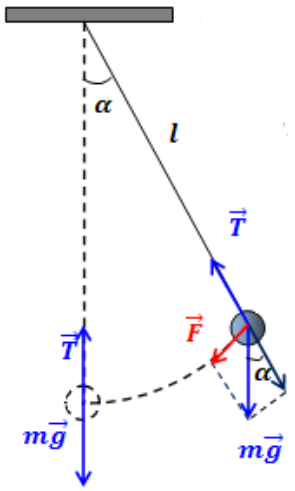
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



ФИЗИКА

Лабораторная работа

«Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника»

Кафедра физики: доц. Щепин В.И.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Иркутск – 2021

Лабораторная работа 3.2
«Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника»

Цель работы: *Определение ускорения свободного падения g при помощи математического маятника, изучение погрешностей измерений физических величин и применение на практике для оценки точности определения g.*

Приборы и принадлежности: электронный тренажер, лабораторная установка «Математический маятник», секундомер, рулетка.

ВНИМАНИЕ! ***Лабораторная работа может быть выполнена как на электронном тренажёре, так и на модели, в лаборатории физики или самостоятельно изготовленной в домашних условиях.***

Последний вариант приветствуется.

Теоретическая часть

Гармоническими колебаниями *физической величины x называется процесс изменения ее во времени t по закону синуса или косинуса*:

$$x = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда колебаний; T – период колебаний. Величина $(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$ называется *фазой колебаний,* а φ_0 соответствует фазе в начальный момент времени (t=0) и называется начальной фазой. График таких колебаний представлен на рис. 1. Из определения гармонических колебаний следует, что *период колебаний является наименьшим промежутком времени, по истечении которого движение в точности повторяется.* Действительно,

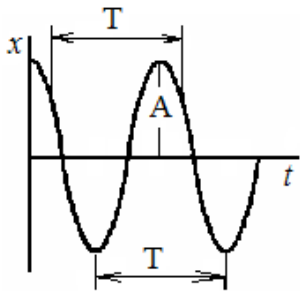


Рис. 1

$$x = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0) = A\sin[\frac{2\pi}{T}(t + T) + \varphi_0],$$

и за время t=T совершается одно полное колебание.

Амплитуда колебаний A равна максимальному значению x. Величина $\frac{2\pi}{T} = \omega$ называется ***круговой (циклической) частотой***. Если начальная фаза равна $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, то уравнение гармонических колебаний можно записать через косинус в виде $x = A\cos\ \omega t$.

Для изучения гармонических колебаний можно воспользоваться математическим маятником. ***Математический маятник*** *– это (модель) идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на длинной нерастяжимой нити l, и совершающая колебания около положения равновесия.*

Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжёлый шарик диаметром, подвешенный на длинной тонкой нерастяжимой нити при выполнении условия $d<<l$. Длина маятника l равна расстоянию от точки подвеса до центра тяжести шарика.

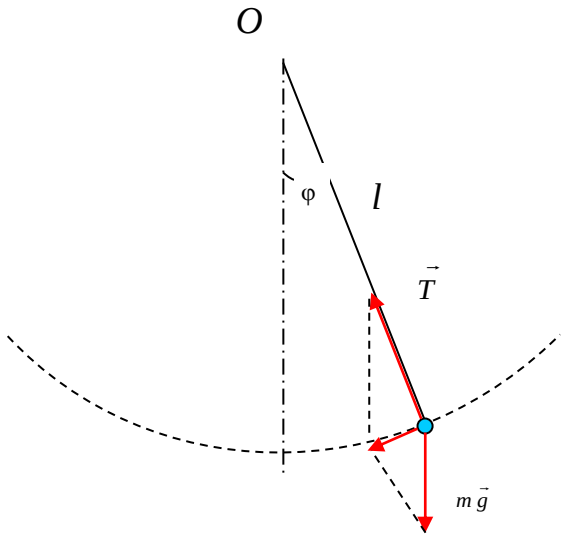


***Рис. 2*. Математический маятник**

Шарик (рис. 2), отклонённый на угол φ от положения равновесия, будет совершать гармонические колебания. На него действует возвращающая квазиупругая сила, составляющая силы тяжести. Уравнение динамики вращательного движения для этих условий можно записать в виде

