

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

ДЕКОМПОЗИЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Изучение и приобретение навыков использования методов адаптивного прогнозирования.

2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

ОСНОВНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Цепные и базисные коэффициенты

Показатели, характеризующие динамический ряд, определяются сравнением двух различных уровней ряда. Уровень, который сравнивается, называется текущим; уровень, с которым производится сравнение, называется базисным.

Изменение исследуемого показателя можно охарактеризовать по отношению к какому-либо базисному (обычно первому) наблюдению либо величиной изменения соседних уровней ряда. Для описания динамики временного ряда часто используются базисные и цепные характеристики, такие, как:

1) Абсолютный прирост - разность между данным уровнем и предыдущим или первоначальным уровнем. Если уровни ряда обычно положительные величины, то абсолютные приросты могут быть и отрицательными. Число абсолютных приростов на 1 меньше числа членов ряда. Различают:

- абсолютный базисный прирост $y_i - y_1$;

- абсолютный цепной прирост $y_i - y_{i-1}$.

Сумма цепных абсолютных приростов равна последнему базисному приросту.

2) Темп роста - отношение двух уровней ряда, выраженное в виде коэффициента или в процентах. Различают:

- базисный коэффициент роста y_i / y_1 ;

- цепной коэффициент роста y_i / y_{i-1} .

Если темп роста больше 1 (100 %), то это показывает, что изучаемый уровень увеличился по сравнению с уровнем базисного периода; если темп роста равен 1, то уровень не изменился; если меньше 1, то уровень уменьшился; темп роста всегда имеет положительный знак; произведение цепных темпов роста равно последнему базисному темпу роста.

3) Темп прироста – отношение абсолютного прироста к текущему или базисному уровню. Различают:

- базисный коэффициент (темп) прироста $[y_i - y_1] / y_1$;

- цепной коэффициент прироста $[y_i - y_{i-1}] / y_{i-1}$.

4) Темп наращивания - отношение цепных абсолютных приростов к начальному уровню:

$[y_i - y_{i-1}] / y_1$.

Средние показатели

Для получения обобщающих показателей динамики определяются средние величины:

средний уровень, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста и др.

Средний уровень ряда называется также *хронологической средней*. Способы ее расчета зависят от вида ряда динамики. Средний уровень интервального равноотстоящего ряда определяется как простая средняя арифметическая.

Средний уровень моментного равноотстоящего ряда находится по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1}.$$

Средний абсолютный прирост равностоящих рядов определяется по формуле

$$\bar{T}_{pr} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)}{n-1}.$$

Средний темп роста при равномерных измерениях определяется по формуле

$$\bar{T}_r = n-1 \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n-1} \frac{y_{i+1}}{y_i}} = n-1 \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ РЯДА ДИНАМИКИ

Обобщенная модель ряда динамики

В общем случае временной ряд состоит из регулярной ($\tilde{y}_t$) и нерегулярной (ε_t) составляющих:

$$y_t = \tilde{y}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1..n.$$

Назовем величину регулярных составляющих уровнем ряда в момент t , а закон эволюции уровня во времени – тенденцией. Он характеризует существующую динамику развития процесса в целом. Нерегулярная составляющая отражает случайные колебания или шумы процесса. Очевидно, что регулярные и нерегулярные компоненты временного ряда ненаблюдаемы. Они являются теоретическими величинами.

Обобщенная модель временного ряда может быть представлена как композиция из следующих составляющих:

$$Y = F(T, S, C, \varepsilon, W),$$

где $Y = \{y_t\}$ – исходный временной ряд, $t = 1..n$;

T – тренд характеризует общую тенденцию развития процесса, является детерминированной составляющей, определяемой влиянием постоянно действующих факторов;

S – сезонная составляющая описывает периодически повторяющиеся колебания относительно тренда;

C – циклическая составляющая описывает колебания относительно тренда с большей или меньшей регулярностью. Разница между C и S состоит в том, что S имеет регулярную периодичность, тогда как C имеет большую временную протяженность и проявляется через неравные промежутки времени. В большинстве исследований рядов циклическую составляющую не выделяют;

ε – нерегулярная случайная (несистематическая) остаточная компонента, возникает в результате действия неизвестных исследователю причин;

W - управляющая компонента, с помощью которой воздействуют на члены временного ряда с целью формирования его будущей траектории (управляемый прогноз). В большинстве случаев она принимается равной нулю.

