



ФИЗИКА

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Часть 1





Иркутск
2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАI

ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФИЗИКА

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Часть 1

Методические указания по выполнению
лабораторных работ
для студентов заочного факультета

ИЗДАТЕЛЬСТВО
Иркутского государственного технического университета
2009

ФИЗИКА. Лабораторные работы: метод. указания по выполнению лабораторных работ / сост. В.И. Щепин. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2009. – 64 с.

Методические указания включают: основы теории погрешностей измерений, требования по оформлению и выполнению работ, описание пяти лабораторных работ, с краткой теорией по каждой лабораторной работе, заданием и методикой проведения виртуальных работ на компьютере.

Лабораторные работы № 2.1, 3.1, 3.4 выполнены совместно с преподавателями ВСФИ МВД РФ Ю.Э. Голодковым, С.И. Жималиновым, М.А. Белоголовым.

Предназначены для студентов технических специальностей вузов заочной формы обучения, могут быть также использованы для самостоятельной работы студентами дневной и вечерней формы обучения.

Библиогр. 11 назв. Ил. 22. Табл.7.

Рецензент: канд. техн. наук, доцент кафедры физики ИрГТУ
С.Ю. Кузнецова

Подготовила к печати Е.М. Куликова

Подписано в печать 15.04.2009. Формат 60 х 90 / 16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 4,25.
Тираж 1000 экз. Зак. 129. Поз. плана 170.

ИД № 06506 от 26.12.2001
Иркутский государственный технический университет
664074, Иркутск, ул. Лермонтова, 83

Оглавление

ПОДГОТОВКА, ВЫПОЛНЕНИЕ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ..... 4
Подготовка к лабораторной работе..... 4
Выполнение лабораторной работы..... 4
Оформление отчета по лабораторной работе..... 7
Защита результатов лабораторного эксперимента..... 8
ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ЛАБОРАТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ..... 8
Определения и понятия..... 8
Оценка погрешностей прямых измерений..... 13
Оценка погрешностей косвенных измерений..... 17
ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ..... 20
Лабораторная работа 1.1. ***Математический маятник***..... 20
Лабораторная работа 1.2. ***Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника***..... 27
Лабораторная работа 2.1. ***Определение коэффициента динамической вязкости жидкости методом Стокса***..... 33
Лабораторная работа 3.1. ***Исследование электростатического поля двух точечных зарядов***..... 39
Лабораторная работа 3.2. ***Определение заряда электрона из законов Фарадея***..... 44
Лабораторная работа 3.3. ***Определение неизвестных сопротивлений при помощи мостовой схемы***..... 47
Лабораторная работа 3.4. ***Определение ёмкости конденсатора при помощи баллистического гальванометра***..... 54
Библиографический список..... 60
Приложение. Пример выполнения лабораторной работы..... 61

ПОДГОТОВКА, ВЫПОЛНЕНИЕ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Для выполнения виртуальных лабораторных работ на компьютере необходимы элементарные навыки работы в среде Microsoft Word.

Подготовка к лабораторной работе

Основными составляющими при подготовке к работе являются:

изучение теоретического материала по литературе с целью применения его на практике;

ознакомление с виртуальной лабораторной установкой и методикой измерений;

подготовка ответов на контрольные вопросы о физических явлениях и законах.

Студент должен быть готов к ответу на вопросы о том, какое явление изучается в данной работе, какие основные законы описывают это явление, какая физическая величина подлежит экспериментальному определению, что она собой представляет и от чего зависит. Кроме того, необходимо быть готовым показать на схеме или виртуальной лабораторной установке ее основные элементы, измерительные приборы, охарактеризовать их назначение и принцип действия, представить вывод рабочих формул. Прежде чем приступить к систематическим измерениям, студент должен ознакомиться с устройством и работой приборов. Первые несколько измерений почти всегда менее надежны или менее ценны, чем последние, поэтому необходимо проделать несколько пробных замеров. *При подготовке к лабораторной работе необходимо выполнить пункты 1-6 отчета (см. с. 7).*

Выполнение лабораторной работы

Лабораторная работа выполняется группой из 2–3 студентов. Измерения проводятся в соответствии с описанием, приведённым в каждой лабораторной работе. Результаты измерений заносятся в протокол. ***Протокол*** – это часть отчета, в котором фиксируются результаты измерений. Протокол с результатами измерений проверяет преподаватель и ставит подпись, подтверждающую выполнение работы. В конце занятия необходимо представить отчет.

Запись результатов измерений, схем. Все результаты измерений записываются без какой-либо обработки (нельзя проводить даже самые простые арифметические расчеты в уме, прежде чем записывать результат). Протокол по лабораторной работе заполняется по мере измерений без переписываний «начисто». Результаты оформляются в виде таблиц (такая запись компактнее и проще для чтения). Значения одной и той же величины лучше всего записывать в столбик. Над каждым столбиком указывают название или символ соответствующей величины с единицами измерения. Следует избегать повторений, чтобы не загромождать записи. Необходимо также изобразить схему экспериментальной установки и указать наименование элементов.

Значение схемы в отчетах об эксперименте вряд ли можно переоценить; она может не быть точным изображением установки, но на ней должно быть указано всё, что имеет отношение к эксперименту.

Обработка результатов измерений. Окончательный результат получают после обработки результатов всех измерений. Как правило, при выполнении промежуточных расчётов необходимо сохранять один лишний знак, который при записи окончательного результата будет отброшен. При записи результата измерения последняя цифра должна соответствовать тому десятичному разряду абсолютной погрешности, который использован при указании погрешности. *Например:* Для определения сопротивления проводника определяются сила тока в проводнике *I=27,3 мА* и падение напряжения на нем *U=6,45 В.* Абсолютная погрешность измерения приборов составляет 1 %. Сопротивление проводника по закону Ома *R=U/I; R=6,45В/0,0273А=236,2637 Ом.* Незначащие цифры следует отбросить, воспользовавшись правилами округления. Так как *U* и *I* определены с точностью до 1 %, то погрешность найденного в результате вычислений R не может быть меньше 1 %, поэтому вычисления следует делать не точнее, чем 10^{-4}. Ответ следует записать так: *R=236,3 Ом.*

Основное правило округления: если первая отброшенная цифра больше или равна пяти, то последнюю из сохраняемых цифр увеличивают на единицу; если первая отброшенная цифра меньше пяти, то последнюю из сохраняемых цифр оставляют без изменения. Округление с избытком: цифра последнего сохраняемого разряда увеличивается на единицу. Округление с недостатком: цифра последнего сохраняемого разряда остаётся без изменения. При выполнении промежуточных и конечных вычислений необходимо выполнять правила

сложения и вычитания, умножения и деления, возведения в степень и извлечения из корня для приближённых вычислений.

Представление результатов на графике. Результаты наблюдений отображают на графике для наглядного представления изменения рассматриваемых величин и определения характера их взаимосвязи.

Обычно пользуются прямоугольной системой координат с равномерными масштабами по осям *(x, y)*. На графиках принято по горизонтальной оси откладывать независимую переменную, т.е. величину, значение которой задаст сам экспериментатор, а по вертикальной оси – зависимую величину, которую он при этом определяет (по горизонтали откладывается «причина», а по вертикали – «следствие»). Деления наносятся с внутренней стороны оси, не перечеркивая её, а числовые значения – с внешней стороны. Оси должны быть поименованы; рядом со стрелками проставлены обозначения откладываемой по оси физической величины с единицей ее измерения в выбранном масштабе.

Масштаб должен быть простым и кратным 1, 2, 3...или 10, 20, 30..., иначе при нанесении точек на график придется производить арифметические подсчеты. График должен быть наклонён примерно под углом 45° к осям и занимать бóльшую часть площади. Наименьшее расстояние, которое можно отсчитать на графике, должно быть не меньше величины абсолютной ошибки измерений. В тех областях, где ход кривой монотонный, можно ограничиться небольшим числом измерений, а в области максимумов, минимумов и точек перегиба следует производить измерения значительно чаще. Все точки на графике при выбранном масштабе должны быть видны как отдельные.

Экспериментальные точки не соединяются ломаной линией, так как маловероятно, что соотношение между двумя величинами имеет скачкообразный характер. Через экспериментальные точки следует проводить плавную линию. Графики необходимо выполнять на миллиметровой бумаге. Построение графиков легко осуществляется в программе Excel. Использование программных средств позволяет производить линейную аппроксимацию графика и строить сглаженную кривую по экспериментальным точкам.

Следует иметь в виду, что начало координатных осей не обязательно должно совпадать с нулевыми значениями x и y. В случае линейной зависимости легко определить и коэффициент пропорциональности k, который равен тангенсу угла наклона прямой к оси x. Это коэффициент пропорциональности

между величиной функции y и аргументом x: $y = tg\alpha \cdot x$. В пределах произведенных наблюдений можно интерполировать зависимость, т.е. находить значения величины y для таких значений x, которые непосредственно не наблюдались.

