

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Кафедра «Сети и системы связи»

**Методические рекомендации к практическим занятиям
по дисциплине «Теория телетрафика мультисервисных сетей», часть 1
«Потоки вызовов. Простейший поток. Примитивный поток»
для студентов заочной и дистанционной форм обучения
по направлению подготовки – 11.03.02
«Инфокоммуникационные технологии и системы».
Профиль подготовки «Оптические и проводные сети и системы связи»
Квалификация (степень) - бакалавр**

2022, Самара,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Кафедра «Сети и системы связи»

**Методические рекомендации к практическим занятиям
по дисциплине «Теория телетрафика мультисервисных сетей»
«Потоки вызовов. Простейший поток. Примитивный поток»**

*Рекомендовано для подготовки
бакалавров направление подготовки – 11.03.02
«Инфокоммуникационные технологии и системы».
Профиль подготовки
«Оптические и проводные сети и системы связи»*

Составила: доцент Сутягина Л.Н.

Содержание

Практическое занятие №1	Потоки вызовов. Простейший поток. Формула Пуассона.....	4
Практическое занятие №2	Потоки вызовов. Примитивный поток. Формула Энгсета. Формула Бернулли.....	13

Практическое занятие №1

Потоки вызовов. Простейший поток. Формула Пуассона

1 Цель практического занятия

Знакомство с определениями и основными свойствами потоков вызовов.
Изучение основных характеристик простейшего потока вызовов.
Получение практических навыков использования формулы Пуассона.

2 Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Иверсен В. Б. Разработка телетрафика и планирование сетей [Электронный ресурс]/В. Б. Иверсен - Электрон. текстовые данные. - М.: ИНТУИТ, 2016; Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57383>

Дополнительная литература:

1. Степанов, С. Н. Основы телетрафика мультисервисных сетей [Текст] / С. Н. Степанов. - М. : Эко-Трендз, 2010. - 392 с.; 7 экз. НТБ ПГУТИ.

2. Соколов, Н. А. Задачи планирования сетей электросвязи [Текст] : [монография] / Н. А. Соколов. - СПб. : Техника связи, 2012. - 432 с. : ил.; 61 экз. НТБ ПГУТИ.

3. Карташевский, В. Г. Основы теории массового обслуживания [Текст] : учебник для вузов / В. Г. Карташевский. - М. : Горячая линия - Телеком, 2013. - 130 с. : ил.; 121 экз. НТБ ПГУТИ.

4. Нормы технологического проектирования. Городские и сельские телефонные сети. НТП 112. 2000, РД 45.120-2000. М.: Информсвязь, 2001.

3 Подготовка к занятию

1. Изучить соответствующий раздел лекций по дисциплине «Теория телетрафика».

2. Изучить соответствующие темы в рекомендованной литературе.

3. Подготовить ответы на контрольные вопросы.

4 Контрольные вопросы

1. Какой поток называется детерминированным?
2. Чем может быть определен (задан) детерминированный поток вызовов?
3. Чем может быть определен (задан) случайный поток вызовов?
4. Что означает понятие «стационарность потока»?
5. Дайте определение понятия «ординарность потока».
6. Что означает понятие «поток с последствием»?
7. Что определяет интенсивность потока вызовов?
8. Дайте определение простейшего потока вызовов.
9. Какой поток вызовов называется простейшим?

10. Что позволяет определить формула Пуассона?

5 Порядок проведения занятия

1. Изучить предложенный теоретический материал по теме занятия.
2. Ответить на предложенные преподавателем вопросы.
3. Решить задачи на изучаемую тему.

6 Методические указания к практическому занятию

6.1 Характеристика и способы задания потоков сообщений

Различные системы телекоммуникаций (сети фиксированной и мобильной связи, в том числе узлы коммутации, контакт-центры различной структуры и назначения и т.д.) являются примерами *систем массового обслуживания* (СМО). Мультисервисные сети связи как СМО включают в свою структуру некоторое число обслуживающих устройств (узлов коммутации, приборов, линий) или элементов, которые называют *обслуживающими устройствами*. Основные элементы СМО изображены на рис. 6.1.