$$mg \sin \varphi \; l = -I\varepsilon ,$$

где $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение; m – масса шарика; I – момент инерции; g – ускорение свободного падения. Для малых углов отклонения $\sin\varphi \approx \varphi$. С учетом того, что для шарика на нити можно принять $I = ml^2$, уравнение движения приобретает вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0 . \qquad (1)$$

Уравнение (1) аналогично общему уравнению гармонических колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0 ,$$

при условии, что собственная частота колебаний системы $\omega = \sqrt{g/l}$.

Можно показать, что частным решением последнего дифференциального уравнения является уравнение $x = A\cos\omega t$. Отсюда можно заключить, что математический маятник при малых углах отклонения совершает гармонические колебания с циклической частотой $\omega = \sqrt{g/l}$ и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} . \qquad (2)$$

Период колебаний маятника *– это время, в течение которого маятник совершает одно полное колебание и возвращается в исходную точку.*

Для определения ускорения свободного падения можно воспользоваться выражением (2), если решить его относительно g:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} . \qquad (3)$$

Действительно, достаточно измерить период колебаний T и длину маятника l, чтобы рассчитать по формуле (3) ускорение свободного падения.

Так как g – величина постоянная для данной географической точки, то видно, что при заданной длине маятника l период колебаний маятника T представляет собой постоянную величину. Поэтому при неоднократном измерении времени t одного и того же количества N колебаний, казалось бы, должен получаться неизменный результат. Однако даже при использовании сравнительно точного прибора (например, электронного секундомера) можно убедиться в том, что от опыта к опыту значение t изменяется то в бóльшую, то в мéньшую сторону. Различия в результатах измерения одной и той же величины объясняются случайными, приборными и другими погрешностями.

Изучение погрешностей измерений и расчётов является одной из главных целей данной лабораторной работы.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки и входящие в неё приборы и принадлежности приведены на рис.3.

Рассмотрим один из способов (методику) экспериментального определения ускорения свободного падения.

Если измерить расстояние от точки подвеса до центра тяжести шарика *l*, вывести из положения равновесия шарик, отклоняя его примерно на угол 5–7°, при помощи секундомера определить время *t* некоторого числа *n* полных колебаний, затем найти период $T = t / n$, то ускорение свободного падения можно определить по формуле (3).

При работе с математическим маятником имеется возможность изменять длину нити *l* и число колебаний *n*. Следует иметь в виду: при увеличении длины маятника и числа колебаний уменьшается экспериментальная погрешность.

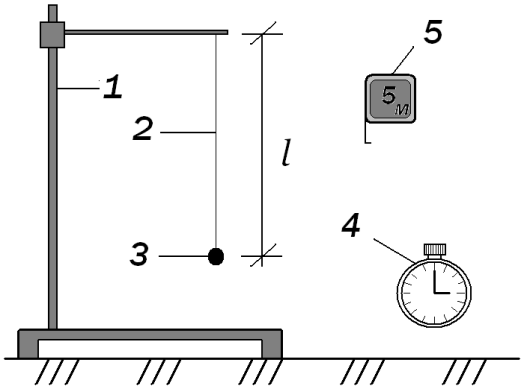


Рис. 3. **Экспериментальная установка:**
1 – штатив; *2* – длина маятника *l; 3* – шарик; *4* – секундомер; *5* – рулетка

Работу можно выполнить как на лабораторной установке, схема которой приведена на рис.3, так и на виртуальной лабораторной установке.

Опытная установка (Электронный тренажер) находится в разделе Задание 1.

Студенты заочной формы обучения могут изготовить самостоятельно модель математического маятника, взяв в качестве груза тело небольшого размера, например, гайку М18-М20 и привязать ее на упругую нить.