Оформление отчета по лабораторной работе

Отчет по лабораторным работам ***оформляется каждым студентом*** на отдельных скрепленных между собой листах белой бумаги формата А4 или на двойных листах из школьной тетради в клетку. Оформление работ и вычисления можно выполнять на компьютере при условии соблюдения правил оформления. Если результат заносится в таблицу, то достаточно привести подробный расчет только для одного опыта. Графические зависимости оформляются в соответствии с правилами построения графиков. Допускается оформление графиков с применением компьютера. Полученные практические результаты сопоставляются с теоретическими или справочными данными. Обсуждение и анализ результатов эксперимента следует завершать краткими выводами, которые должны указывать на достижение целей, поставленных в лабораторной работе. *Образец лабораторной работы приведен в приложении.*

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

1) титульный лист, на котором обязательно указывают название, номер лабораторной работы, а также нижеследующее:
   Выполнил: студент группы *ГО$_{п}$-07*
   ФИО *Бурлов С.А.*
   Дата выполнения: *14.02.09*
   Преподаватель ФИО *Щепин В.И.*
2) цель лабораторной работы;
3) краткую теорию и рабочие формулы;
4) описание экспериментальной установки и методики измерения;
5) порядок выполнения работы;
6) протокол или таблицу измерений, подписанные преподавателем;
7) обработку результатов, включая расчёт погрешностей;
8) графики (при необходимости);
9) конечные результаты и выводы.

Защита результатов лабораторного эксперимента

Результаты лабораторной работы, оформленные по правилам, студент ***обязан представить*** *преподавателю* ***и защитить*** *их на собеседовании.* При оценке лабораторной работы учитывается качество оформления: все записи должны быть аккуратными и разборчивыми; рисунки, схемы и таблицы выполнены карандашом с помощью линейки и других необходимых чертежных инструментов. При оформлении отчета следует ориентироваться на образец, приведенный в приложении. На собеседовании защищаются выводы о соответствии практического результата с теорией; о достижении поставленной цели; объясняются имеющиеся отклонения и дается анализ достижений или недочетов.

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ЛАБОРАТОРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Инженеру в своей практической деятельности часто необходимо проводить эксперименты с целью описания процесса и получения его математической модели. Любая математическая модель не будет иметь смысла, если не учитывать погрешности при проведении эксперимента. В данных методических указаниях рассматриваются общие сведения, необходимые для оценки точности полученных лабораторных измерений. Студентам, желающим получить более глубокие знания по планированию и обработке лабораторного (технического) эксперимента, следует обратиться к [1, 7, 11]. Прежде чем рассматривать некоторые правила обработки результатов измерений, приведем некоторые общепринятые термины и определения.

Определения и понятия

Измерение – это совокупность действий, выполняемых при помощи *средств измерений* для получения численного значения физической величины (*результата измерений)* в принятых единицах измерений. Различают прямые и косвенные измерения.

Прямые измерения – это измерения, при которых искомая величина находится путём сравнения с эталоном или с помощью измерительного прибора, проградуированного в соответствующих единицах измерения (*например, изме-*

рение длины тела при помощи метра или силы тока в электрической цепи амперметром).

Косвенные измерения – это измерения, при которых значение физической величины находят на основании известной зависимости между искомой величиной и величинами, которые определяют путём прямых измерений (*например, измерение сопротивления проводника по измерениям силы тока и падения напряжения*). Бóльшая часть *средств измерений* показывает результат действия измеряемой величины на прибор, а не её искомое значение.

Измерение высоты столбика ртути, проградуированного в градусах, показывает температуру, а угол поворота рамки вольтметра – напряжение. В данном случае видим, что измерение физических величин температуры и напряжения сводится к линейным и угловым измерениям. Численные значения физических величин получаем при помощи *средств измерений*.

Средства измерений подразделяют на ***меры*** и ***измерительные приборы***.

Мера – это тело или устройство, предназначенное для измерений и воспроизводящее одно или несколько значений данной физической величины (*например, измерительная линейка, гиря, мензурка и т. д.*).

Измерительный прибор – это тело или устройство, предназначенное для измерений и имеющее части, которые воспринимают измеряемую физическую величину и преобразуют её в показания (*например, термометр, весы, штангенциркуль, вольтметр и т. д.*). *Измерениями, средствами измерений* и их *погрешностями* занимается наука ***метрология*** [7]. Абсолютно точных измерительных приборов в физике и технике нет. Несовершенство измерительных приборов, методик измерения и наших органов чувств не позволяет определить точно искомую величину. Количественной характеристикой точности полученных результатов измерений является *погрешность результата измерения.*

Погрешность результата измерения – это отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины. Погрешности результатов измерений можно представить в абсолютных единицах измеряемой величины или в относительных.

Абсолютная погрешность результата измерения физической величины Δx (погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой величины) определяется разностью между истинным x_0 и измеренным значением физической величины x; указывает на границы неопределённости значения измеряе-

мой величины и определяет точность измерения $\Delta x = |x - x_0|$. Точность измерения – это характеристика качества измерения, отражающая близость к нулю погрешности его результата.

Относительная погрешность результата измерения физической величины определяется отношением абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины и выражается в долях либо в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0} 100 \ \% .$$

Погрешности могут быть вызваны различными причинами: неправильной градуировкой прибора, несовершенством метода измерений, колебаниями температуры, вибрацией и т.д. По характеру проявления подразделяют погрешности *систематические, случайные и промахи.*

Систематические погрешности измерения – это погрешности, которые при повторных измерениях остаются постоянными или изменяются по известному закону. Такие погрешности могут быть связаны с ограниченной точностью используемых измерительных приборов и их неправильной установкой (*инструментальная погрешность*), неверным выбором метода измерений (*методическая погрешность)* и постоянным воздействием различных внешних факторов. Основной отличительный признак систематических погрешностей состоит в том, что они могут быть предсказаны и благодаря этому частично или полностью устранены введением соответствующих поправок.

Случайные погрешности измерения – это погрешности измерения, изменяющиеся случайным образом при повторных измерениях одной и той же физической величины; погрешности непредсказуемы ни по знаку, ни по величине. Случайные погрешности обусловлены большим количеством трудно учитываемых факторов, влияющих как на средства измерений, так и на самого экспериментатора. Причинами могут быть трение и зазоры в приборах, вибрации и др. Присутствие случайных погрешностей (в отличие от систематических) обнаруживается в виде некоторого разброса получаемых результатов при повторных измерениях. Таким образом, главной отличительной чертой случайных погрешностей является их непредсказуемость от одного отсчета к другому. Описание случайных погрешностей производится с помощью аппарата математической статистики и теории вероятностей [1].

Промах, или грубая погрешность – это случайная погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая при равных условиях наблюдений заметно отличается от остальных результатов этого ряда. Промахи возникают из-за грубого нарушения нормальных условий измерений и могут быть связаны с неисправностью измерительного устройства, неправильным его использованием или ошибочными записями и вычислениями. Погрешности такого рода должны быть исключены путем проверок.

Погрешности в зависимости от причин, их вызывающих, можно разделить на несколько групп, основные из которых рассмотрим далее.

Методическая погрешность возникает вследствие несовершенства методики измерения и получения окончательного результата (в том числе от пренебрежения по ходу вывода расчетной формулы тем или иным аргументом или условием протекания процесса, от наличия влияния средств измерения на характер исследуемого процесса и неучёта этого влияния в расчетной формуле).

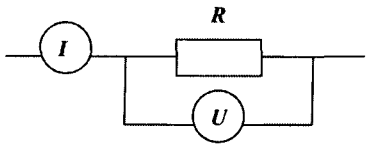


Рис. 1

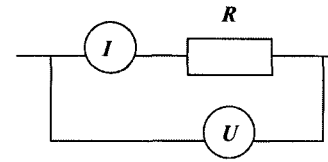


Рис. 2

В качестве примера погрешности метода рассмотрим измерение мощности постоянного тока при помощи амперметра и вольтметра для двух схем включения (рис.1, 2). Внутренние сопротивления амперметра, вольтметра и нагрузки соответственно равны $R_a, R_v, R_н$. Относительная методическая погрешность измерения мощности при использовании схемы 1 вычисляется как $\varepsilon_a = R_н / R_v$, а при использовании схемы 2 определяется по формуле $\varepsilon_b = R_a / R_н$. Анализ формул, описывающих относительные погрешности, показывает, что их величина различна. Первую схему включения (см. рис. 1) целесообразно применять для измерения низкоомных нагрузок, а измерение мощности на высокоомных нагрузках выгоднее производить по второй схеме.

Методическую погрешность можно значительно уменьшить, если воспользоваться вольтметром, сопротивление которого R_v много больше сопротивления нагрузки $R_н$, и амперметром, сопротивление которого R_a много меньше $R_н$.