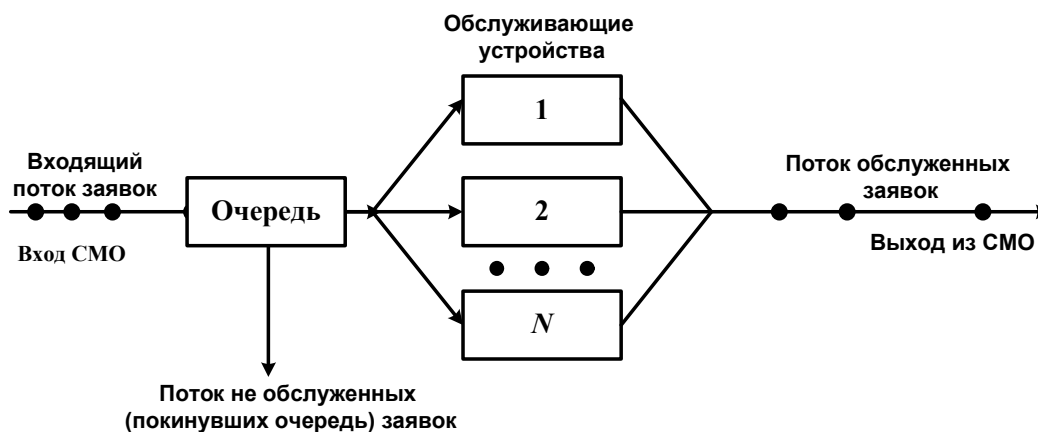


Рис. 6.1 - Основные элементы СМО

Таким образом, во всякой СМО можно выделить следующие основные элементы:

- 1) входящий поток заявок;
- 2) очередь;
- 3) обслуживающие устройства;
- 4) выходящий поток, создаваемый обслуженными заявками.

Под *входящим потоком заявок* понимается последовательность однородных заявок, следующих одна за другой в какие-то случайные моменты времени (например, поток вызовов на ЦСК, поток клиентов или поток заказных писем, поступающих в почтовое отделение и т.п.).

Время обслуживания каждой заявки является также случайной величиной. Обслуживание заявок, в общем случае, также длится не постоянное, заранее известное, а случайное время. После обслуживания заявки обслуживающее устройство освобождается и готово к приему следующей заявки. Случайный характер потока и времени их обслуживания приводит к неравномерной загрузке СМО.

В некоторые промежутки времени на входе СМО могут скапливаться не обслуженные заявки (они либо становятся в очередь, либо покидают СМО не обслуженными), в другие же периоды при свободных обслуживающих устройствах на входе СМО заявок может не быть, что приводит к недогрузке СМО, т.е. к простаиванию обслуживающих устройств.

Входящий поток заявок характеризуется *интенсивностью* λ - частотой появления событий или средним числом событий, поступающих в систему массового обслуживания (СМО) в единицу времени. Поток обслуженных системой событий характеризуется *интенсивностью* μ .

Поток сообщений называется *регулярным или детерминированным*, если сообщения следуют одно за другим через определенные равные промежутки времени. Другими словами, детерминированный поток (ДП) представляет собой поток сообщений, последовательность моментов поступления которых, определена заранее. ДП редко встречается на практике, т.к. сложно обеспечить четкое поступление сообщений по заранее известному расписанию. Примером ДП могут служить потоки моментов начала и окончания передач программ радио и телевидения по канала связи. Поток сеансов связи с искусственными спутниками земли. Однако и здесь возможны случайные, непредвиденные изменения расписания. ДП задается одним из следующих эквивалентных способов (рис.6.2):

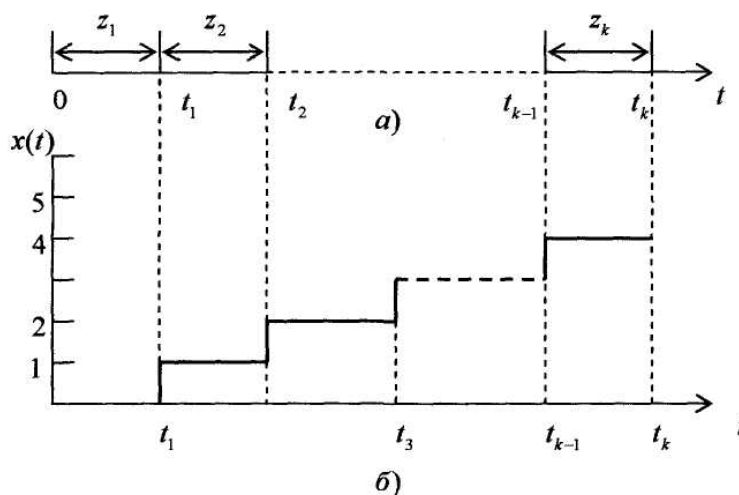


Рис. 6.2 - Способы задания детерминированного потока

На рис. 6.2 показаны три основных способа задания ДП:

1) последовательностью моментов поступления заявок (рис.6.2а):

$$0 \leq t_1 \leq t_2 \leq t_3 \leq \dots \leq t_{k-1} \leq t_k,$$

где k - порядковый номер поступившей заявки;

2) последовательностью промежутков между моментами поступления заявок (рис.2.1а): $z_k = t_k - t_{k-1}$;

z_k - это промежуток времени предшествующий появлению k -ой заявки ($z_k \geq 0$);

3) целочисленной неотрицательной и неубывающей функцией $X(t)$, характеризующей число заявок, поступивших в промежутке $[0; t]$. Точки скачков функции $X(t)$ соответствуют моментам поступления заявок, а величины скачков - числу заявок, поступивших в вызывающий момент (рис. 6.2 б).

