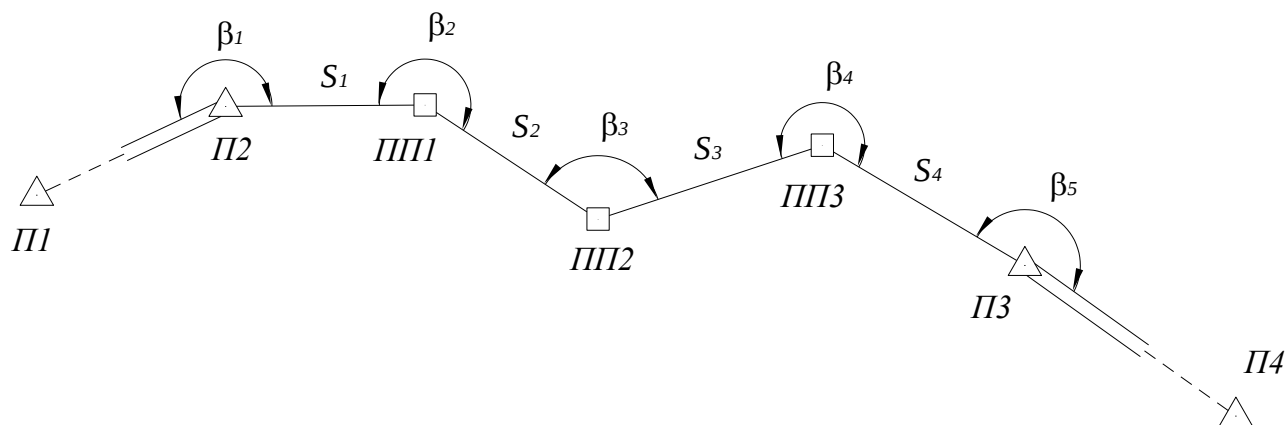


Рис. 4. Схема полигонометрического хода.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Маркузе Ю.И. Теория математической обработки геодезических измерений. Книга 2. Основы метода наименьших квадратов и уравнительных вычислений: Учебное пособие. — М.: МИИГАиК, 2005. — 280 стр.: ил.
2. Маркузе Ю.И., Голубев В.В. Теория математической обработки геодезических измерений: Учебное пособие. — М.: Академический Проект; Альма Матер, 2010. — 247 стр.: ил.
3. Большаков В.Д., Маркузе Ю.И. Практикум по теории математической обработки геодезических измерений: Учебное пособие. — М.: Альянс, 2015. — 352 стр.: ил.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ ДЛЯ УРАВНИВАНИЯ НИВЕЛИРНОЙ СЕТИ