Очевидно, что все перечисленные компоненты зависят от времени и имеют ту же размерность, что и исходный временной ряд. Между компонентами временного ряда существуют специфические функциональные отношения. В анализе временных рядов принято рассматривать две формы взаимосвязи между элементами: аддитивную, мультипликативную, а так же смешанную. Любой ряд можно описать в виде одной из таких составляющих или комбинации нескольких из них, т.е. каждый элемент временного ряда может быть представлен как комбинация вышеперечисленных элементов.

Надо, однако, помнить, что приведенная выше операция разложения (декомпозиции), допустимая с математической точки зрения и часто полезная для осознания механизма формирования изучаемого явления, может в некоторых случаях ввести в заблуждение. В частности, при таком подходе упрощением может оказаться предположение о независимом действии составляющих ряда.

Исследование временных рядов осуществляется с различными целями, поэтому применяемые подходы и методы для анализа каждого конкретного временного ряда зависят от поставленных задач, от специфики изучаемого процесса. Однако можно определить некоторую обобщенную схему анализа временного ряда:

1. Вычисляется тренд.
2. Если необходимо, определяются сезонная, циклическая и управляющая компоненты.
3. Определяется оценка нерегулярной составляющей, на основании которой оценивается качество построенной модели.

Определение тенденции ряда

Во временных рядах можно наблюдать тенденции трех видов:

- тенденции среднего уровня (аналитически выражаются в виде функции $f(t)$, вокруг которой варьируются фактические значения временного ряда);
- тенденции дисперсии (отражает изменение отклонений эмпирических значений временного ряда от значений, вычисленных по уравнению тренда);
- тенденции автокорреляции (отражают изменения связи между отдельными уровнями временного ряда).

В зависимости от вида тенденции конкретного временного ряда осуществляется выбор той или иной модели для его описания. В статистике имеется множество методов выделения тенденции среднего и дисперсии временного ряда. К ним относятся аналитические и механические способы сглаживания.

Аналитические методы выравнивания. Аналитические методы выравнивания предполагают наличие тенденции на протяжении всего временного ряда. Выявить тенденцию изменений временного ряда - значит установить, какая математическая функция наиболее пригодна для описания изучаемого явления. А зная это, можно рассчитать с той или иной степенью точности уровень интересующего нас показателя в нужный момент.

Следует сразу, же отметить, что применение математических моделей для прогнозирования имеет смысл только тогда, когда исследователь может на основе теоретического анализа «предугадать» тенденции развития и длительность их существования, ведь, сами тенденции тоже подвергаются изменениям.

Итак, применение аналитических методов выравнивания сводится к построению *кривой роста* – функции, аппроксимирующей ряд и отображающей зависимость исследуемого показателя от времени. Построение кривой роста включает два этапа: идентификацию, т.е. определение вида аппроксимирующей математической функции, и расчет коэффициентов кривой роста, например, методом наименьших квадратов. Параметры подобранной кривой остаются неизменными для всей известной части ряда.

Следует отметить, что выбор конкретного типа кривой роста должен учитывать характер аппроксимируемого ряда и быть обоснованным. Особенно это актуально при исследовании социально-экономических процессов, в которых, как известно, нерегулярная составляющая может быть значительной. Так, применение сложных математических функций (например, полиномов высоких порядков) увеличивает точность модели, но при этом не достигается нужная степень выравнивания, может быть неадекватно описан исследуемый процесс.

Механические методы выравнивания. Аналитическими методами сглаживания предполагают этап идентификации, во время которого исследователь выбирает вид модели, т.е. не существует "автоматического" способа обнаружения тренда во временном ряде. Тем не менее, в некоторых случаях целесообразным представляется использование механического выравнивания временного ряда (например, если временные ряды содержат значительную ошибку). Механические методы часто применяются на практике в силу простоты расчета и достаточно высокой точности и сводятся к использованию различных методов сглаживания (фильтрации).