Случайный поток сообщений (СП) - это поток, в котором моменты поступления сообщений и промежутки времени между сообщениями являются случайными величинами, поэтому СП задается вероятностным значением распределения соответствующих случайных величин:

1. Законом распределения моментов поступления заявок - t_k ;
2. Законом распределения промежутков между заявками - z_k .
3. Законом распределения числа поступающих заявок в промежутке $[0; t]$.

6.2 Основные свойства потоков сообщений

Случайные потоки сообщений классифицируются в зависимости от наличия или отсутствия следующих трех свойств:

- стационарности;
- ординарности;
- последствия.

Поток сообщений называется *стационарным*, если его вероятностные характеристики не зависят от времени.

Стационарность означает однородность процесса поступления сообщений (заявок), т.е. вероятность поступления некоторого числа заявок за какой - то промежуток времени зависит от длины этого промежутка и не зависит от его расположения на оси времени.

Стационарный поток характеризуется функциями $P_k(t)$ - вероятность того, что за промежуток времени $[0; t]$, поступит точно k заявок (событий). Реально поступивший в СМО поток событий имеет явно выраженный не стационарный характер, интенсивность потока событий существенно зависит от времени суток, дня недели и даже времени года. Однако внутри суток всегда можно выделить одночасовые промежутки времени, в течении которых поступающий поток событий близок к стационарному.

Интенсивность стационарного потока есть величина постоянная: $\lambda(t) = \lambda$. Это не значит, что фактическое число событий, появляющееся в единицу времени, постоянно. Поток неизбежно (если только он не регулярный) имеет какие-то случайные сгущения и разрежения. Важно, что для стационарного потока эти сгущения и разрежения не носят закономерного характера: на один участок длины t может попасть больше, на другой - меньше событий, но среднее число событий, приходящееся на единицу времени, постоянно и от времени не зависит.

Если в качестве примера СМО рассматривать ЦСК городской сети связи, то реально поступивший в СМО поток заявок имеет явно выраженный не стационарный характер, интенсивность потока заявок существенно зависит от времени суток, дня недели и даже времени года. Однако внутри суток всегда можно выделить одночасовые промежутки времени, в течении которых поступающий поток заявок близок к стационарному.

Поток сообщений называется *ординарным*, если вероятность попадания на малый (элементарный) участок времени Δt двух и более сообщений пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного сообщения: $P_{i>1}(\Delta t) = O(\Delta t)$, при $\Delta t \rightarrow 0$.

Последствие - зависимость вероятностных характеристик поступающего потока сообщений от предыдущих событий. Другими словами, вероятность поступления сообщений в промежутке времени $[t_1; t_2)$ зависит от числа, времени поступления и длительности обслуживания сообщений, поступивших до момента времени t_1 .

Поток сообщений, поступающих от достаточно большой группы источников близок по своим свойствам к потоку без последствия (если не учитывать повторные сообщения).

Поток сообщений от малой группы источников наоборот обладает заметным последствием. Так при емкости группы источников вероятность поступления сообщений существенно зависит от числа свободных источников и будет заметно больше, если $N_{св} = 10$, чем при $N_{св} = 7$.

Число свободных источников в свою очередь зависит от предыдущих событий, что и определяет последствие потока. С ростом емкости группы источников сообщений, постепенно уменьшается доля занятых источников по отношению к общему их числу соответственно и ослабевают последствие потока, и при $N > 100$ его уже можно не учитывать.

Последствие может быть:

1) ограниченное - когда промежутки между моментами поступления сообщений $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$, образуют последовательность взаимно независимых случайных величин;

2) простое - означает, что вероятность поступления сообщения за бесконечно малый промежуток времени $[t, t + \Delta t)$ определяется состоянием СМО в момент времени t .

Соответственно, поток сообщений называется *поток без последствия*, если для любых двух непересекающихся участков времени t_1 и t_2 число сообщений, попадающих на один из них, не зависит от числа сообщений попавших на другой.

По сути, это означает, что сообщений, образующие поток, появляются в те или иные моменты времени независимо друг от друга, вызванные каждое своими собственными причинами. Например, поток заявок, поступающих на обслуживание в сеть фиксированной или мобильной связи, является потоком без последствия.

6.3 Простейший поток сообщений

Поток сообщений, одновременно обладающий свойствами стационарности, ординарности и отсутствием последствия, называется *простейшим* (или стационарным пуассоновским). Название «простейший» объясняется тем, что СМО с простейшими потоками имеет наиболее простое математическое описание.

Следует отметить, что самый простой, на первый взгляд, детерминированный поток не является «простейшим», так как обладает последствием: моменты появления событий в таком потоке связаны жесткой функциональной зависимостью. Без специальных усилий по поддержанию его регулярности такой поток обычно не создается.