СХЕМЫ НИВЕЛИРНЫХ СЕТЕЙ

Схема 1

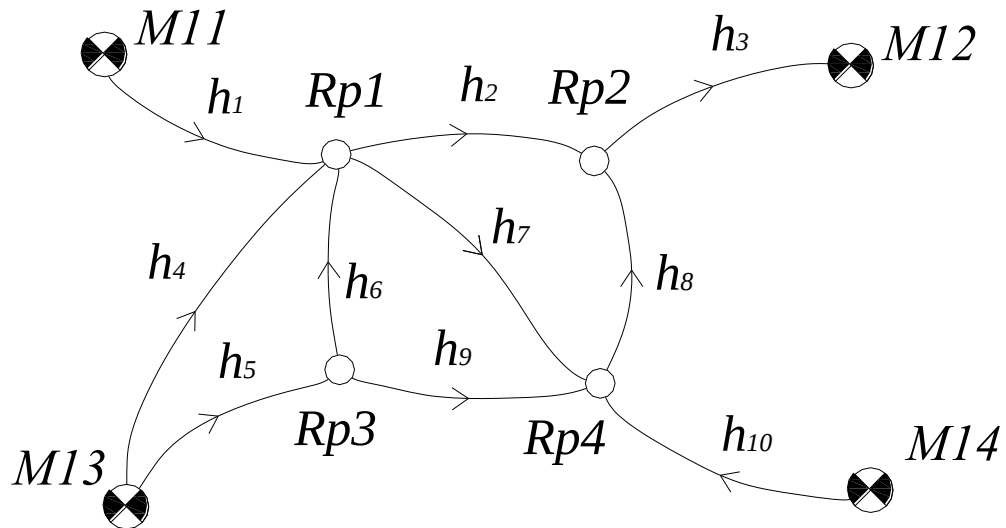


Схема 2

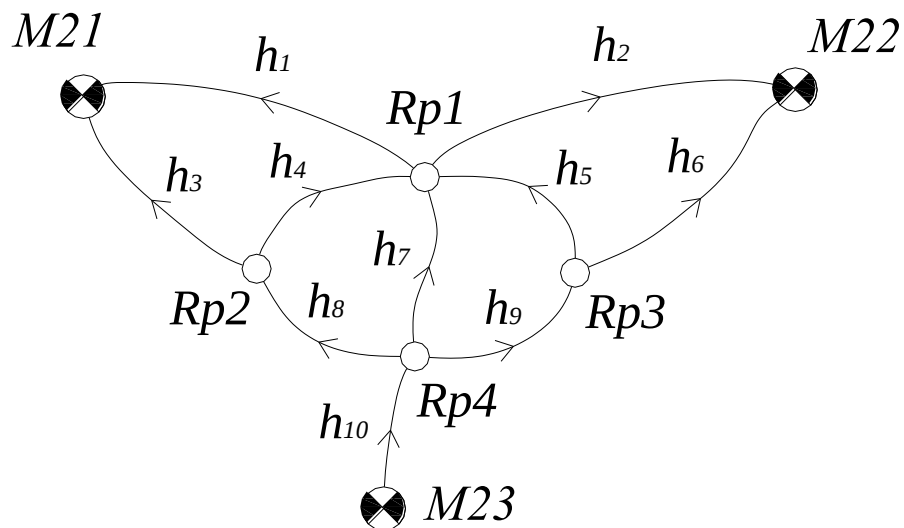


Схема 3