Порядок выполнения работы

Каждый студент выполняет свой вариант задания лабораторной работы, который можно получить у преподавателя или взять из таблицы вариантов. *Замечание:* Для определения времени секундомер включают в тот момент, когда шарик находится в положении максимального отклонения от положения равновесия и отсчитывают время *t*, в течение которого маятник совершит *n* полных колебаний. Расчёт погрешностей, допускаемых при определении

ускорения силы тяжести, выполняют в соответствии с методикой обработки лабораторных измерений.

Порядок выполнения лабораторной работы (вариант А)

1. Установить заданную длину маятника *l*.
2. Отклонить шарик приблизительно на угол 5–7° от положения равновесия и отпустить. Шарик будет совершать колебания. Измерить время t_i, некоторого числа n_i полных колебаний, амплитуду A_i и угол отклонения φ_i i – порядковый номер опыта. Результаты измерений и погрешности измерительных приборов занести в протокол (табл.1).
3. Повторить измерения не менее пяти раз в соответствии с вашим вариантом. Амплитуда колебаний A_i и угол отклонения φ_i в опытах не должны повторяться.
4. Найти период колебаний T_i для каждого измерения по формуле $T_i = t_i/n_i$.
5. Найти среднее арифметическое значение $\overline{T}$ периода колебаний по формуле (3)
6. Вычислить ускорение свободного падения для каждого измерения и среднее значение, подставляя средние значения длины маятника ($l = \overline{l}$) и периода $\overline{T}$.

$$\overline{g} = 4\pi^2 \frac{\overline{l}}{\overline{T}^2}. \qquad (9)$$

7. Найти абсолютную погрешность ускорения свободного падения

$$\Delta g = \overline{g}\sqrt{\varepsilon_l^2 + 4\varepsilon_T^2}, \qquad (10)$$

где $\varepsilon_l, \varepsilon_T$ – относительные погрешности измерения длины и периода колебаний маятника.

8. Найти относительную погрешность ускорения свободного падения

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\overline{g}} 100\ \%; \qquad (11)$$

9. Записать окончательный результат с учётом границ доверительного интервала

$$g = \overline{g} \pm \Delta g \qquad (12)$$

10. Проверить находится или нет табличное значение величины $g \approx 9{,}81$ м/с^2 в полученном доверительном интервале.
11. Записать выводы по результатам работы.

Погрешность измерения длины маятника определяют по цене деления рулетки, которой измеряют, а погрешность измерения периода колебаний – по методу обработки результатов прямых измерений (см. с.16 и приложения пособия по лабораторным работам).

Таблица измерений и вычислений 1

i	l_i, *см*	Δl, *мм*	n_i	A, *м*	φ^0	t_i, *с*	Δt, *с*	T_i, *с*	$\overline{T}$, *с*	g_i, *м/с²*	$\overline{g}$, *м/с²*
1											
2											
3											
4											
5											

Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются гармоническими?
2. Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний, его решение.
3. Объяснить в чём отличие физического маятника от математического?
4. Запишите формулу периода колебаний математического маятника.
5. Что понимается под силой тяготения, силой тяжести и массой тела?
6. Объясните зависимость ускорения свободного падения тел от географической широты местности.
7. Какая существует связь между амплитудой гармонических колебаний и углом отклонения.

Литература

1. Курс физики : учеб. пособие для инж.-техн. специальностей вузов / Т. И. Трофимова. – 18-е изд., стер. – М. : Академия, 2010. – 557 с.
2. Курс физики : учеб. пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 9-е изд., стер. – М. : Академия, 2012. – 719 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. – М. : Наука, 2012. Т. 1, 2, 3.
4. Лабораторные работы : метод. указания по выполнению лабораторных работ / сост. В.И. Щепин. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2009. – Ч.1. – 64 с.
5. Лабораторные работы : сост. В.И. Щепин. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2010. – Ч.2 – 64с.
6. Щепин В.И. Физика: лаб. практикум. – Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2017, – 132 с.