Простейший поток полностью определяется функцией $P_k(t)$ и подчиняется закону Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t} \quad (6.1)$$

Пуассоном на основании формулы (6.1) составлены таблицы (см.П.1), которые позволяют определить вероятность поступления не менее k -событий (заявок) за время $[0, t)$:

$$P_{k \geq i}(t) = \sum_{k=i}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}. \quad (6.2)$$

Из формул (6.1) и (6.2) видно, что при $t = 1$ у.е.в.(условная единица времени) вероятности $P_k(t)$ и $P_{k \geq i}(t)$ зависят только от k и λ . С возрастанием λ закон Пуассона стремится к нормальному закону распределения непрерывной случайной величины (при $\lambda > 16$ совпадают с нормальным законом распределения случайной величины). На рис. 6.3 показаны изменения $P_k(t)$ в зависимости от значения k и λ .

Из приведенных рисунков видно, что максимум $P_k(t)$ достигается:

1. При целом λt в двух точках $\lambda t = k$ и $\lambda t = (k - 1)$;
2. При дробном λt в одной точке когда $k =]\lambda t[$.

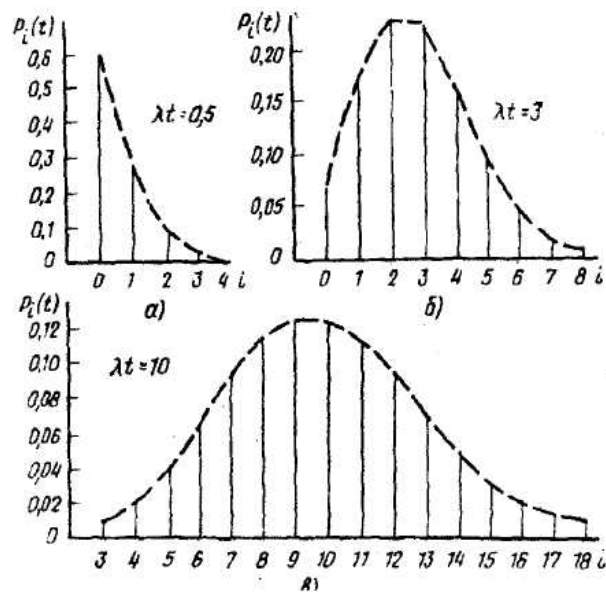


Рис. 6.3 - Зависимость $P_k(t)$ от значения k и λ

Свойства простейшего потока:

1. При объединении « n » независимых простейших потоков с интенсивностями $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ образуется общий простейший поток с интенсивностью:

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (6.3)$$

2. Сумма вероятностей всех возможных значений числа поступающих заявок (сообщений) за промежуток времени t равна единице:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = 1. \quad (6.4)$$

3. Математическое ожидание $M(k)$ и дисперсия $D(k)$ числа сообщений за промежуток времени $[0; t)$ совпадают и равны:

$$M(k) = D(k) = \lambda t. \quad (6.5)$$

7 Примеры решения задач

Задача 1

В справочную службу через каждые t секунд поступает i заявок. Обработка одной заявки занимает ровно h секунд. Работает V операторов. Определить

свойства поступающего потока заявок. Найти необходимое соотношение между величинами t, i, h и V при условии, что к моменту поступления новой партии заявок все операторы будут свободны.

Решение:

Исходя из условия задачи, имеет место детерминированный (т.е. регулярный) поток поступления заявок. Однако, при $i > 1$ поток будет неординарным.

Работает V операторов независимо друг от друга. Поэтому, чтобы не было задержки, должно быть выполнено одно условие: $V \geq I /$

Рассмотрим случай, когда $V = i = 1$. Поток заявок изобразим на оси τ :

где:
 t - период поступления заявок;
 h - время обработки .

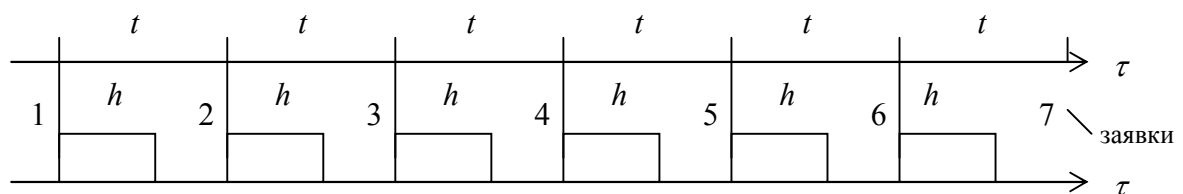


Рис. 7.1- График поступления и обслуживания заявок

Выполнение заявок без задержки обслуживания будет при условии: $t \geq h$.

Если же будет выполняться условие $t < h$, то возможна задержка при обслуживании.