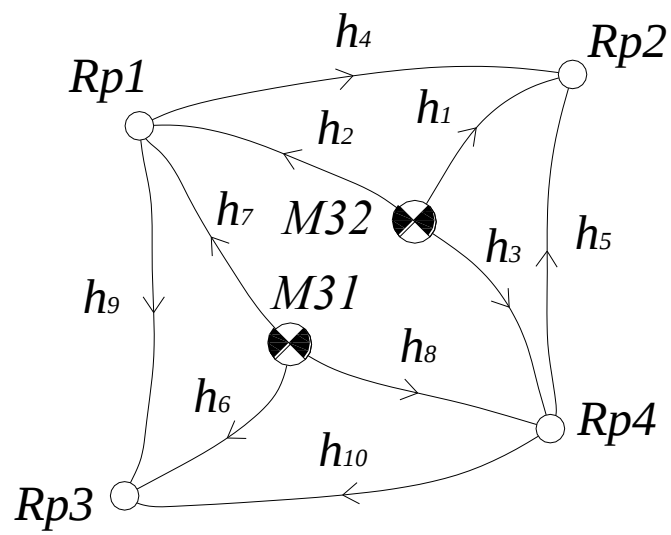


Схема 4

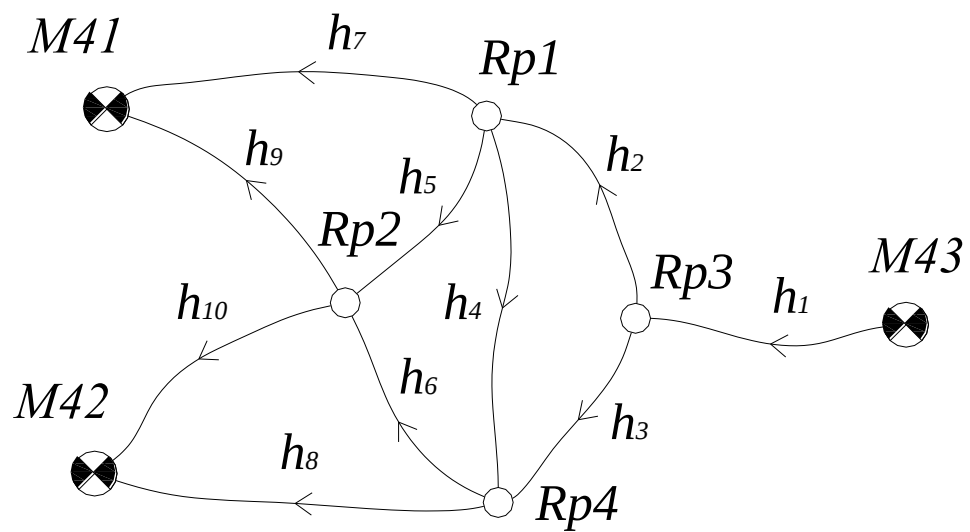


Схема 5

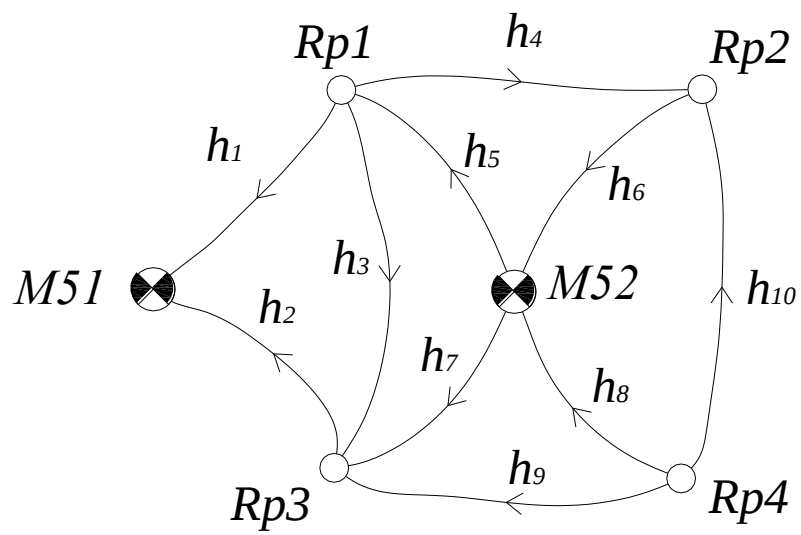