Итак, достаточно простым методом выявления тенденции развития процесса является сглаживание временного ряда, т.е. замена фактических уровней расчетными, имеющими меньшую дисперсию, чем исходные данные. Сглаживание всегда включает некоторый способ локального усреднения данных, при котором несистематические (нерегулярные) компоненты взаимно погашают друг друга. В общем случае процедура сглаживания состоит в следующем: выбирается интервал временного ряда, с использованием элементов которого определяется выровненное значение элемента ряда; далее интервал сглаживания перемещается вправо и рассчитывается следующий член выровненного ряда и т.д. К наиболее популярным методам сглаживания относятся: метод скользящей средней, медианное сглаживание, простое экспоненциальное сглаживание.

Метод скользящих средних. Самый общий метод сглаживания - скользящее среднее, в котором каждый член ряда заменяется простым или взвешенным средним k соседних членов, где k - ширина "окна". Окно – это временной интервал, по которому производится усреднение.

В зависимости от того, какой элемент заменяется, различают центрированное (симметричное) и нецентрированное (асимметричное) скользящее среднее. По способу вычисления различают простое, взвешенное и экспоненциальное скользящее среднее.

Так, при использовании центрированной скользящей средней, для построения оценки тренда в точке t по значениям ряда из временного интервала $[t - h, t + h]$ рассчитывают теоретическое значение ряда – в данном методе это простая средняя элементов указанного интервала. При выполнении процедуры происходит скольжение окном шириной $k = 2h + 1$ по всему ряду от начала до конца. Ширину окна обычно берут нечетной, так как теоретическое значение рассчитывается для центрального значения: количество слагаемых $2h + 1$ с одинаковым числом элементов слева и справа от момента t .

Формула для расчета скользящей средней в этом случае принимает вид

$$y'_t = \frac{1}{2h + 1} \cdot \sum_{i=t-h}^{t+h} y_i.$$

В общем виде формула для расчета взвешенной скользящей средней принимает вид

$$y'_t = \frac{1}{2h + 1} \cdot \sum_{i=t-h}^{t+h} \beta_{i-t} y_i,$$

где y'_t - сглаженное (отфильтрованное) значение уровня на момент t ;

β_{i-t} - вес, приписываемый уровню ряда, находящемуся на расстоянии i от момента t .

Введение весов позволяет приписать большие значения отдельным наблюдениям,

например, более поздним наблюдениям.

Важная практическая задача состоит в нахождении оптимальных сглаживающих окон для конкретных временных рядов. Очевидно, имеются два предельных случая для ширины окна: число усредняемых значений очень мало – маленькое окно, или велико – большое окно. В первом случае флуктуации ряда сглаживаются слабо во втором – флуктуации существенно уменьшаются, но в сглаженном ряде возникает смещение - полученный ряд сдвигается относительно исходного. Этот сдвиг может существенно исказить существующую тенденцию ряда.

Дисперсия для y'_t равна σ_y^2/k (σ_y^2 - дисперсия исходных членов ряда), поэтому чем больше интервал сглаживания, тем сильнее усреднение данных и менее изменчива выделяемая тенденция.

Метод не дает значений тренда для первых и последних h членов ряда. Тем не менее, чтобы не сужать область определения сглаженного ряда по сравнению с исходным, для устранения этих краевых эффектов используют различные методы. Например, для таких точек, за исключением концевых, вычисляется значение скользящей средней меньшего, максимально возможного порядка.

Метод центрированной скользящей средней имеет один существенный недостаток: сигнал о смене тенденции существенно запаздывает во времени. Однако необходимо как можно раньше определить смену тенденции, что можно делать с использованием нецентрированной (асимметричной) скользящей средней. Чем больше окно, тем большее запаздывание в отражении тенденции наблюдается у сглаженного ряда.

Медианное сглаживание. Если в описанном выше методе вместо среднего использовать медиану значений, попавших в окно, то приходим к методу медианного сглаживания. Для того чтобы найти значение скользящей медианы в точке t , вычисляется медиана значений ряда во временном интервале $[t - h, t + h]$. Медиана ряда во временном интервале определяется как центральный член вариационного ряда - последовательности значений ряда, входящих в этот временной интервал, упорядоченной по возрастанию. Соответствующее значение называется $(2h + 1)$ -точечной скользящей медианой (СМ).

Основное преимущество медианного сглаживания по сравнению со сглаживанием скользящим средним состоит в том, что результаты становятся более устойчивыми к выбросам (имеющимся внутри окна). Если в данных имеются выбросы, то сглаживание медианой обычно приводит к более гладким кривым по сравнению со сглаживанием скользящим средним с тем же самым окном.