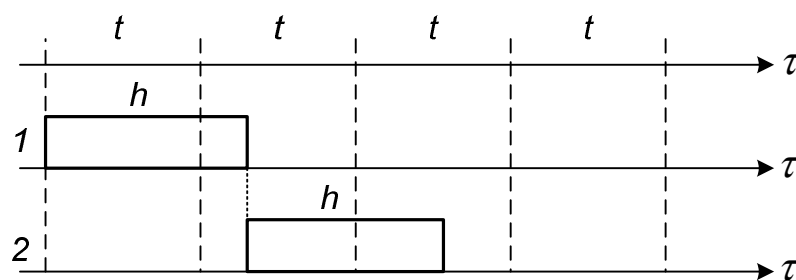


Рис. 7.2 - График поступления и обслуживания заявок с задержкой

Задача 2

Построить распределение вероятностей $P_k(t)$ поступления k вызовов за промежуток $t = 180$ сек. для простейшего потока с параметром $\lambda = 160 \frac{\text{выз}}{\text{час}}$.

Указать максимальные значения вероятностей $P_k(t)$ и не менее восьми соседних значений. Для приведенных данных построить также распределение вероятностей $P_{k \leq i}(t)$ поступления не более i вызовов за промежуток t .

Решение:

Для определения распределения вероятностей $P_k(t)$ воспользуемся формулой Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}, \text{ в которой } \lambda \cdot t = 160 \cdot 1800 / 3600 = 8.$$

Выполним расчет $P_k(t)$ по формуле Пуассона, используя рекуррентную формулу:

$$P_k(t) = P_{k-1}(t) \cdot \frac{\lambda t}{k}$$

Сначала определим $P_0(t)$:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}; P_0(t) = e^{-8} = 0,000335$$

$$P_1(t) = P_0(t) \cdot \frac{\lambda t}{1}$$

$$P_1(t) = 0,000335 \cdot 8 = 0,00268$$

$$P_2(t) = P_1(t) \cdot \frac{\lambda t}{2} = 0,00268 \cdot \frac{8}{2} = 0,01072$$

$$P_3(t) = P_2(t) \cdot \frac{8}{3} = 0,02859$$

$$P_4(t) = P_3(t) \cdot \frac{8}{4} = 0,05717$$

$$P_5(t) = P_4(t) \cdot \frac{8}{5} = 0,09148$$

$$P_6(t) = P_5(t) \cdot \frac{8}{6} = 0,12197$$

$$P_7(t) = P_6(t) \cdot \frac{8}{7} = 0,1394$$

$$P_8(t) = P_7(t) \cdot \frac{8}{8} = 0,1394$$

$$P_9(t) = P_8(t) \cdot \frac{8}{9} = 0,1239$$

$$P_{10}(t) = P_9(t) \cdot \frac{8}{10} = 0,09912$$

$$P_{11}(t) = P_{10}(t) \cdot \frac{8}{11} = 0,07209$$

$$P_{12}(t) = P_{11}(t) \cdot \frac{8}{12} = 0,04806$$

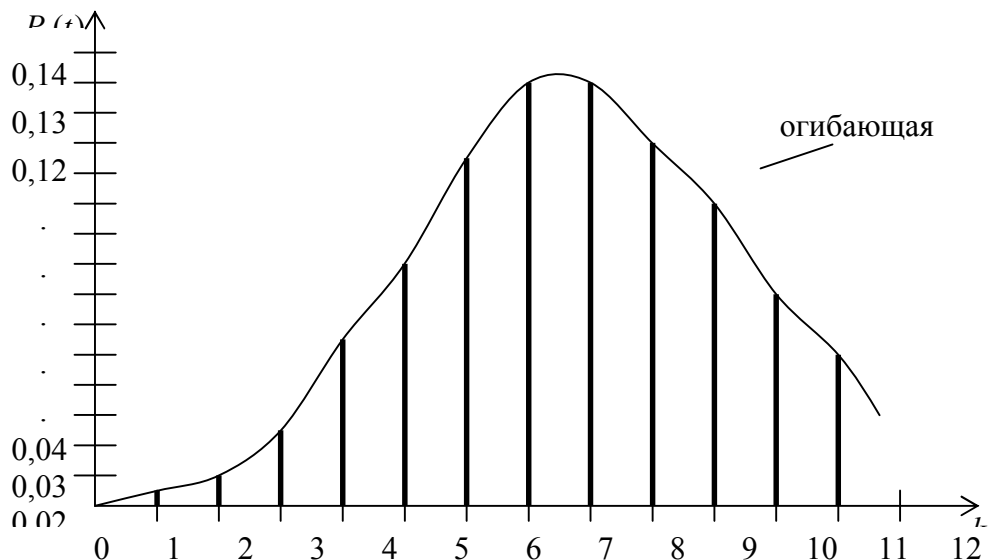


Рис. 7.3 - Распределение вероятностей $P_k(t)$ при $\lambda t = 8$

Распределение $P_k(t)$ можно построить, используя таблицы для формулы Пуассона.