Инструментальная погрешность, или погрешность средства измерения – это разность между показанием средства измерения и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины. Это составляющая погрешности измерения, которая зависит от погрешностей применяемых средств измерений. Различают *основные* (допустимые погрешности мер и измерительных приборов) и *дополнительные* (возникающие вследствие износа, неисправности средств измерения их неправильной установки) погрешности. Инструментальная погрешность принадлежит данному средству измерений, может быть определена при его испытаниях в сравнении с эталоном и занесена в его паспорт.

Погрешности отсчета. Отсчетом называют число, полученное при данном измерении по *отсчетному устройству* меры или прибора или полученное путем счета последовательных отметок или сигналов. Отсчет по шкале получают при помощи *указателя*, которым может быть стрелка (в амперметре), уровень жидкости (в мензурке), световой луч (в зеркальном гальванометре), конец измеряемого стержня (для линейки). Если указатель установился точно на отметке шкалы, то за результат измерения принимается числовое значение этой отметки. Как правило, указатель устанавливается между отметками шкалы, поэтому доли деления оцениваются “на глаз”. Погрешность такого отсчета составляет от 1 до 5 десятых долей деления, т.е. не превосходит половины цены деления шкалы. Как правило, *независимо от того, к какой отметке ближе лежит указатель, его показание следует округлить до ближайшего значения или среднего арифметического двух значений, в промежутке между которыми он находится.*

Погрешность отсчёта равна половине цены деления. Исключение составляют приборы, стрелка которых движется от штриха к штриху скачками, например карманный секундомер, погрешность отсчета которого равна *цене деления* и составляет 0,2 с.

Цена деления равна диапазону шкалы, делённому на число делений в данном диапазоне. Рассмотренная погрешность отсчета, связанная с округлени-

ем показания средства измерения, является случайной величиной и называется *погрешностью округления*. Погрешность отсчета возникает не только от округления показаний прибора, но и вследствие других причин, например, от *параллакса*. Параллакс заключается в видимом смещении указателя шкалы, вызываемом изменением точки наблюдения. Для уменьшения погрешности, связанной, например, с параллаксом линейки, на краю линейки делают скос, кончики стрелки секундомера пригибают к шкале.

В стрелочных приборах для облегчения установки глаза применяют зеркальную шкалу. Отсчет производят тогда, когда стрелка прибора закроет собой свое изображение в зеркале. Погрешность от параллакса может быть случайной и систематической (например, если прибор постоянно находится сбоку от экспериментатора).

Общая погрешность складывается из *инструментальной погрешности, погрешности отсчета* и *случайной погрешности*. Систематическую погрешность средств измерения можно оценивать на основе классов точности.

Класс точности – это обобщённая характеристика средств измерения, выражаемая пределами допускаемых значений его основной и дополнительной погрешностей. Зная *класс точности прибора* γ, можно определить погрешность средств измерения:

$$\Delta x_{сп} = \frac{X_N \gamma}{100}, \qquad (1)$$

где X_N – нормирующее значение (устанавливается равным наибольшему из пределов значений для средств измерений с равномерной шкалой).

Например: для вольтметра класса точности 0,5 с предельным значением 50 А абсолютная погрешность средства измерения выразится как $\Delta x_{сп} = \pm 50A \cdot 0{,}5\% / 100\% = \pm 0{,}25A$.

Если на приборе не указан класс точности, то погрешность измерения принимается равной ½ цены деления прибора.

К таким приборам относятся штангенциркуль, термометр, барометр.

Оценка погрешностей прямых измерений

Как было сказано выше, в процессе определения физической величины могут присутствовать различные погрешности: методическая, погрешность

средства измерения $\Delta x_{си}$, погрешности отсчета $\Delta x_{о}$, случайные погрешности $\Delta x_{сл}$ и т.д. (по возможности необходимо исключать погрешности или их учитывать). Полная абсолютная погрешность прямых измерений рассчитывается как погрешность для некоррелированных составляющих:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{сл}^2 + \Delta x_{си}^2 + \Delta x_{о}^2 + \dots},$$

Различные составляющие погрешности необходимо сравнивать, так как они могут быть величинами разных порядков; тогда меньшей погрешностью можно пренебречь. При этом возможно следующее:

случайные погрешности значительно (как минимум на порядок) превышают погрешности средств измерения и др., тогда $\Delta x = \Delta x_{сл}$;

погрешности средств измерения заметно превышают случайные погрешности и др., тогда $\Delta x = \Delta x_{си}$;

основным источником погрешностей являются погрешности средств измерения и случайные погрешности, тогда погрешность находят как

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{сл}^2 + \Delta x_{си}^2}. \qquad (2)$$

Результат измерения и его погрешность, как правило, зависит от большого количества факторов и в теории погрешностей рассматривается как случайная величина, к которой применимы законы теории вероятностей и математической статистики. Универсальным способом описания случайных величин является нахождение интегральных или дифференциальных характеристик функций распределения. Наиболее часто используется дифференциальная функция плотности распределения вероятностей, имеющая ***нормальный закон распределения*** случайных величин x, часто называемый *распределением Гаусса,* который описывается функцией вида

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}},$$

где x_0 – математическое ожидание (центр распределения); σ^2 – дисперсия; e – основание натуральных логарифмов.

На практике результаты измерений являются величинами дискретными и могут быть представлены рядом значений случайных величин $x_1, x_2, \dots x_n$; который называется *выборкой.*

Среднее арифметическое значение измеряемой величины $\bar{x}$ является оценкой математического ожидания и наиболее вероятной оценкой наблюдаемой величины по выборке и определяется по формуле

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i , \qquad (3)$$

где n – число измерений, или длина выборки.

Среднее квадратичное отклонение отдельных измерений является наилучшей оценкой средней погрешности для x и определяется как корень квадратный из дисперсии

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}},$$

а среднее квадратичное отклонение среднего значения – как

$$S = \sigma(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n\,(n-1)}}. \qquad (4)$$

В практике измерений важно определить не только параметры распределения $\bar{x}$ и σ^2, но и *доверительный интервал*, соответствующий доверительной вероятности *P*. Надёжность измерений (их достоверность) количественно определяется как *доверительная вероятность* попадания истинного значения измеряемой величины X_0 в доверительный интервал $(X - \Delta x) \geq X_0 \leq (X + \Delta x)$, где Δx – абсолютная погрешность серии измерений. Доверительную вероятность *P* обычно задают в пределах 0,90; 0,95; 0,99. Расчёт доверительных интервалов для случая нормального распределения результатов измерений при малом числе наблюдений *n*, проведённых в одинаковых условиях, можно выполнить по методике, предложенной Стьюдентом (*английский математик У. Госсет опубликовал результаты работы под псевдонимом Стьюдент*). Абсолютная случайная погрешность $\Delta x_{сл}$ тогда может быть рассчитана следующим образом:

$$\Delta X_{сл} = t_{p,n} \cdot S , \qquad (5)$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента (зависит от заданного значения *доверительной вероятности P* и числа измерений *n)*; S вычисляется по формуле (4). Значения коэффициентов Стьюдента для доверительной вероятности P=0,95 приведены ниже:

n	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	∞
$t_{p\ n}$	4,3	3,2	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,3	2,1	2,1	2,0.

Коэффициент Стьюдента изменяется незначительно при числе n>6, поэтому при технических измерениях для P=0,95 число измерений может быть достаточным в пределах 6–10 измерений.

Таблица 1

i	x_i	Δx_i	Δx_i^2	P	$t_{p\,n}$	S	$\bar{x}$	$\Delta x_{c.т}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1				0, 95				
2								
…	…	…	…					
n								

Определение случайной погрешности прямых измерений удобно выполнять, используя табл. 1, в которую заносят результаты измерений, промежуточные вычисления и другие необходимые данные.

Алгоритм обработки результатов прямых измерений:

1. Записать во второй столбец табл. 1 результаты серии многократных измерений $x_1, x_2,...x_n$.

2. Найти среднее арифметическое значение $\bar{x}$ измеряемой величины по формуле (3) и занести в восьмой столбец.

3. В третий столбец записать абсолютные погрешности отдельных измерений, которые находятся по формуле $\Delta x_i = \bar{x} - x_i$.

4. В четвёртый столбец занести квадраты значений абсолютных погрешностей отдельных измерений Δx_i^2.

5. В пятый столбец занести значение доверительной вероятности (или надежности). Мы принимаем значение надёжности 95 %, или $P = 0,95$.

6. Определить коэффициент Стьюдента $t_{p,n}$ с учетом заданной доверительной вероятности $P = 0,95$ и числа измерений n и занести в столбец 6.

7. Определить среднюю квадратичную погрешность среднего значения по формуле (4) и занести в седьмой столбец.

8. Вычислить абсолютную случайную погрешность серии n измерений $\Delta x_{сл}$ по формуле (5).