Основной недостаток медианного сглаживания в том, что при отсутствии явных выбросов он приводит к более "зубчатым" кривым (чем сглаживание скользящим средним) и не позволяет использовать веса.

Простое экспоненциальное сглаживание. Экспоненциальная средняя является примером асимметричной скользящей средней, в которой учитывается степень старения данных: чем старше информация, тем с меньшим весом входит она в формулу для расчета сглаженного значения уровня ряда S_t :

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1},$$

где S_t - экспоненциальная средняя (в сглаживании участвуют все данные, полученные к текущему моменту t),

α - параметр сглаживания, характеризующий вес текущего (самого нового) наблюдения, $0 < \alpha < 1$.

По мере удаления от текущего момента времени в прошлое вес соответствующего члена ряда быстро (экспоненциально) уменьшается и практически перестает оказывать какое-либо влияние на значение S_t .

Определение сезонности ряда динамики

Под сезонностью понимают влияние внешних факторов, действующих циклически с заранее известной периодичностью. Типичными примерами являются эффекты, связанные с астрономическими либо календарными причинами. Так, в ряду ежемесячных данных естественно ожидать наличие сезонных эффектов с периодом 12, в квартальных рядах - с периодом 4. В свою очередь, в информации, собираемой с интервалом 1 ч., вполне могут возникнуть сезонные эффекты с периодом 24.

Применительно к задачам краткосрочного управления и прогнозирования сезонная составляющая зачастую не является информативной, т.е. при прогнозе основная проблема сводится к оценке тенденции, после чего эта оценка корректируется на сезонность. Таким образом, при анализе прогноза временных рядов мы два раза сталкиваемся с необходимостью учета влияния сезонности: во-первых, при оценке тенденции, которая представляет собой ряд, очищенный от случайной составляющей и сезонности. Сезонная составляющая в таких случаях лишь затрудняет идентификацию тех составляющих динамики, которые являются информативными; во-вторых, сталкиваемся, при корректировке прогнозных значений.

Существует несколько методик оценки сезонной компоненты временного ряда. Основные отличия их сводятся к тому, в какой последовательности производить выделение составляющих временного ряда, какими методами и на каком этапе считать выделение составляющих достаточно точным.

Сезонные эффекты, несмотря на то, что время их проявления и характер из года в год могут несколько изменяться, имеют достаточно регулярный характер. Размах и форма сезонных колебаний могут также демонстрировать эволюцию с течением времени. Однако регулярность (периодичность) сезонных колебаний позволяет проводить их идентификацию, что в свою очередь обеспечивает возможность сезонной корректировки временного ряда.

Любая периодическая зависимость может быть формально определена как корреляционная зависимость порядка k между каждым i -м элементом ряда и $(i - k)$ -м элементом. Если ошибка измерения не слишком большая, то сезонность можно определить визуально, рассматривая поведение членов ряда через каждые k временных единиц. Ее также можно измерить с помощью автокорреляции, т.е. корреляции между самими членами ряда.

Автокорреллограмма отображает численно и графически автокорреляционную функцию (АКФ), иными словами коэффициенты автокорреляции для последовательности лагов из определенного диапазона (например, от 1 до 30).

Однако при изучении автокорреллограмм следует помнить, что автокорреляции последовательных лагов формально зависимы между собой. Рассмотрим следующий пример. Если первый член ряда тесно связан со вторым, а второй с третьим, то первый элемент должен также каким-то образом зависеть от третьего и т.д. Это приводит к тому, что периодическая зависимость может существенно измениться после удаления автокорреляций первого порядка, т.е. после взятия разности с лагом 1. Поэтому часто используется другой метод исследования периодичности, который состоит в исследовании частной автокорреляционной функции (ЧАКФ), представляющей собой углубление понятия обычной АКФ. В ней устраняется зависимость между промежуточными наблюдениями (наблюдениями внутри лага). Другими словами, частная автокорреляция на данном лаге аналогична обычной автокорреляции, за исключением того, что при вычислении не учитывается влияние автокорреляций с меньшими лагами. На лаге 1 (когда нет промежуточных элементов внутри лага) частная автокорреляция равна, очевидно, обычной автокорреляции. На самом деле частная автокорреляция дает более "чистую" картину периодических зависимостей.