Схема 6

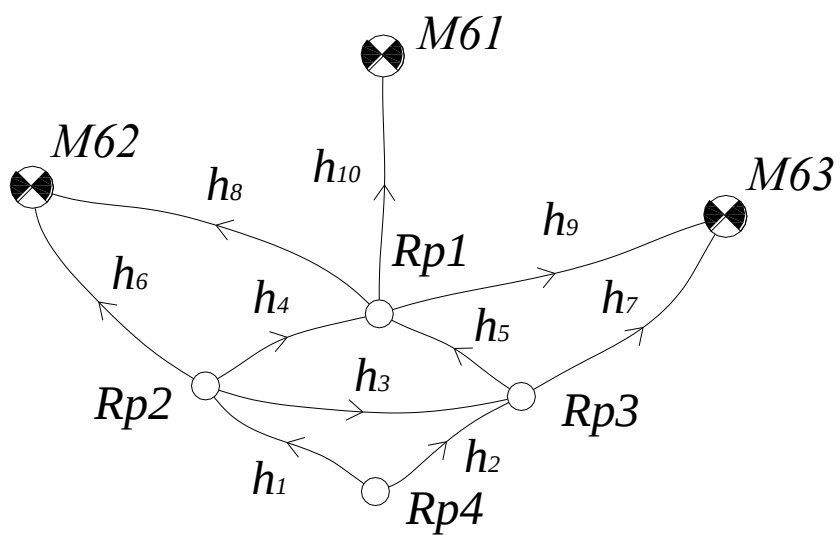


Схема 7

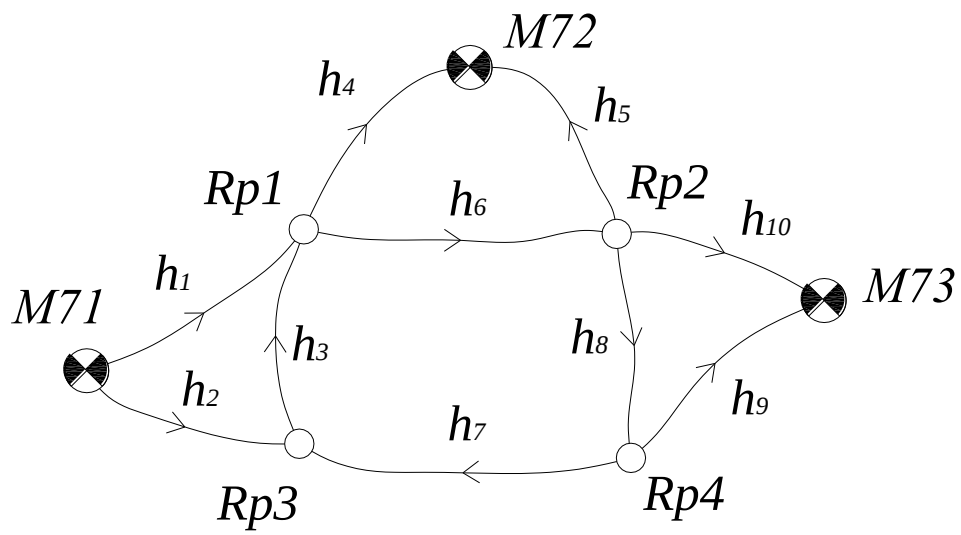


Схема 8