9. Сравнить абсолютную случайную погрешность серии измерений с другими погрешностями и найти полную абсолютную погрешность прямых измерений по формуле (1) или (2).

10. Определить верхнюю $(\overline{x} + \Delta x)$ и нижнюю $(\overline{x} - \Delta x)$ границы доверительного интервала.

11. Записать результат измерений в виде $x = (\overline{x} \pm \Delta x)$.

12. Определить относительную погрешность измерений в процентах:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\overline{x}} 100\ \% .$$

В результате измерений и вычислений получается не конкретное число, а интервал, внутри которого с вероятностью 95 % находится истинное значение измеряемой величины. Измеряемая величина может быть в любом месте интервала и с вероятностью 5 % находиться вне его границ.

Оценка погрешностей косвенных измерений

Часто приходится находить физическую величину X, которая является функцией других величин: $X = f(y,z,...v)$, где $y,z,..v$ – величины определяемые прямыми измерениями. *Например: Определить сопротивление проводника R по данным прямых измерений его длины l и диаметра d.*

Если величины $y,z,..v$ независимы, то погрешность косвенных измерений для случая n величин находится в общем виде по приближенной формуле:

$$\Delta x = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial X}{\partial z_k} \Delta z\right)^2} , \qquad (6)$$

что позволяет получить вполне удовлетворительные оценки погрешности.

Если искомая величина $X = f(y,z)$ является известной функцией двух аргументов y,z, то формула (6) приобретает вид:

$$\Delta x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_0^2 (\Delta z)^2} , \qquad (7)$$

где $\frac{\partial f}{\partial y}$ и $\frac{\partial f}{\partial z}$ – частные производные функции $X = f(y,z)$, определяемые в области средних значений $\bar{y},\bar{z}$; $\Delta y,\Delta z$ – погрешности прямых измерений величин y,z. Это метод разложения функции в ряд Тейлора с использованием свойства дисперсии суммы независимых случайных величин, или ***метод частных производных.***

Каждая частная производная может быть найдена как полная производная функции $X = f(y,z)$ по одному из аргументов, если другие аргументы при этом рассматриваются как постоянные величины.

Пример: *Рассчитать погрешность определения ускорения* $|\vec{a}|$ *по измерениям времени t и расстояния s. Расчётная формула:* $a=2s/t^2$.

Найдём частные производные: $\partial a/\partial s = 2/t^2$ и $\partial a/\partial t = -4s/t^3$.

Полная абсолютная погрешность из выражения (2) тогда принимает вид $\Delta a = \sqrt{(2\Delta s/\bar{t}^2)^2 + (-4\bar{s}\cdot\Delta t/\bar{t}^3)^2}$. *Для численного определения абсолютной погрешности необходимо знать средние значения времени* $\bar{t}$ *и расстояния* $\bar{s}$, *а также их абсолютные погрешности.*

Приведём некоторые правила, используемые при оценке погрешностей косвенных измерений:

при сложении и вычитании абсолютные погрешности складываются;

при умножении и делении относительные погрешности складываются;

при возведении в степень и извлечении корня относительные погрешности умножаются на показатель степени;

дисперсия суммы и разности величин равна сумме их дисперсий.

Надо помнить, что погрешность результата измерения всегда значительно меньше самого результата.

Если это условие не выполняется, то опыт нужно провести заново.

Расчёт погрешностей косвенных измерений по методу приращения функций

Рассмотрим частные случаи определения погрешности косвенных измерений: метод приращений и метод логарифмирования.

Полная абсолютная погрешность косвенно измеряемой величины $X = f(y,z)$ равна $\Delta x = \sqrt{\Delta x_y^2 + \Delta x_z^2}$, где $\Delta x_y, \Delta x_z$ – полные абсолютные погрешности прямых измерений величин y, z, включающие погрешности средств измерения и случайные погрешности.

Расчёт погрешностей косвенных измерений с помощью логарифмирования функции

Если воспользоваться выражением для относительной погрешности в виде $\varepsilon = \Delta X / \overline{X}$ и подставить в него Δx из формулы (5), то, учитывая, что $\frac{1}{X}\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial \ln X}{\partial y}$, $\frac{1}{X}\frac{\partial X}{\partial z} = \frac{\partial \ln X}{\partial z}$, относительная погрешность будет определяться по формуле

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln X}{\partial y}\right)_0^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial \ln X}{\partial z}\right)_0^2 (\Delta z)^2}, \qquad (8)$$

а абсолютная погрешность – по формуле

$$\Delta x = \overline{X} \sqrt{\left(\frac{\partial \ln X}{\partial y}\right)_0^2 (\Delta y)^2 + \left(\frac{\partial \ln X}{\partial z}\right)_0^2 (\Delta z)^2}. \qquad (9)$$

Здесь частные производные функции $X = f(y,z)$ определяют также в области средних значений $\bar{y}, \bar{z}$. Метод логарифмирования функции подходит, если она имеет удобный для логарифмирования вид, например, когда измеряемая величина может быть представлена в виде степенной функции:

$$X = f(y,z) = c \cdot y^a \cdot z^b.$$

Здесь показатели степени a, b и c могут принимать как целые, так и дробные значения, относительная погрешность измерения X будет иметь вид

$$\varepsilon_x = \sqrt{a^2 \varepsilon_y^2 + b^2 \varepsilon_z^2},$$

где $\varepsilon_y, \varepsilon_z$ – относительные погрешности измерения величин y, z.

Пример: *Используем метод логарифмирования для примера, приведённого выше (см. с. 18). Прологарифмировав функцию $a=2s/t^2$, получим:* $\ln a = \ln 2 + \ln s - 2\ln t$. *Найдём частные производные по (s) и (t):*

$\frac{\partial \ln a}{\partial s} = \frac{1}{s}$ и $\frac{\partial \ln a}{\partial t} = -\frac{2}{t}$; *подставим в формулу (8). Тогда относительная погрешность выразится как* $\varepsilon_a = \sqrt{\frac{\Delta s^2}{\bar{s}^2} + 4\frac{\Delta t^2}{\bar{t}^2}} = \sqrt{\varepsilon_s^2 + 4\varepsilon_t^2}$,

а абсолютная погрешность – как $\Delta a = \bar{a}\,\varepsilon_a$ *[*$\bar{a}$ *определяется путем подстановки средних значений времени и расстояния или по формуле (3)].*

Алгоритм обработки результатов косвенных измерений:

1. Выполнить прямые однократные или многократные измерения и найти средние значения аргументов $(\bar{y}, \bar{z})$.

2. Найти среднее значение искомой величины как $\bar{X} = f(\bar{y}, \bar{z})$ или по формуле (3).

3. Определить абсолютные погрешности каждого аргумента с учётом систематических и случайных погрешностей, применяя метод обработки прямых измерений при одинаковой доверительной вероятности $P = 0{,}95$.

4. Найти полную абсолютную погрешность функции ΔX, применяя *метод частных производных* [формула (7)] или *метод логарифмирования* [формула (9)], если функция удобна для логарифмирования.

5. Найти относительную погрешность ε_x.

6. Записать окончательный результат в виде $X = \bar{X} \pm \Delta x$.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1.1. *Математический маятник*

Цель работы: *изучение гармонических колебаний, исследование зависимости периода колебаний математического маятника от его длины и определение ускорения свободного падения. Вычисление погрешностей измерений и расчётов.*

Теоретическая часть

Гармоническими колебаниями физической величины x называется процесс изменения ее во времени t по закону

$$x = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0),$$

где A – амплитуда колебаний; T – период колебаний. Величина $(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$ называется ***фазой***, а φ_0 соответствует фазе в начальный момент времени (t=0) и называется начальной фазой. График таких колебаний представлен на рис. 1. Из определения гармонических колебаний следует, что *период колебаний является наименьшим промежутком времени, по истечении которого движение в точности повторяется.* Действительно,

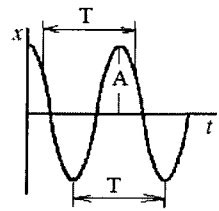


Рис. 1

$$x = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0) = A\sin[\frac{2\pi}{T}(t+T) + \varphi_0],$$

и за время t=T совершается одно полное колебание.