При изучении автокорреллограмм интерес в основном представляют очень сильные (т.е. высоко значимые) автокорреляции.

Виды сезонности. Сезонная волна. В анализе временных рядов различают два вида

сезонности: мультипликативную и аддитивную.

Аддитивная форма предполагает, что сезонная компонента складывается с трендом ($Y_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$), мультипликативная же компонента умножается ($Y_t = T_t * S_t + \varepsilon_t$). Причем справедливо равенство $S_t = S_{t+L}$, L – период сезонности.

Одним из простейших, но часто применяемых способов описания сезонной компоненты временного ряда является сезонная волна, усредняющая сезонный процесс за несколько однотипных периодов. Каждая сезонная волна имеет период колебаний, амплитуду, привязку минимумов и максимумов ко времени. Если эти характеристики стабильны во времени, то сезонная волна постоянна.

Сезонная волна представляет собой набор индексов сезонности для каждого месяца. В случае аддитивной модели индексы будут измеряться в абсолютных величинах (амплитуда сезонных колебаний не зависит от уровня тренда), а в случае мультипликативной модели - в относительных (амплитуда сезонных колебаний зависит от уровня тренда). На основании этого утверждения возможно визуальное определение вида сезонности. Так, если размах сезонных колебаний меняется при изменении значения трендовой составляющей, то мы имеем дело с мультипликативной сезонностью, если же нет – с аддитивной.

В случае мультипликативной сезонности корректировка прогноза производится путем умножения на индекс сезонности и для корректности вычислений необходимо, чтобы произведение всех индексов равнялось единице. В случае аддитивной сезонности к тренду добавляются сезонные отклонения, причем сумма сезонных эффектов за год должна равняться 0.

Пусть $(V_1^1, V_2^1, \dots, V_L^1), (V_1^2, V_2^2, \dots, V_L^2), \dots, (V_1^p, V_2^p, \dots, V_L^p)$ – описание сезонного процесса за p сезонных периодов. Этот процесс определяется следующим образом:

для мультипликативной сезонности $V_j^i = (y_{i,j} - T_{i,j}) / T_{i,j}$, $i = \overline{1..p}, j = \overline{1..L}$;

для аддитивной сезонности $V_j^i = y_{i,j} - T_{i,j}$, $i = \overline{1..p}, j = \overline{1..L}$.

Сезонной волной этого процесса называется усредненное значение показателя сезонного процесса в каждом сезонном периоде.

Усредненное значение показателя определяется по формуле

$$S_j = \sum_{i=1}^p V_j^i / p, j = \overline{1..L}.$$

Усредненное значение показателя в каждом сезонном периоде можно определить различными методами: простой средней, по центральным членам ряда, по медиане. Все эти методы применимы, если тренд исключен из ряда.

3. ЗАДАНИЕ

Используя средства OpenOffice.Calc решить следующие задачи (в соответствии с вариантом 1-11):

1 (по таблице 1).

1.1 Для ряда динамики в соответствии с вариантом определить цепные и базисные коэффициенты роста и прироста: абсолютный прирост, темпы роста, прироста и наращивания; найти среднюю хронологическую, средний абсолютный прирост и темп роста и прироста.

1.2. Для ряда динамики построить кривую роста (уравнение парной линейной регрессии, которое определяет зависимость переменной от условного фактора времени –

порядковых номеров наблюдений), определить ее значимость, точность и адекватность

2(по таблице 2).

2.1 Провести сглаживание скользящей средней и скользящей медианой с шириной окна 3, 7, 12, построить и сравнить соответствующие графики.

2.2. Провести анализ сезонности, построив сезонную волну по аддитивному и мультипликативному принципу, взяв за тренд построенную в п.3 кривую роста.

2.3. Провести анализ точности и адекватности сезонных моделей, выбрать лучшую модель и построить по ней прогноз.

Сделать выводы по каждому пункту.