Задача 3

К абоненту в среднем поступает $c = 2 \frac{6613}{\text{час}}$. Поступающий поток - простейший. Определить вероятность одновременной пробы абонентской линии двумя пробными устройствами, если время пробы ограничено величиной $t = 60 \text{мс}$.

Решение:

По условию задачи требуется определить вероятность поступления двух вызовов одновременно, если время пробы ограничено $t = 60 \text{мс}$. Для расчетов используем формулу Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}$$

Имеем:

$$P_2(t) = \frac{(\lambda t)^2}{2!} \cdot e^{-\lambda t}$$

$$\mu = \lambda = c = 2 \frac{6613}{\text{час}}$$

Определим λt :

$$\lambda t = 2 \cdot 60 \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{3600} = 0,0000333 = 3,33 \cdot 10^{-5}$$

Определяем вероятность сдвоенных соединений:

$$P_2(t) = \frac{(3,33 \cdot 10^{-5})^2}{2} \cdot e^{-3,33 \cdot 10^{-5}} = 5,544 \cdot 10^{-10} \cdot 0,999967 = 5,54 \cdot 10^{-10}$$

Задача 4

Рассчитать вероятность поступления точно k вызовов за период опроса состояния абонентских комплектов ЦСК при использовании 32 - разрядного слова и интенсивности средней удельной абонентской нагрузки $\lambda = 4$ выз/час. Продолжительность опроса - $t = 100 \text{мсек}$.

Решение:

В соответствии с заданием $\lambda = 4$ выз/час, поэтому учитывая, что одновременно опрашивается состояние 32 абонентских комплекта, а периодичность их опроса составляет 100мсек или $1/36000$ часа, получаем: $32(\lambda t) = 0,00352$.

Искомые вероятности рассчитываются по формуле Пуассона:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}$$

Получаем:

$$P_0 = 0,996486;$$

$$P_1 = 0,003508;$$

$$P_2 = 0,0000062.$$

То есть, наибольшая вероятность, что за время, равное периоду опроса не поступит не одного вызова.

Задача 5

К абоненту в среднем поступает $C = 2$ выз./час. Поступающий поток - простейший. Определить вероятность одновременной пробы абонентской линии двумя пробными устройствами, если время пробы ограничено величиной $t = 60$ мс.

Задача 6

На коммутационную систему (КС) поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda = 5$ выз./час. Определить вероятность поступления $i = 0, 1, 2, \dots, 10$ вызовов за среднее время одного занятия ($t = 1$).

Построить график функции $P_i(t) = f(i)$, где $P_i(t)$ - вероятность поступления i вызовов в промежуток времени t .

Задача 7

Определить вероятность поступления на КС за среднее время обслуживания одного вызова $t = 120$ с для простейшего потока с параметром $\lambda = 300$ выз./час:

- не более 3-х вызовов;
- 3-х вызовов;
- менее 3-х вызовов;
- не менее 3-х вызовов;
- более 3-х вызовов.

Задача 8

На КС в час наибольшей нагрузки (ЧНН) поступает 240 вызовов. Среднее время одного занятия при каждом вызове $t = 120$ с. Поток вызовов простейший. Определить математическое ожидание M_x и дисперсию D_x числа вызовов, поступивших в течение часа, интенсивность μ и параметр потока λ , вероятность того, что за среднее время одного занятия на КС поступит точно $i = 0, 1, 2, 3, \dots, 14$ вызовов. Построить график функции $P_i(t) = f(i)$. Определить максимальное значение вероятности числа поступивших вызовов в промежуток времени t - $P_i(t)_{\max}$ и при каком значении i вероятность $P_i(t)$ - максимальна.

Практическое занятие №2

Примитивный поток. Формула Энгсета. Формула Бернулли

1 Цель практического занятия

Знакомство с определениями и основными свойствами потоков вызовов.
Изучение основных характеристик примитивного потока вызовов.
Получение практических навыков использования формул Энгсета и Бернулли.

2 Рекомендуемая литература

Основная литература:

1. Иверсен В. Б. Разработка телетрафика и планирование сетей [Электронный ресурс]/В. Б. Иверсен - Электрон. текстовые данные. - М.: ИНТУИТ, 2016; Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/57383>

Дополнительная литература:

1. Степанов, С. Н. Основы телетрафика мультисервисных сетей [Текст] / С. Н. Степанов. - М. : Эко-Трендз, 2010. - 392 с.; 7 экз. НТБ ПГУТИ.
2. Соколов, Н. А. Задачи планирования сетей электросвязи [Текст] : [монография] / Н. А. Соколов. - СПб. : Техника связи, 2012. - 432 с. : ил.; 61 экз. НТБ ПГУТИ.
3. Карташевский, В. Г. Основы теории массового обслуживания [Текст] : учебник для вузов / В. Г. Карташевский. - М. : Горячая линия - Телеком, 2013. - 130 с. : ил.; 121 экз. НТБ ПГУТИ.
4. Нормы технологического проектирования. Городские и сельские телефонные сети. НТП 112. 2000, РД 45.120-2000. М.: Информсвязь, 2001.