Амплитуда колебаний A равна максимальному значению x. Величина

$$\frac{2\pi}{T} = \omega.$$

называется *круговой (циклической)* ***частотой***. Если начальная фаза равна $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, то уравнение гармонических колебаний можно записать в виде

$$x = A\cos\omega t.$$

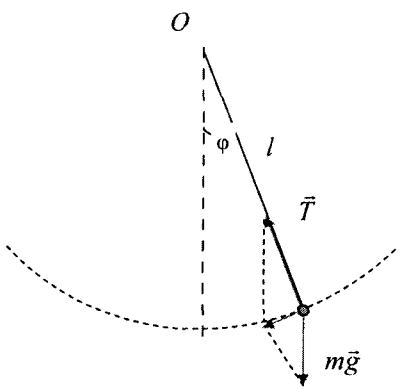


Рис. 2

Для изучения гармонических колебаний можно воспользоваться математическим маятником. ***Математический маятник*** *– это (модель) идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на длинной нерастяжимой нити l, и совершающая колебания около положения равновесия*

Достаточно хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой тяжёлый шарик диаметром d, подвешенный на длинной тонкой нерастяжимой нити при выполнении условия $d<<l$. Длина маятника l равна расстоянию от точки подвеса до центра тяжести шарика. Можно показать, что

шарик (рис. 2), отклонённый на угол φ от положения равновесия, будет совершать гармонические колебания. На него действует возвращающая квазиупругая сила, составляющая силы тяжести. Уравнение динамики вращательного движения для этих условий можно записать в виде

$$mg\sin\varphi\, l = -I\varepsilon,$$

где $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение; g – ускорение свободного падения.

Для малых углов отклонения $\sin\varphi \approx \varphi$. С учетом того, что для шарика на нити можно принять $I = ml^2$, уравнение движения приобретает вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{g}{l}\varphi = 0. \qquad (1)$$

Уравнение (1) аналогично общему уравнению гармонических колебаний

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\ \varphi = 0,$$

при условии, что собственная частота колебаний системы $\omega = \sqrt{g/l}$.

Можно показать, что частным решением последнего дифференциального уравнения является уравнение $x = A\cos\omega t$. Отсюда можно заключить, что математический маятник при малых углах отклонения совершает гармонические колебания с циклической частотой $\omega = \sqrt{g/l}$ и периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (2)$$

Период колебаний маятника *– это время, в течение которого маятник совершает одно полное колебание и возвращается в исходную точку.*

Для определения ускорения свободного падения можно воспользоваться выражением (2), если решить его относительно g:

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}. \qquad (3)$$

Действительно, достаточно измерить период колебаний T и длину маятника l, чтобы рассчитать по формуле (3) ускорение свободного падения.

Так как g – величина постоянная для данной географической точки, то видно, что при заданной длине маятника l период колебаний маятника T представляет собой постоянную величину. Поэтому при неоднократном измерении

времени t одного и того же количества N колебаний, казалось бы, должен получаться неизменный результат. Однако даже при использовании сравнительно точного прибора (например, электронного секундомера) можно убедиться в том, что от опыта к опыту значение t изменяется то в бóльшую, то в мéньшую сторону. Различия в результатах измерения одной и той же величины объясняются случайными погрешностями.

Изучение погрешностей измерений и расчётов является одной из главных целей данной лабораторной работы.

Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки и входящие в неё приборы и принадлежности приведены на рис.3.

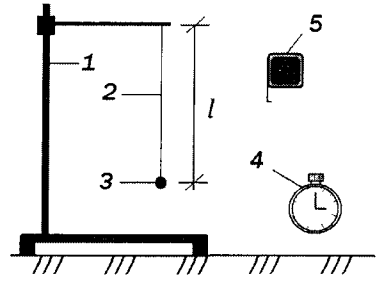


Рис. 3. **Экспериментальная установка:**
1 – штатив; *2* – длина маятника *l*; *3* – шарик; *4* – секундомер; *5* – рулетка

Рассмотрим три способа (методики) экспериментального определения ускорения свободного падения.

Первый способ. Если измерить расстояние от точки подвеса до центра тяжести шарика l, вывести из положения равновесия шарик, отклоняя его на угол 5–7°, при помощи секундомера определить время t некоторого числа n полных колебаний, затем найти период $T = t / n$, то ускорение свободного падения можно определить по формуле (3). При работе с математическим маятником имеется возможность изменять длину нити l и число колебаний n. Следует иметь в виду: при увеличении длины маятника и числа колебаний уменьшается экспериментальная погрешность.

Второй способ: измерить расстояние от точки подвеса до центра тяжести шарика l_1, период колебания T_1, соответствующий этой длине, как в первом способе, и подставить в формулу (2). Получим:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}. \qquad (4)$$

Затем, увеличивая или уменьшая длину маятника, повторить измерения для l_2:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}. \qquad (5)$$

Преобразуем равенства (4) и (5). Для этого возведём обе части в квадрат и возьмём их разность, получим выражение $T_2^2 - T_1^2 = \frac{4\pi^2(l_2 - l_1)}{g}$, из которого расчетная формула примет окончательный вид:

$$g = 4\pi^2 \frac{(l_2 - l_1)}{T_2^2 - T_1^2}. \qquad (6)$$

В эту формулу входят не длины маятников, а разность этих длин, которую в некоторых случаях можно определить более точно. Следовательно, при вычислении ускорения свободного падения по формуле (6) нет необходимости определять центр тяжести шарика.

Третий способ. Период колебаний маятника увеличивается с увеличением его длины. Если измерить период колебаний T для различных длин нити l, а затем построить эту зависимость в переменных T^2 и l, то получится прямая линия с коэффициентом наклона $\alpha = \frac{T^2}{l} = \frac{4\pi^2}{g}$. Если определить наклон α из экспериментального графика $T^2(l)$, то можно рассчитать величину ускорения свободного падения g по формуле:

$$g = \frac{4\pi^2}{\alpha}. \qquad (7)$$

Работу можно выполнить как на лабораторной установке, схема которой приведена на рис. 3, так и на виртуальной лабораторной установке. Кроме того, студенты заочной формы обучения могут изготовить самостоятельно математический маятник, взяв в качестве груза тело небольшого размера, например гайку М10-М16.

Порядок выполнения работы

Разобраться с тремя способами определения *g при помощи математического маятника.* Получить свой вариант задания на выполнение лабораторной работы у преподавателя, в котором указываются способ определения ускорения свободного падения *g*, длина маятника *l* и число колебаний *n*.

Замечание: Для определения времени секундомер включают в тот момент, когда шарик находится в положении максимального отклонения от положения равновесия и отсчитывают время *t*, в течение которого маятник совершит *n* полных колебаний. Расчёт погрешностей, допускаемых при определении ускорения силы тяжести, выполняют в соответствии с методикой обработки прямых лабораторных измерений (см. с. 14–17).

Первый способ:

1. Установить заданную длину маятника *l,* измеряя расстояние от точки подвеса до центра масс шарика при помощи рулетки.
2. Отклонить шарик на угол 5–7° от положения равновесия. Измерить секундомером время *t* некоторого числа *n* колебаний.
3. Повторить измерения не менее пяти раз. Результаты измерений и погрешности измерительных приборов занести в протокол (табл. 1).
4. Найти период колебаний для каждого измерения $T = t/n$.
5. Определить ускорение свободного падения g для каждого измерения по формуле

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}.$$

6. Вычислить среднее арифметическое ускорение свободного падения, подставляя средние значения $\bar{l}$ и $\bar{T}$: $\bar{g} = 4\pi^2 \frac{\bar{l}}{\bar{T}^2}$.
7. Найти абсолютную погрешность $\Delta g = \bar{g}\sqrt{\varepsilon_l^2 + 4\varepsilon_T^2}$, где $\varepsilon_l, \varepsilon_l$ – относительные погрешности измерения длины и периода колебаний маятника. Погрешность измерения длины маятника определяют по цене деления рулетки, которой измеряют, а погрешность измерения периода колебаний – по методу обработки результатов прямых измерений (см. с. 16).

Таблица 1

i	l, см	Δl, мм	n_i	t_i, с	Δt, с	$\bar{t}$, с	T, с	$g_i, \frac{м}{с^2}$	$\bar{g}, \frac{м}{с^2}$
1									
2									
3									

Второй способ:

1. Установить заданную длину маятника l_1, измеряя расстояние от точки подвеса до центра масс шарика при помощи рулетки.
2. Отклонить шарик на угол 5–7° от положения равновесия. Измерить секундомером время t_1, t_2, t_3 для n_1, n_2, и n_3 колебаний.
3. Установить новую длину маятника l_2 и повторить измерения аналогично п.2. Результаты измерений и погрешности измерительных приборов занести в протокол (табл. 2).

Таблица 2

n_i	l_1, м	t_1, с	T_1, с	l_2, м	t_2, с	T_2, с	l_2-l_1, м	Δt, с	Δl, мм	g_i, м/с^2	$\bar{g}$, $м/с^2$
n_1											
n_2											
n_3											

4. Найти период колебаний для каждого значения n ($T = t / n$).
5. Определить ускорение свободного падения g_i для каждой пары значений (l , T) и трёх различных значений n по формуле

$$g = 4\pi^2 \frac{(l_2 - l_1)}{T_2^2 - T_1^2}.$$

6. Рассчитать среднее арифметическое ускорения свободного падения:

$$\bar{g} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g_i .$$

7. Найти абсолютную погрешность так же, как в первом способе, по формуле $\Delta g = \bar{g} \cdot \sqrt{2\varepsilon_l^2 + 8 \cdot \varepsilon_T^2}$, где $\varepsilon_l, \varepsilon_T$ – относительные погрешности измерения длины и периода колебаний маятника.