Таблица 1. Основные макроэкономические, демографические и показатели уровня жизни Тульской области

	1998	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2010	2014	2015	2016	2017
1. Валовой региональный продукт млн. руб.	18564.6	43897.5	55680.7	67891.9	77320	82867	116221,2	237629,2	411122,3	477537,8	517740,8	-
2. Численность постоянного населения (на конец года), тыс. человек	1763,4	1716,2	1690,0	1669,8	1644,8	1621,9	1615,2	1550,3	1513,6	1506,4	1499,4	14,91
3. Естественный прирост населения на 1000 человек населения	-11.2	-14.2	-14.3	-14.4	-14.7	-13.8	-14,0	-9,8	-7,1	-6,6	-6,8	-7,6
4. Общий коэффициент брачности	5.8	6.1	6.8	6.8	7.4	6.5	7,1	7,7	7,7	7,3	6,3	7,0
5. Общий коэффициент разводимости	3.6	4.4	5.3	6.2	5.7	4.8	4,5	4,7	5,0	4,1	4,1	4,2
6. Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	765.0	786.9	780.5	772.9	770.7	770.0	775,6	771,1	749,8	742,9	731,5	730,0
7. Численность безработных, тыс. человек	14.8	8.5	9.6	9.7	10.8	9.4	8,1	12,6	7,2	6,8	5,9	4,3
8. Среднедушевые денежные доходы населения, в месяц рублей	694.4	1484	2013	2618	3383	3940	4988,4	15349,5	23040,3	26289,9	27432,4	27853,3
9. Величина прожиточного минимума, руб. в месяц	382.6	1008	1273	1435	1775	2031	2495.7	5199,4	7368	8949	9128	9303
10. Численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в процентах от общей численности населения	22.0	32.2	25.9	21.8	20.5	20.31	17,4	11,0	9,8	10,6	10,0	10,0
11. Средний размер назначенных месячных пенсий, руб.	405.2	839.4	1164.4	1494.0	1776.8	2023.6	2495,7	7439,6	10688,3	11874,8	17247,8	13152,7

Таблица 2
Объем пассажироперевозок авиакомпанией

JAN 1953	196
FEB 1953	196
MAR 1953	236
APR 1953	235
MAY 1953	229
JUN 1953	243
JUL 1953	264
AUG 1953	272
SEP 1953	237
OCT 1953	211
NOV 1953	180
DEC 1953	201
JAN 1954	204
FEB 1954	188
MAR 1954	235
APR 1954	227
MAY 1954	234
JUN 1954	264
JUL 1954	302
AUG 1954	293
SEP 1954	259
OCT 1954	229
NOV 1954	203
DEC 1954	229
JAN 1955	242
FEB 1955	233
MAR 1955	267
APR 1955	269
MAY 1955	270
JUN 1955	315
JUL 1955	364
AUG 1955	347
SEP 1955	312
OCT 1955	274
NOV 1955	237
DEC 1955	278
JAN 1956	284
FEB 1956	277
MAR 1956	317
APR 1956	313
MAY 1956	318
JUN 1956	374
JUL 1956	413
AUG 1956	405
SEP 1956	355
OCT 1956	306

NOV 1956	271
DEC 1956	306
JAN 1957	315
FEB 1957	301
MAR 1957	356
APR 1957	348
MAY 1957	355
JUN 1957	422
JUL 1957	465
AUG 1957	467
SEP 1957	404
OCT 1957	347
NOV 1957	305
DEC 1957	336
JAN 1958	340
FEB 1958	318
MAR 1958	362
APR 1958	348
MAY 1958	363
JUN 1958	435
JUL 1958	491
AUG 1958	505
SEP 1958	404
OCT 1958	359
NOV 1958	310
DEC 1958	337
JAN 1959	360
FEB 1959	342
MAR 1959	406
APR 1959	396
MAY 1959	420
JUN 1959	472
JUL 1959	548
AUG 1959	559
SEP 1959	463
OCT 1959	407
NOV 1959	362
DEC 1959	405

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

АДАПТИВНЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

4. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Изучение и приобретение навыков использования метода адаптивного прогнозирования.

5. ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Обобщенная адаптивная модель:

$$\hat{a}_{1,t} = \alpha_1 d_1 + (1 - \alpha_1) d_2,$$

где $\hat{a}_{1,t}$ - текущий уровень ряда после элиминирования сезонных колебаний;

α_1 - параметр сглаживания, $0 < \alpha_1 < 1$;

Значения d_2 и d_1 даны в табл. 6.2, каждая клетка которой характеризует ту или иную модель.

Например, модель В-2 с аддитивным трендом и аддитивным сезонным эффектом записана в клетке, находящейся на пересечении строки В и колонки 2.