3 Подготовка к занятию

1. Изучить соответствующий раздел лекций по дисциплине «Теория телетрафика».
2. Изучить соответствующие темы в рекомендованной литературе.
3. Подготовить ответы на контрольные вопросы.

4 Контрольные вопросы

1. Дайте определение примитивного потока вызовов.
2. Запишите и поясните формулу Бернулли.
3. Запишите и поясните формулу параметра примитивного потока.
4. Запишите и поясните формулу Энгсета.
5. Перечислите основные характеристики качества обслуживания примитивного потока однозвенной полнодоступной схемой.
6. Каковы соотношения между p_n ; p_t ; p_v и p_b в полнодоступном пучке, обслуживающем вызовы примитивного потока ?

5 Порядок проведения занятия

1. Изучить предложенный теоретический материал по теме занятия.
2. Ответить на предложенные преподавателем вопросы.
3. Решить задачи на изучаемую тему.

6 Методические указания к практическому занятию

Случайный ординарный поток вызовов параметр, которого λ_i - прямо пропорционален числу свободных источников нагрузки в данный момент времени называется примитивным:

$$\lambda_i = (N - i)\alpha, \quad (6.1)$$

где N - общее число источников вызовов;

i - число занятых источников;

α - параметр источника в свободном состоянии.

Примитивный поток, часто называют Пуассоновским потоком 2-го рода (простейший - Пуассоновским потоком 1-го рода), или Энгсетовским.

Примитивный поток является более общим понятием по сравнению с простейшим потоком и переходит в простейший при $N > 100$.

Характеристиками качества обслуживания примитивного потока вызовов являются:

1. Вероятность потерь по времени:

$$P_t = P_V = \frac{C_N^V \cdot \alpha^V}{\sum_{i=0}^V C_N^i \cdot \alpha^i}. \quad (6.2)$$

Формула (6.2) носит название - формула Энгсета

В компактном виде формула (6.2) может быть записана следующим образом:

$$P_t = E(N, V, \alpha).$$

2. Вероятность потерь по вызовам:

$$P_{\text{в}} = \frac{C_{N-1}^V \cdot \alpha^V}{\sum_{i=0}^V C_{N-1}^i \cdot \alpha^i} = E(N - 1, V, \alpha). \quad (6.3)$$

Сравнение формул (6.2) и (6.3) показывает, что имеет место соотношение $P_t \geq P_{\text{в}}$ (равенство, когда $N \rightarrow \infty$). Так как поступающий вызов будет потерян только в случае занятия всех V линий, то можно записать:

$$P_t(N, V, \alpha) = P_{\text{в}}(N - 1, V, \alpha) \quad (*)$$

Формула (6.2) табулирована. По этим же таблицам можно определить и вероятность потерь по времени, исходя из условия (*).

Математической моделью простейшего потока является распределение Бернулли - вероятность поступления i вызовов за время t от N источников:

$$P_i(t) = C_N^i \cdot a^i (1-a)^{N-i}, \quad (6.4)$$

где a - интенсивность нагрузки от одного источника.

$$a = \frac{\alpha}{1+\alpha}. \quad (6.5)$$

7 Примеры решения задач

Задача 1

На коммутационную систему (КС) поступает примитивный поток вызовов с параметром свободного источника вызовов $\alpha = 0,67$ выз/час. Определить вероятность поступления точно $k = 0, 1, 2, \dots, N$ вызовов, при числе источников $N = 9$. Построить график зависимости $P_k(t) = f(k)$ и определить при каких значениях k вероятность P_k - максимальна.

Решение:

Примитивный поток создается конечным числом источников ($N < 100$). При увеличении N примитивный поток переходит в простейший. На практике при исследовании примитивного потока пользуются не параметром α , а так называемой интенсивностью нагрузки - a , т.е. поступающая нагрузка от одного источника.

Эта нагрузка связана с α соотношением:

$$a = \frac{\alpha}{1+\alpha}.$$

Вероятности поступления вызовов примитивного потока подчиняются распределению Бернулли:

$$P_k(t) = C_N^k \cdot a^k (1-a)^{N-k}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!},$$

где a трактуется как вероятность того, что абонентская линия является занятой, то есть от неё поступает нагрузка a .