Третий способ:

1. Установить заданную длину маятника l_1, измеряя расстояние от точки подвеса до центра масс шарика при помощи рулетки.
2. Отклонить шарик на угол 5–7° от положения равновесия. Измерить секундомером время t_1 некоторого числа n колебаний.
3. Повторить измерения не менее пяти раз, увеличивая каждый раз длину маятника l_1 примерно на $l_1/5$. Результаты измерений и погрешности измерительных приборов занести в протокол (см. табл. 1).
4. Найти период колебаний для каждого измерения как $T = t / n$
5. Определить ускорение свободного падения g для каждого измерения:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}.$$

6. Вычислить среднее арифметическое ускорения свободного падения: $\overline{g} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g_i$.
7. По полученным данным построить график функции $T^2(l)$. Найти из графика значение g, сравнить с $\overline{g}$.

Контрольные вопросы

Какие колебания называются гармоническими? Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний, его решение.

Что такое математический маятник? Запишите формулу периода колебаний математического маятника.

Что понимается под силой тяготения, силой тяжести и массой тела?

Объясните зависимость ускорения свободного падения тел от географической широты местности.

Лабораторная работа 1.2. *Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника*

Цель работы: *изучение законов колебательных движений и определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника*

Теоретическая часть

Предварительно изучить теоретическую часть лабораторной работы 1.1.

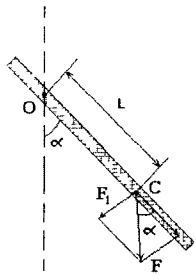


Рис. 1

Физическим маятником называется тело, закреплённое на неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через его центр тяжести, и способное совершать колебания относительно этой оси (рис. 1). Маятник, отклонённый на малый угол α от положения *равновесия*, будет совершать гармонические колебания. Найдем период колебаний такого маятника. Обозначим через J момент инерции маятника относительно оси О, точка С пусть будет его центром тяжести. Силу тяжести F = mg можно разложить на две составляющие, одна из которых (F_2) направлена вдоль стержня и уравновешивается реакцией опоры; под действием другой составляющей маятник приходит в движение: $F_1 = F \sin\alpha$. По второму закона Ньютона для вращательного движения $M = J\varepsilon$ можно записать

$$J\ \varepsilon = -F_1\ L, \qquad (1)$$

где ε – угловое ускорение, $\varepsilon = \dfrac{d^2\alpha}{d^2t}$; L – расстояние от точки подвеса до центра тяжести. Знак минус выбран потому, что момент силы M стремится вернуть маятник в положение равновесия, т.е. уменьшить угол α . Для малых углов отклонения $\sin\alpha \approx \alpha$ и $F_1 \approx mg\alpha$. Подставляя ε и F_1 в уравнение (1), получим:

$$J\frac{d^2\alpha}{d^2t} + mgL\alpha = 0.$$

Частным решением последнего дифференциального уравнения является: $\alpha = A\cos(\omega t)$, где $\omega^2 = \dfrac{mgL}{J}$. Тогда из определения циклической частоты $\omega = 2\pi/T$ и последнего соотношения можно получить уравнение для определения периода колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL}}. \qquad (2)$$

Соотношение (2) связывает период T малых колебаний физического маятника с его моментом инерции J относительно оси качаний О, массой m маятника, расстоянием L от оси качания до центра масс и ускорением силы тяжести g (рис.2) и может быть использовано для определения g. Для этого необходимо измерить T, J и L и выразить через них g из формулы (2). Оказывается, однако, что с высокой точностью можно измерить только период колебаний T маятника, а величины J и L достаточно точно измерить не удаётся. Например, для нахождения расстояния L от оси качаний до центра масс маятника необходимо предварительно определить положение центра масс, что сделать точно довольно трудно. Этих трудностей можно избежать, если воспользоваться оборотным маятником.

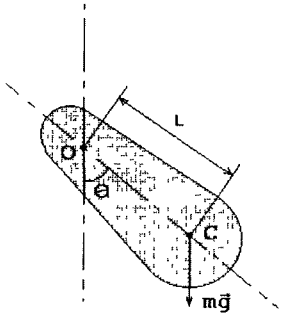


Рис. 2

Оборотный маятник является частным случаем физического маятника. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника основано на свойстве взаимности точки подвеса и центра качания: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания. Достоинством метода оборотного маятника для определения ускорения свободного падения является то, что J и L не входят в расчётную формулу для g. Перейдём к обсуждению этого метода. Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера [10] момент инерции маятника относительно оси качаний О

$$J=J_0+mL^2, \tag{3}$$

где J_0 – момент инерции маятника относительно оси, параллельной оси качаний и проходящей через центр масс маятника; L – расстояние между точками О и С. Подставляя формулу (3) в выражение (2), получаем:

$$T = 2\cdot\pi\sqrt{\frac{1}{g}\left(\frac{J_0}{m\cdot L}+L\right)}. \tag{4}$$

Для очень малых значений L момент силы тяжести M, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия, становится тоже очень малым, и период колебаний резко возрастает. При L → 0 момент силы тяжести равен нулю, и колебания вообще невозможны: маятник находится в положении равновесия.

В обратном пределе для очень больших L можно пренебречь J_0 по сравнению с mL^2 и рассматривать физический маятник как математический с длиной подвеса L.

При возрастании L период колебаний сначала убывает до некоторого минимального значения $T_m=T_{min}$, а затем снова неограниченно возрастает. Период минимален при $L_m=J_o/m$. Если подвешивать маятник по другую сторону от центра масс, то зависимость $T(L)$ будет точно такой же. Поэтому график $T(L)$ имеет две симметричные ветви, соответствующие положению точки подвеса маятника слева и справа от его центра масс. По каждую сторону от центра масс маятника имеется по два положения опорных призм, при которых периоды колебаний маятника совпадают. В случае, если $T= T_{min}$, таких точек – по одной от центра масс, причем $L_1=L_2$ (рис. 3).

Описание экспериментальной установки

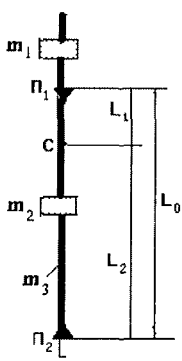


Рис. 3

В экспериментальной установке (см. рис. 3) оборотный маятник представляет собой стальной стержень массой m_3, на котором находятся два подвижных груза (m_1 и m_2). Две легкие опорные призмы $П_1$ и $П_2$ могут перемещаться по стержню и фиксироваться винтами в разных его точках. Перемещая по стержню грузы, можно изменять период колебаний маятника.

Найдём два положения L_1 и L_2 опорных призм по разные стороны от центра масс С, чтобы периоды колебаний маятника совпадали: $T(L_1) = T(L_2)$. Как видно из формулы (4), для этого необходимо выполнение равенства

$$\frac{J_0}{m \cdot L_1} + L_1 = \frac{J_0}{m \cdot L_2} + L_2,$$

которое имеет место при условии, что $L_1=L_2$ либо при

$$L_2 = \frac{J_0}{m \cdot L_1}.$$

В последнем случае период колебаний маятника $T=T(L_1)=T(L_2)$. или

$$2\cdot\pi\sqrt{\frac{l}{g}(\frac{J_0}{m\cdot L_1}+L_1)}=2\cdot\pi\sqrt{\frac{l}{g}(\frac{J_0}{m\cdot L_2}+L_2)}=2\cdot\pi\sqrt{\frac{L_1+L_2}{g}}.$$

Следовательно, ускорение свободного падения можно определить как

$$g=\frac{4\cdot\pi^2}{T^2}(L_1+L_2). \qquad (5)$$

Как видно из формулы (5), для нахождения g достаточно измерить только две величины: расстояние между рёбрами опорных призм $L_0=L_1+L_2$ и период колебаний маятника T в положении L_1 и в "перевёрнутом" положении L_2 (таком, для которого выполняется условие $T=T_1=T_2$). Величина $L_0=J/(m\cdot l)$ называется приведенной длиной физического маятника.

Порядок выполнения работы

Перед тем, как приступить к выполнению лабораторной работы, получите у преподавателя начальные значения и занесите их в табл. 3. Здесь приняты обозначения: L – длина маятника (стержня); m_1, m_2 – массы грузов и m_3 – стержня; A_{x1} – расстояние от верхнего конца стержня до точки подвеса; x_1 – то же до массы m_1; x_2 – то же до массы m_2; F_{i0} – начальный угол отклонения, рад.; n – число колебаний; i – номер измерений.