Рассмотрим величины, соответствующие в обобщенной формуле символам d_2 и d_1 :

y_t - фактическое наблюдение;

$\hat{a}_{2,t}$ - коэффициент линейного роста, оценивается по формуле

$$\hat{a}_{2,t} = \alpha_2 (\hat{a}_{1,t} - \hat{a}_{1,t-1}) + (1 - \alpha_2) \hat{a}_{2,t-1}, 0 < \alpha_2 < 1;$$

$\hat{r}_t$ - коэффициент экспоненциального роста, его получают по формуле

$$\hat{r}_t = \alpha_r \frac{\hat{a}_{1,t}}{\hat{a}_{1,t-1}} + (1 - \alpha_r) \hat{r}_{t-1}, 0 < \alpha_r < 1;$$

$\hat{g}_t$ - аддитивная сезонная компонента, вычисляется по формуле

$$\hat{g}_t = \alpha_g (x_t - \hat{a}_{1,t}) + (1 - \alpha_g) \hat{g}_{t-L}, 0 < \alpha_g < 1;$$

$\hat{f}_t$ - мультипликативный коэффициент сезонности, подсчитывается по формуле:

$$\hat{f}_t = \alpha_f \frac{y_t}{\hat{a}_{1,t}} + (1 - \alpha_f) \hat{f}_{t-L}, 0 < \alpha_f < 1.$$

Таблица

Характер сезонности			1	2	3
			Отсутствие сезонного эффекта	Аддитивный сезонный эффект	Мультипликативный сезонный эффект
Тенденция Роста					
	Отсутстви е тенденции	d_1	y_t	$y_t - \hat{g}_{t-L}$	$y_t / \hat{f}_{t-L}$
		d_2	$\hat{a}_{1,t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1}$

		P_τ	$\hat{a}_{1,t}$	$\hat{a}_{1,t} + \hat{g}_{t-L+\tau}$	$\hat{a}_{1,t}\hat{f}_{t-L+\tau}$
	Линейный рост		Модель Хольта	Модель Тейла и Вейджа	Модель Уинтерса
		d_1	y_t	$y_t - \hat{g}_{t-L}$	$y_t / \hat{f}_{t-L}$
		d_2	$\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}$
		P_τ	$\hat{a}_{1,t} + \tau\hat{a}_{2,t}$	$\hat{a}_{1,t} + \tau\hat{a}_{2,t} + \hat{g}_{t-L+\tau}$	$(\hat{a}_{1,t} + \tau\hat{a}_{2,t})\hat{f}_{t-L}$
	Экспоненциальный рост	d_1	y_t	$y_t - \hat{g}_{t-L}$	$y_t / \hat{f}_{t-L}$
		d_2	$\hat{a}_{1,t-1}\hat{r}_{t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1}\hat{r}_{t-1}$	$\hat{a}_{1,t-1}\hat{r}_{t-1}$
		P_τ	$\hat{a}_{1,t}\hat{r}_t^\tau$	$\hat{a}_{1,t}\hat{r}_t^\tau + \hat{g}_{t-L+\tau}$	$\hat{a}_{1,t}\hat{f}_{t-L+\tau}\hat{r}_t^\tau$

Прогнозы фактических значений, ожидаемых в момент $t + \tau$, могут быть получены по общей формуле $\hat{y}_\tau(t) = P_\tau$.

6. ЗАДАНИЕ

Используя средства OpenOffice.Calc решить следующие задачи (в соответствии с вариантом):

1. Построить для представленных временных рядов модели с различными видами тренда и сезонности (выбор обосновать), на основе показателей качества моделей определить оптимальные значения параметров адаптации.

2. Провести анализ точности и адекватности моделей, выбрать лучшую модель и построить по ней прогноз.

Сделать выводы по каждому пункту.

Ряд динамики 1.

Валовой внутренний продукт ¹⁾

(в ценах 2011г., млрд.руб.)