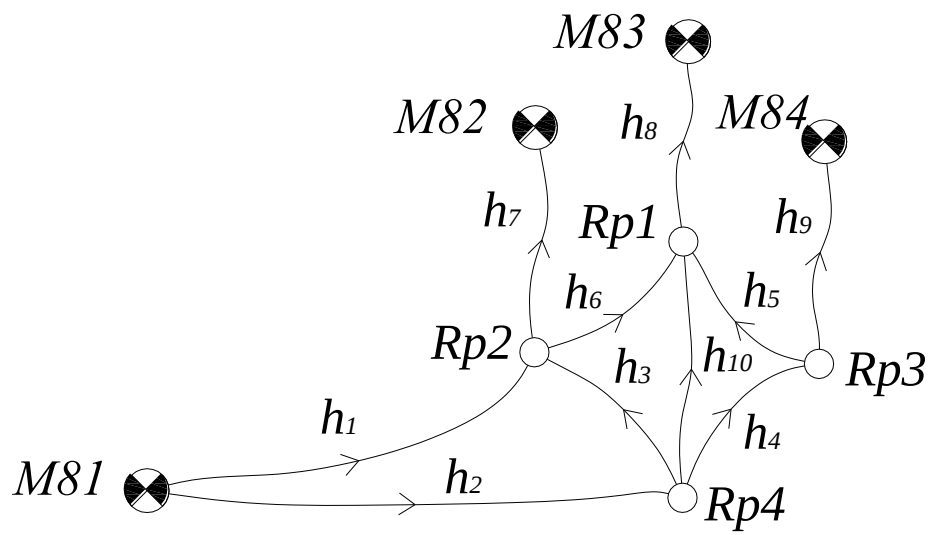


Схема 9

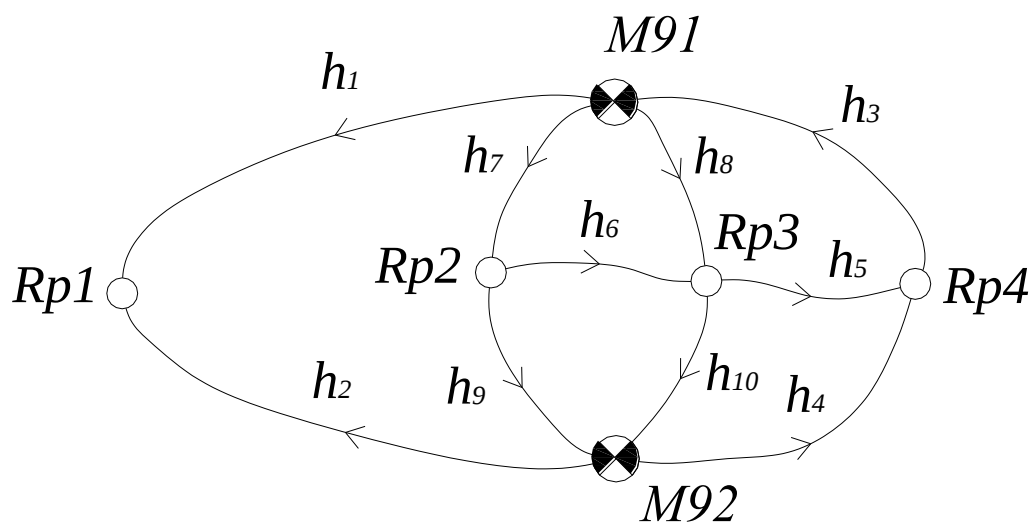
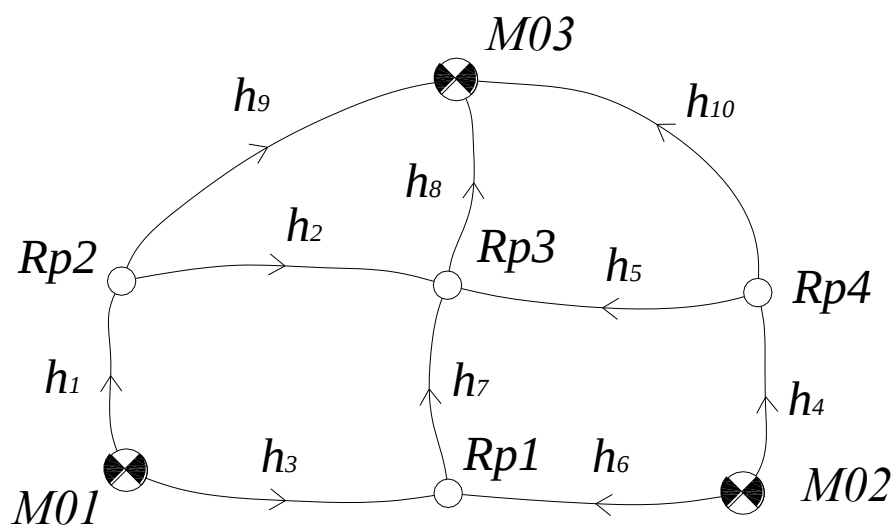