1. Познакомьтесь с работой виртуальной лабораторной установки на ПК и при необходимости воспользуйтесь кнопкой «Помощь». Проведите пробные измерения для заданных параметров, нарисуйте схему.
2. Выставите на панели параметров заданные в вашем варианте числовые значения для $i=1$: L, Ax_1, x_1, x_2, m_1; m_2, m_3, F_{i0}, n и нажмите кнопку «Начать».
3. Снимите показания времени t_1 и определите период колебаний маятника для первого измерения T_1 по формуле $T_1 = t1/n$, значения занесите в табл. 3.
4. Определите L_1 по формуле $L_1=| X_c - Ax_1 |$, где X_c – центр тяжести механической системы; $X_c = (m_1\cdot x_1+m_2\cdot x_2+m_3\cdot 0)/(m_1+m_2+m_3)$. Значения занесите в табл. 3.
5. Переверните маятник, нажав кнопку «Перевернуть». При этом масса первого груза m_1 займёт нижнее положение, а масса второго груза m_2 – верхнее. Соответственно изменятся значения величин x_1 и x_2. При этом координата Ax_1 оси колебаний маятника останется прежней и будет определять начальное

(приближенное) положение оси качания маятника, которое будем уточнять с помощью алгоритма, изложенного ниже.

6. Нажмите кнопку «Начать» и после определения значения времени t_2 вычислите значение периода $T_2 = t_2/n$.
7. Сравните значения T_2 и T_1, выполните повторные измерения периодов, увеличивая или уменьшая расстояние от верхнего конца стержня до точки подвеса и подберите такое расстояние A_{x1}, при котором выполняется условие $T_2=T_1=T$ с точностью до 1,5 %. Тогда A_{x1} будет равно L_2.

Положение грузов не менять!

8. Определите приведённую длину оборотного маятника как $L_0=L_1+L_2$.
9. Вычислите ускорение свободного падения g по формуле (5) и занесите это значение в табл. 3.
10. Оцените абсолютную и относительную погрешность косвенного определения g.

Таблица 3

i	L_i,м	x_1, м	x_2,м	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	F_{i0} рад	n	A_{xi}, м	x_c, м	t_i, с	T_i с	g, м/с^2
1													
2													
L_1=					L_2 =				L_0 =				

Контрольные вопросы

Как влияет на точность опытов амплитуда колебаний маятника?

От чего зависит величина ускорения силы тяжести?

Где и для каких целей используются маятники?

Что называется приведенной длиной физического маятника?

При каком условии точка подвеса и центр качания физического маятника расположены симметрично относительно его центра масс?

При каком расстоянии от оси колебаний до центра масс период колебаний маятника минимален?

Покажите, что точка опоры маятника и точка центра качания лежат по разные стороны от центра масс.

Лабораторная работа 2.1. ***Определение коэффициента динамической вязкости жидкости методом Стокса***

Цель работы: *изучение явления внутреннего трения в жидкостях и опытное определение величины коэффициента вязкости жидкости методом Стокса на виртуальной лабораторной установке.*

Теоретическая часть

Различают два типа течения вязкой жидкости - *ламинарное и турбулентное. Турбулентным* называется такое течение жидкости, при котором её частицы совершают неустановившееся и неупорядоченные движения по сложным траекториям, приводящим к перемешиванию слоёв. *Ламинарное* – это упорядоченное течение жидкости, при котором траектории движения соседних частиц мало отличаются друг от друга. При ламинарном течении жидкость можно рассматривать как совокупность отдельных слоёв, движущихся с различными скоростями. Это обусловлено тем, что при движении слоев жидкости относительно друг друга с различными скоростями между ними возникает тормозящая сила, это сила внутреннего трения, или сила *вязкости. Вязкость – это свойство жидкости оказывать противодействие перемещению её слоёв относительно друг друга.* Рассмотрим перемещение в жидкости пластинки параллельно плоской стенке (рис. 1).

Для перемещения пластинки необходимо приложить силу, по величине равную силе трения. Если слои жидкости находятся на расстоянии ΔX и движутся с различными скоростями, то верхние слои будут ускорять движение средних слоёв, а нижние – замедлять.

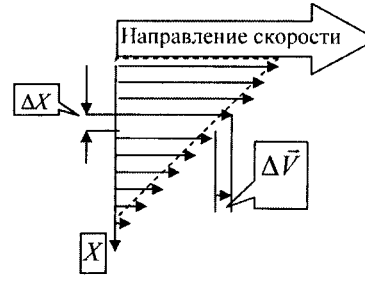


Рис. 1. **Распределение скорости между движущейся пластинкой и стенкой**

Природа этих сил заключается в том, что слои жидкости, движущиеся с разными скоростями, обмениваются энергией: слои с молекулами, имеющими большую скорость, передают некоторое количество движения более медленным слоям, ускоряя их, но при этом сами подвергаются торможению. Ньютон показал, что сила внутреннего трения, действующая на средние слои, прямо пропорциональна градиенту скорости слоев в направлении, перпендикулярном течению:

$$F_{тр} = \eta \left| \frac{d\vec{V}}{dX} \right| S .$$

где η – коэффициент динамической вязкости, равный силе внутреннего трения, возникающей на единице поверхности соприкосновения слоев, движущихся относительно друг друга с *градиентом скорости*, равным единице. *Градиент скорости* – это изменение скорости двух слоёв жидкости dV на расстоянии между слоями dX. Коэффициент динамической вязкости зависит от природы жидкости и уменьшается с повышением ее температуры. Закон Ньютона определяет также силу трения, возникающую на границе между жидкостью и движущимся в ней твердым телом, например, шариком. В системе СИ коэффициент динамической вязкости измеряется в паскаль-секундах.

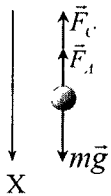


Рис. 2

$$[\eta] = паскаль \cdot секунда \Rightarrow (Па \cdot с) = Н \cdot с / м^2 = кг/(м \cdot с);$$

До 1980 г. применяли единицу измерения *пуаз (П);* 1 *пуаз* = 0,1 $Па \cdot с$;

Метод Стокса. Стоксом был предложен метод определения η, основанный на анализе движения шарика, свободно падающего в вязкой жидкости. Это возможно, если плотность материала шарика $\rho_ш$ больше плотности жидкости $\rho_ж$, в которой он движется. Характер движения шарика определяется тремя действующими на него силами (рис. 2): силой тяжести $m\vec{g}$, выталкивающей силой Архимеда $\vec{F}_A$ и силой вязкого трения $\vec{F}_c$. Уравнение движения шарика из основного закона динамики в данном случае принимает вид

$$m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_c , \qquad (1)$$

где m – масса шарика; $\vec{V}$ – скорость его движения относительно жидкости; $\vec{g}$ – ускорение свободного падения. В проекции на ось $0x$, т.е. на направление движения шарика, уравнение (1) запишется следующим образом:

$$m\frac{dV_x}{dt} = mg - F_A - F_C .$$

Особенность силы вязкого трения заключается в том, что ее величина зависит от скорости движения тела относительно жидкости. При малых скоростях эта зависимость прямо пропорциональна. В начале, при увеличении скорости тела сила трения возрастает настолько, что движение становится равномерным. Если тело имеет постоянную скорость, т.е. движение установившееся, то $dV/dt = 0$; получим уравнение

$$mg - F_A - F_C = 0 . \qquad (2)$$

Выразим составляющие силы, входящие в уравнение (2), через параметры жидкости и шарика. Для тел сферической формы модуль силы вязкого трения определяется формулой Стокса

$$F_C = 6\pi\eta\, rV , \qquad (3)$$

где r – радиус шарика; V – скорость его движения относительно жидкости.

Важно отметить, что формула (3) справедлива только в случае *ламинарного* течения жидкости относительно шарика (скорость движения шарика должна быть небольшой), а жидкость по всем направлениям простирается безгранично, т.е. размеры сосуда, в котором находится жидкость, должны быть много больше по сравнению с размерами шарика. Условия ламинарности можно считать выполненными, если число Рейнольдса $Re < Re_{кр}$:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_ж \cdot V \cdot d}{\eta} .$$

Здесь $\rho_ж$ – плотность жидкости, а критическое значение числа Рейнольдса для шарика $\mathrm{Re}_{кр}$, движущегося в жидкости, можно принять равным единице.

Выразим массу шарика через его плотность и объем :

$$m = \rho_ш \frac{4}{3}\pi r^3 . \qquad (4)$$

Тогда выражение для архимедовой силы принимает вид

$$F_A = \rho_ж \frac{4}{3}\pi r^3 g . \qquad (5)$$

Подставляя выражения (3), (4) и (5) в уравнение (2) и учитывая, что $d=2r$, после простых преобразований получим:

$$\eta = \frac{1}{18}\frac{(\rho - \rho_ж)d^2 g}{V}. \qquad (6)$$

Описание экспериментальной установки

Установка для реализации метода Стокса состоит из стеклянного цилиндра 1, в котором находится исследуемая жидкость, вязкость которой необходимо определить (рис. 3).