2011				2012				2013			
I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
13 255,3	14 345,3	15 615,1	16 482,4	13 954,6	14 961,0	16 102,3	16 780,4	14 039,4	15 131,0	16 289,6	17 128,9

2014				2015				2016			
I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал	I квартал	II квартал	III квартал	IV квартал
14 129,9	15 297,4	16 432,6	17 171,1	13 736,2	14 605,4	15 823,6	16 516,8	13 576,2	14 522,1	15 754,5	

Ряд динамики 2 (выбрать в соответствии вариантом). Основные макроэкономические, демографические и показатели уровня жизни
Тульской области

	1998	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2010	2014	2015	2016	2017
1. Валовой региональный продукт млн. руб.	18564.6	43897.5	55680.7	67891.9	77320	82867	116221,2	237629,2	411122,3	477537,8	517740,8	-
2. Численность постоянного населения (на конец года), тыс. человек	1763,4	1716,2	1690,0	1669,8	1644,8	1621,9	1615,2	1550,3	1513,6	1506,4	1499,4	14,91
3. Естественный прирост населения на 1000 человек населения	-11.2	-14.2	-14.3	-14.4	-14.7	-13.8	-14,0	-9,8	-7,1	-6,6	-6,8	-7,6
4. Общий коэффициент брачности	5.8	6.1	6.8	6.8	7.4	6.5	7,1	7,7	7,7	7,3	6,3	7,0
5. Общий коэффициент разводимости	3.6	4.4	5.3	6.2	5.7	4.8	4,5	4,7	5,0	4,1	4,1	4,2
6. Среднегодовая численность занятых в экономике, тыс. человек	765.0	786.9	780.5	772.9	770.7	770.0	775,6	771,1	749,8	742,9	731,5	730,0
7. Численность безработных, тыс. человек	14.8	8.5	9.6	9.7	10.8	9.4	8,1	12,6	7,2	6,8	5,9	4,3
8. Среднедушевые денежные доходы населения, в месяц рублей	694.4	1484	2013	2618	3383	3940	4988,4	15349,5	23040,3	26289,9	27432,4	27853,3
9. Величина прожиточного минимума, руб. в месяц	382.6	1008	1273	1435	1775	2031	2495.7	5199,4	7368	8949	9128	9303
10. Численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума в процентах от общей численности населения	22.0	32.2	25.9	21.8	20.5	20.31	17,4	11,0	9,8	10,6	10,0	10,0
11. Средний размер назначенных месячных пенсий, руб.	405.2	839.4	1164.4	1494.0	1776.8	2023.6	2495,7	7439,6	10688,3	11874,8	17247,8	13152,7

Временной ряд 3

Объем пассажироперевозок

авиакомпанией

JAN 1953	196
FEB 1953	196
MAR 1953	236
APR 1953	235
MAY 1953	229
JUN 1953	243
JUL 1953	264
AUG 1953	272
SEP 1953	237
OCT 1953	211
NOV 1953	180
DEC 1953	201
JAN 1954	204
FEB 1954	188
MAR 1954	235
APR 1954	227
MAY 1954	234
JUN 1954	264
JUL 1954	302
AUG 1954	293
SEP 1954	259
OCT 1954	229
NOV 1954	203
DEC 1954	229
JAN 1955	242
FEB 1955	233
MAR 1955	267
APR 1955	269
MAY 1955	270
JUN 1955	315
JUL 1955	364
AUG 1955	347
SEP 1955	312
OCT 1955	274
NOV 1955	237
DEC 1955	278
JAN 1956	284
FEB 1956	277
MAR 1956	317
APR 1956	313
MAY 1956	318

JUN 1956	374
JUL 1956	413
AUG 1956	405
SEP 1956	355
OCT 1956	306
NOV 1956	271
DEC 1956	306
JAN 1957	315
FEB 1957	301
MAR 1957	356
APR 1957	348
MAY 1957	355
JUN 1957	422
JUL 1957	465
AUG 1957	467
SEP 1957	404
OCT 1957	347
NOV 1957	305
DEC 1957	336
JAN 1958	340
FEB 1958	318
MAR 1958	362
APR 1958	348
MAY 1958	363
JUN 1958	435
JUL 1958	491
AUG 1958	505
SEP 1958	404
OCT 1958	359
NOV 1958	310
DEC 1958	337
JAN 1959	360
FEB 1959	342
MAR 1959	406
APR 1959	396
MAY 1959	420
JUN 1959	472
JUL 1959	548
AUG 1959	559
SEP 1959	463
OCT 1959	407
NOV 1959	362
DEC 1959	405

Временной ряд 4.

http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/accounts/#-
использовать данные по ВВП. Регион выбрать по последней цифре номера договора.