Схема 10



ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

М	Н _{исх.} (м)	№	h_i (м)	S_i (км)	М	Н _{исх.} (м)	№	h_i (м)	S_i (км)
M11	100,513	1	$+3,762+10^{-3}i_1$	$1,7-0,1i_1$	M21	148,675	1	$-0,530-10^{-3}i_1$	$1,5+0,1i_1$
M12	103,183	2	$+0,285-10^{-3}i_1$	$6,4+0,1i_1$	M22	149,929	2	$+0,715+10^{-3}i_1$	$5,0-0,1i_1$
M13	102,714	3	$-1,339+10^{-3}i_2$	$6,3-0,1i_2$	M23	151,125	3	$-1,066-10^{-3}i_2$	$1,6+0,1i_2$
M14	102,268	4	$+1,525-10^{-3}i_2$	$5,3+0,1i_2$			4	$-0,564+10^{-3}i_2$	$1,4-0,1i_2$
		5	$-1,535+10^{-3}i_3$	$7,2-0,1i_3$			5	$-3,325-10^{-3}i_3$	$1,8+0,1i_3$
		6	$+3,062-10^{-3}i_3$	$3,7+0,1i_3$			6	$-2,593+10^{-3}i_3$	$4,6-0,1i_3$
		7	$-0,423+10^{-3}i_4$	$3,4-0,1i_4$			7	$-3,587-10^{-3}i_4$	$5,8+0,1i_4$
		8	$+0,700-10^{-3}i_4$	$3,4+0,1i_4$			8	$-3,036+10^{-3}i_4$	$1,7-0,1i_4$
		9	$+2,679+10^{-3}i_5$	$4,7-0,1i_5$			9	$-0,270-10^{-3}i_5$	$8,4+0,1i_5$
		10	$+1,566-10^{-3}i_5$	$1,1+0,1i_5$			10	$+1,671+10^{-3}i_5$	$4,8-0,1i_5$
M31	324,457	1	$-0,570+10^{-3}i_1$	$6,2-0,1i_1$	M41	398,567	1	$-4,402-10^{-3}i_1$	$3,1+0,1i_1$
M32	328,586	2	$-3,372+10^{-3}i_1$	$3,1-0,1i_1$	M42	402,273	2	$+4,586-10^{-3}i_1$	$5,1+0,1i_1$
		3	$-3,905-10^{-3}i_2$	$7,2+0,1i_2$	M43	403,089	3	$+3,842+10^{-3}i_2$	$6,0-0,1i_2$
		4	$+2,798-10^{-3}i_2$	$2,7+0,1i_2$			4	$-0,701+10^{-3}i_2$	$8,6-0,1i_2$
		5	$+3,316+10^{-3}i_3$	$2,5-0,1i_3$			5	$-2,393-10^{-3}i_3$	$5,7+0,1i_3$
		6	$+3,354-10^{-3}i_3$	$5,1+0,1i_3$			6	$-1,687+10^{-3}i_3$	$2,0-0,1i_3$
		7	$+0,766-10^{-3}i_4$	$4,8+0,1i_4$			7	$-4,652+10^{-3}i_4$	$3,5-0,1i_4$
		8	$+0,244-10^{-3}i_4$	$7,2+0,1i_4$			8	$-0,256+10^{-3}i_4$	$6,3-0,1i_4$
		9	$+2,777+10^{-3}i_5$	$4,4-0,1i_5$			9	$-2,268-10^{-3}i_5$	$4,1+0,1i_5$
		10	$+3,300+10^{-3}i_5$	$4,5-0,1i_5$			10	$+1,436-10^{-3}i_5$	$1,6+0,1i_5$
M51	303,607	1	$-4,868+10^{-3}i_1$	$3,3-0,1i_1$	M61	243,689	1	$-0,396-10^{-3}i_1$	$5,5+0,1i_1$
M52	303,759	2	$-4,477+10^{-3}i_1$	$3,6-0,1i_1$	M62	247,698	2	$+2,288-10^{-3}i_1$	$6,1+0,1i_1$
		3	$-0,358+10^{-3}i_2$	$5,5-0,1i_2$	M63	247,313	3	$+2,675-10^{-3}i_2$	$1,2+0,1i_2$
		4	$-0,905-10^{-3}i_2$	$5,2+0,1i_2$			4	$+3,337+10^{-3}i_2$	$5,1-0,1i_2$
		5	$+4,684+10^{-3}i_3$	$4,3-0,1i_3$			5	$+0,617-10^{-3}i_3$	$8,6+0,1i_3$