При вычислении этих вероятностей удобно сначала определить вероятность $P_0(t)$, а затем воспользоваться рекуррентной формулой:

$$P_{j+1}(t) = P_j(t) \cdot \frac{N-j}{j+1} \cdot \frac{a}{1-a}, \text{ где } j = 0, 1, 2, \dots, N-1, k = j+1.$$

Для вычисления вероятностей находим a :

$$a = \frac{\alpha}{1+\alpha} = \frac{0,67}{1+0,67} = 0,4;$$

$$P_0(t) = C_9^0 \cdot 0,4^0 \cdot (1-0,4)^9 = 0,01$$

$$P_1(t) = P_0(t) \cdot \left(\frac{9-0}{0+1} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{1-0,4} \right) = 0,06$$

$$P_2(t) = P_1(t) \cdot \left(\frac{9-1}{1+1} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{1-0,4} \right) = 0,16$$

$$P_3(t) = P_2(t) \cdot \left(\frac{9-2}{2+1} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,25$$

$$P_4(t) = P_3(t) \cdot \left(\frac{9-3}{4} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,25$$

$$P_5(t) = P_4(t) \cdot \left(\frac{9-4}{5} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,17$$

$$P_6(t) = P_5(t) \cdot \left(\frac{9-5}{6} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,07$$

$$P_7(t) = P_6(t) \cdot \left(\frac{9-6}{7} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,02$$

$$P_8(t) = P_7(t) \cdot \left(\frac{9-7}{8} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,004$$

$$P_9(t) = P_8(t) \cdot \left(\frac{9-8}{9} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{0,6} \right) = 0,0003$$

Проверка: $\sum_{k=0}^9 P_k(t) = 0,994$

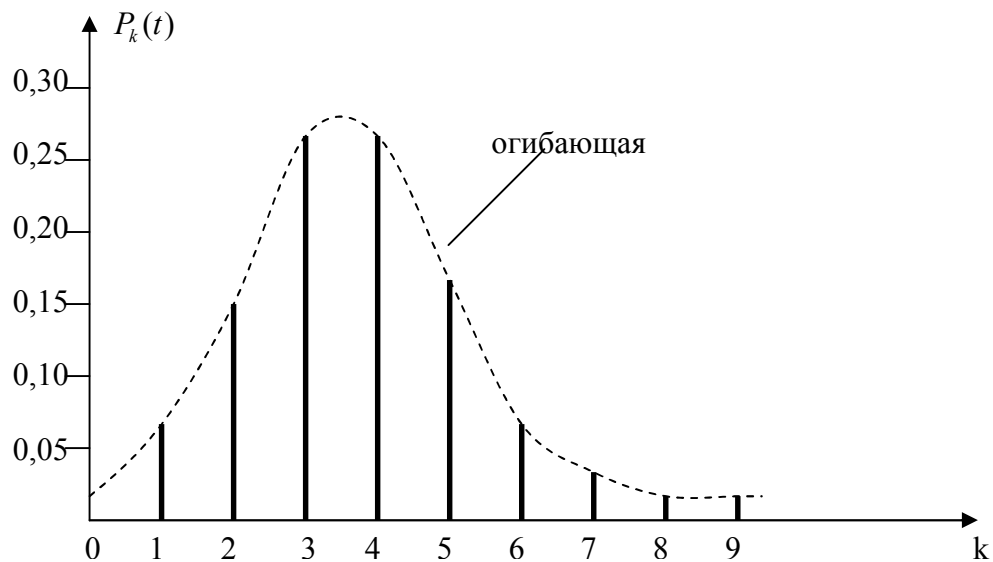


Рис. 7.1 - График распределения вероятностей $P_k(t) = f(k)$

Задача 2

Построить график зависимости параметра примитивного потока λ от числа занятых источников i - $\lambda = f(i)$, если число источников вызовов $N = 10$, параметр свободного источника $\alpha = 0,5$ выз/час.

Задача 3

Определить вероятности всех возможных состояний при занятии входов КС $P_k(t)$ потоком вызовов от $N = 15$ источников, если параметр свободного источника $\alpha = 0,45$ выз/час. Определить удельную нагрузку от каждого источника вызовов. Построить график функции $P_k(t) = f(k)$. При каких значениях k вероятность P_k примет максимальное значение?

Задача 4

Полнодоступный пучок обслуживает нагрузку $Y=2$ Эрл. Число источников нагрузки $N=10$. Вероятность потерь по вызовам $P_v=0,01$. Определить необходимое число линий для обслуживания этой нагрузки.

Задача 5

Определить вероятность потерь P_v в полнодоступном пучке, состоящем из $V=2$ линиям при обслуживании примитивного потока вызовов, если число источников нагрузки $N=10$, а интенсивность нагрузки от одного источника $a=0,1$ Эрл.

Задача 6

Построить графики зависимости поступающей нагрузки от ёмкости пучка $V=1,2,3...10$ линий при числе источников нагрузки $N=10$; $N=20$; $N \rightarrow \infty$ и вероятности потерь $P_v=0,05$.