		6	$-3,788-10^{-3}i_3$	$7,5+0,1i_3$			6	$+2,803+10^{-3}i_3$	$5,7-0,1i_3$
		7	$+4,288-10^{-3}i_4$	$8,1+0,1i_4$			7	$-0,331+10^{-3}i_4$	$7,8-0,1i_4$
		8	$-3,158+10^{-3}i_4$	$6,1-0,1i_4$			8	$-0,552-10^{-3}i_4$	$1,6+0,1i_4$
		9	$+1,221-10^{-3}i_5$	$3,4+0,1i_5$			9	$-0,953+10^{-3}i_5$	$1,9-0,1i_5$
		10	$+0,680-10^{-3}i_5$	$2,3+0,1i_5$			10	$-4,583+10^{-3}i_5$	$1,9-0,1i_5$
M71	223,519	1	$+1,582+10^{-3}i_1$	$8,5-0,1i_1$	M81	277,395	1	$+2,025-10^{-3}i_1$	$5,9+0,1i_1$
M72	225,211	2	$+0,883+10^{-3}i_1$	$4,1-0,1i_1$	M82	281,289	2	$+2,634-10^{-3}i_1$	$8,3+0,1i_1$
M73	227,038	3	$+0,702+10^{-3}i_2$	$4,4-0,1i_2$	M83	281,601	3	$-0,605-10^{-3}i_2$	$1,9+0,1i_2$
		4	$+0,082+10^{-3}i_2$	$1,3-0,1i_2$	M84	278,132	4	$+1,061-10^{-3}i_2$	$7,6+0,1i_2$
		5	$-2,916-10^{-3}i_3$	$5,1+0,1i_3$			5	$-2,382+10^{-3}i_3$	$6,8-0,1i_3$
		6	$+3,000-10^{-3}i_3$	$3,4+0,1i_3$			6	$-0,733+10^{-3}i_3$	$4,7-0,1i_3$
		7	$-2,945-10^{-3}i_4$	$6,4+0,1i_4$			7	$+1,900+10^{-3}i_4$	$7,1-0,1i_4$
		8	$-0,777+10^{-3}i_4$	$6,8-0,1i_4$			8	$+2,875-10^{-3}i_4$	$8,1+0,1i_4$
		9	$-0,290-10^{-3}i_5$	$6,5+0,1i_5$			9	$-2,978+10^{-3}i_5$	$5,8-0,1i_5$
		10	$-1,074-10^{-3}i_5$	$3,9+0,1i_5$			10	$-1,366+10^{-3}i_5$	$5,6-0,1i_5$
M91	182,504	1	$+2,909+10^{-3}i_1$	$7,9-0,1i_1$	M01	284,308	1	$+0,131-10^{-3}i_1$	$1,6+0,1i_1$
M92	185,797	2	$-0,364+10^{-3}i_1$	$7,5-0,1i_1$	M02	285,799	2	$+3,831-10^{-3}i_1$	$8,9+0,1i_1$
		3	$-3,693+10^{-3}i_2$	$1,9-0,1i_2$	M03	286,356	3	$+4,258-10^{-3}i_2$	$3,6+0,1i_2$
		4	$+0,403+10^{-3}i_2$	$6,1-0,1i_2$			4	$+0,587-10^{-3}i_2$	$7,7+0,1i_2$
		5	$+1,786+10^{-3}i_3$	$6,6-0,1i_3$			5	$+1,864-10^{-3}i_3$	$6,2+0,1i_3$
		6	$+0,658-10^{-3}i_3$	$4,4+0,1i_3$			6	$+2,810+10^{-3}i_3$	$4,1-0,1i_3$
		7	$+1,198-10^{-3}i_4$	$6,7+0,1i_4$			7	$-0,299+10^{-3}i_4$	$7,7-0,1i_4$
		8	$+1,929-10^{-3}i_4$	$8,5+0,1i_4$			8	$-1,927+10^{-3}i_4$	$1,7-0,1i_4$
		9	$+2,055-10^{-3}i_5$	$8,1+0,1i_5$			9	$+1,927+10^{-3}i_5$	$2,7-0,1i_5$
		10	$+1,385-10^{-3}i_5$	$3,0+0,1i_5$			10	$-0,029+10^{-3}i_5$	$7,8-0,1i_5$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ ДЛЯ УРАВНИВАНИЯ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА

1	2	3	4	5	6	7	
5034,192 м	4322,293 м	4057,251 м	5071,893 м	4057,335 м	5741,564 м	5154,948 м	5590,123 м
4893,251 м	4827,641 м	4605,680 м	5905,768 м	4941,670 м	4470,078 м	5354,197 м	4575,432 м
3087,204 м	4073,617 м	2525,389 м	4646,429 м	4583,178 м	4575,597 м	4343,389 м	5964,210 м
4633,332 м	3627,519 м	5121,525 м	4993,494 м	5981,280 м	4667,448 м	4450,169 м	5737,891 м
3727,242 м	4128,108 м	1763,275 м	4683,301 м	4901,994 м	4930,759 м	4041,717 м	5477,654 м
4820,192 м	4015,018 м	5307,399 м	5601,715 м	5151,809 м	5115,999 м	4882,495 м	6494,876 м
4634,725 м	4528,459 м	1016,370 м	6367,527 м	5836,004 м	5931,603 м	2791,220 м	5079,456 м
5485,170 м	2779,692 м	4144,120 м	5850,175 м	3481,410 м	6581,621 м	5462,366 м	7874,543 м
265°29'57,1" +0,1 <i>i</i> ₁ "	101°59'17,1" +0,1 <i>i</i> ₁ "	184°58'5,7" +0,1 <i>i</i> ₁ "	107°00'52,5" +0,1 <i>i</i> ₁ "	93°39'35,1" +0,1 <i>i</i> ₁ "	109°33'15,0" +0,1 <i>i</i> ₁ "	153°23'49,7" +0,1 <i>i</i> ₁ "	240°00'00,0" +0,1 <i>i</i> ₁ "
268°16'55,0" +0,2 <i>i</i> ₂ "	90°45'20,1" +0,2 <i>i</i> ₂ "	222°43'53,0" +0,2 <i>i</i> ₂ "	96°19'29,1" +0,2 <i>i</i> ₂ "	112°52'04,5" +0,2 <i>i</i> ₂ "	161°51'06,2" +0,2 <i>i</i> ₂ "	155°36'49,4" +0,2 <i>i</i> ₂ "	119°20'00,0" +0,2 <i>i</i> ₂ "
212°56'35,5" −0,1 <i>i</i> ₃ "	130°14'15,5" −0,1 <i>i</i> ₃ "	96°09'38,3" −0,1 <i>i</i> ₃ "	144°05'28,4" −0,1 <i>i</i> ₃ "	215°11'40,5" −0,1 <i>i</i> ₃ "	154°07'26,7" −0,1 <i>i</i> ₃ "	97°06'57,4" −0,1 <i>i</i> ₃ "	252°40'00,0" −0,1 <i>i</i> ₃ "
198°07'37,0" −0,1 <i>i</i> ₄ "	149°31'31,2" −0,1 <i>i</i> ₄ "	234°58'29,1" −0,1 <i>i</i> ₄ "	169°58'50,8" −0,1 <i>i</i> ₄ "	129°54'41,2" −0,1 <i>i</i> ₄ "	108°07'42,9" −0,1 <i>i</i> ₄ "	165°55'32,5" −0,1 <i>i</i> ₄ "	159°10'00,0" −0,1 <i>i</i> ₄ "
163°46'40,4" −0,1 <i>i</i> ₅ "	97°09'30,8" −0,1 <i>i</i> ₅ "	237°04'19,2" −0,1 <i>i</i> ₅ "	145°58'53" −0,1 <i>i</i> ₅ "	224°24'31,8" −0,1 <i>i</i> ₅ "	251°37'15,0" −0,1 <i>i</i> ₅ "	254°59'01,1" −0,1 <i>i</i> ₅ "	162°00'00,0" −0,1 <i>i</i> ₅ "
179,694 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	279,066 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	273,064 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	292,948 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	298,846 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	244,517 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	142,920 м +0,01 <i>i</i> ₂ м	280,123 м +0,01 <i>i</i> ₂ м
242,213 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	242,003 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	230,064 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	213,553 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	276,495 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	125,862 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	193,768 м +0,01 <i>i</i> ₃ м	203,456 м +0,01 <i>i</i> ₃ м
283,225 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	159,778 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	286,336 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	259,034 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	206,109 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	193,814 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	233,829 м −0,01 <i>i</i> ₄ м	280,123 м −0,01 <i>i</i> ₄ м
253,186 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	221,701 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	130,459 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	220,555 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	275,941 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	281,706 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	245,334 м −0,01 <i>i</i> ₅ м	235,456 м −0,01 <i>i</i> ₅ м