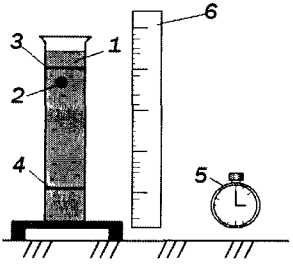


Рис. 3. **Установка для измерения вязкости жидкости по методу Стокса**

На цилиндре имеются метки 3 и 4. Расстояние между метками L можно замерить при помощи линейки 6, а диаметр шарика – при помощи микрометра. Время прохождения между метками 3 и 4 можно определить с помощью секундомера 5. Метка 3 помещена на несколько сантиметров ниже верхнего уровня жидкости для выполнения условия равномерного движения шарика в жидкости; V = const на участке L. Цилиндр закрыт пробкой с воронкой, в которую опускается шарик, двигающийся в дальнейшем примерно по оси цилиндра так, чтобы на его движение не влияли стенки. При более точных измерениях необходимо учитывать влияние размеров стеклянного цилиндра.

Исследуемой жидкостью является глицерин, плотность которого $\rho = (1{,}26 \pm 0{,}01)10^3$ кг/м^3. Исследуемые шарики – стальные с плотностью $\rho_0 = (7{,}8 \pm 0{,}1)10^3$ кг/м^3. Эксперимент можно проводить как на физической, так и на виртуальной модели установки.

Рабочая формула. Если в выражении (6) скорость равномерного движения шарика в жидкости V заменить отношением L/t, то получим:

$$\eta = \frac{1}{18}\frac{(\rho - \rho_ж)d^2 gt}{L}. \qquad (7)$$

Порядок выполнения работы

1. Получить свой вариант задания и допуск у ведущего преподавателя.
2. Познакомиться с работой виртуальной лабораторной установки.
3. Провести пробные измерения для различных значений диаметра шарика d и расстояния между метками L, определяя время прохождения между метками при помощи секундомера.
4. Занести в таблицу заданные в вашем варианте значения: расстояние L_i (между метками 3 и 4 (см. рис.3), диаметр шарика d_i и его плотность $\rho_ш$, а также плотность исследуемой жидкости $\rho_ж$
5. Сбросить шарик в сосуд с жидкостью. В момент касания шариком верхней метки запустить секундомер, а в момент касания шариком нижней метки остановить его. Записать в таблицу показание секундомера t_i.
6. Кнопкой "СБРОС" установить нуль на табло секундомера.
7. Повторить измерения еще четыре раза, задавая различные значения диаметра шариков d_i и расстояние L_i между метками (пп. 4 и 5).
8. Результаты опытов занести в таблицу измерений.
9. Вычислить коэффициент вязкости η для каждого из пяти опытов по рабочей формуле (7).
10. Найти среднее значение коэффициента вязкости как

$$\overline{\eta} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_i}{n}.$$

11. Определить абсолютные приборные погрешности прямых измерений (расстояния между метками ΔL, диаметр шарика Δd, время его падения Δt, плотности шарика $\Delta\rho_ш$ и жидкости $\Delta\rho_ж$), а также их относительные ошибки ε_L, ε_d, ε_ρ и ε_t.
12. Оценить полную абсолютную $\Delta\eta$ и относительную ε погрешности.
13. Записать конечный результат в виде $\eta = \overline{\eta} \pm \Delta\eta$.
14. Сравнить полученное значение η со справочными данными.

15. По результатам эксперимента сделать выводы.

№ п/п	Li, м	ΔL, м	di, м	Δd, м	ti, с	Δt, с	V, м/с	Re	η, *Па·с*	$\Delta\eta$, *Па·с*	$\overline{\eta}$, *Па·с*

Замечание. Оценку абсолютной погрешности коэффициента вязкости $\Delta\eta$ рассчитать двумя способами:

1) по методике Стьюдента для расчета погрешностей случайной величины: $\Delta\eta = t_{p,n}\, s_\eta$. Здесь $t_{p\,n}$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений при доверительной вероятности P=0,95; находится из таблицы (см. с.16); а s_η – среднее квадратичное отклонение среднего,

$$\Delta S_\eta = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\eta_i - \overline{\eta})^2 \Big/ n(n-1)}\,;$$

2) по методике расчёта погрешностей косвенных измерений – как

$$\Delta\eta = \overline{\eta}\sqrt{(2\varepsilon_d)^2 + \varepsilon_\rho^2 + \varepsilon_t^{\,2} + \varepsilon_l^{\,2}}\,,$$

или

$$\Delta\eta = \overline{\eta}\sqrt{4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2}\,.$$

Контрольные вопросы

Поясните сущность явления вязкого трения. Какова природа сил внутреннего трения жидкости?

Что такое коэффициент динамической вязкости? В каких единицах измеряется величина вязкости η в системе СИ?

Какие силы действуют на тело, движущееся в жидкости?

Дайте определение ламинарного и турбулентного течения жидкости.

Запишите формулу Стокса и укажите условия ее применимости.

Оцените величину силы трения, действующей на стальной шарик диаметром 3 мм, падающий со скоростью 0,75 м/с в жидкости с коэффициентом вязкости 1,5 Па с.

Почему шарик в начале движения ускоряется, а затем движется равномерно? Что такое градиент скорости?

Запишите рабочую формулу, объясните условия её применения и причину начала измерения времени не от поверхности жидкости.

Перечислить основные источники погрешностей измерений, проводимых в данной работе.

Лабораторная работа 3.1. *Исследование электростатического поля двух точечных зарядов*

Цель работы: *экспериментальное исследование электростатического поля двух зарядов и описание его при помощи эквипотенциальных поверхностей и силовых линий напряженности электрического поля.*

Теоретическая часть

Электростатическое поле является частным случаем электромагнитного поля и создается неподвижными электрическими зарядами. Наличие этого поля проявляется в том, что пробный точечный заряд q_0 оказывается под действием силы $\vec{F}$, если его поместить в какую-либо точку пространства около других зарядов. Для описания поля ввели понятие напряжённости $\vec{E}$.

Напряжённость электростатического поля в данной точке *есть векторная физическая величина, равная отношению силы $\vec{F}$, действующей на неподвижный точечный заряд q_0, к величине этого заряда, не зависящая от величины пробного заряда и характеризующая электростатическое поле в данной точке:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \qquad (1)$$

Согласно формуле (1), направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. На рис.1 показана напряженность электрического поля точечного заряда. Напряженность поля, созданного точечным зарядом $+q$ в вакууме, как следует из закона Кулона, в системе СИ определяется формулой

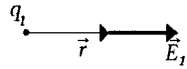


Рис. 1

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e},$$

где ε_o – электрическая постоянная, равная $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; r – расстояние от заряда до данной точки; $\vec{e}$ – единичный вектор, направленный от заряда к данной точке. Для электрического поля выполняется ***принцип суперпозиции***: *напряженность поля, созданного n зарядами, $\vec{E}$ равна векторной сумме напряженностей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i ,$$

где $\vec{E}_i$ – напряженность поля, создаваемая отдельным зарядом. Таким образом, электрическое поле можно описать, указав для каждой точки пространства величину и направление вектора напряженности $\vec{E}$. Совокупность этих векторов образует некоторое векторное поле. Для наглядности это векторное поле изображают в виде силовых линий (рис. 2). Линии вектора напряженности проводят так, чтобы касательные к ним в каждой точке совпадали с направлением вектора $\vec{E}$ в каждой точке. Поскольку силы, действующие между зарядами, являются центральными, а поле центральных сил *консервативно* (работа по перемещению заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы пути), можно наряду с напряженностью поля $\vec{E}$ ввести для описания поля величину φ, называемую *потенциалом*.

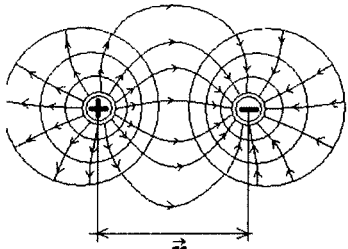


Рис.2

Потенциал *данной точки поля* φ – это *скалярная физическая величина, численно равная работе, которую совершает сила поля при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность*:

$$\varphi - \varphi_\infty = A/q . \qquad (2)$$

Принято считать, что потенциал на бесконечности равен нулю. Работа по перемещению заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 будет равна $q(\varphi_1 - \varphi_2)$, это следует из уравнения (2). Потенциал является энергетической характеристикой поля.

При графическом изображении электрического поля наряду с силовыми линиями используются эквипотенциальные поверхности, которые получаются, если соединить все точки, имеющие одинаковый потенциал. Силовые линии ортогональны (перпендикулярны) эквипотенциальным поверхностям. В случае

равномерно заряженной сферы эквипотенциальные поверхности будут сферами, а силовые линии направлены по радиусам этих сфер. Исходя из свойства взаимной ортогональности силовых линий и эквипотенциальных поверхностей, можно по силовым линиям поля найти поверхности равного потенциала и, наоборот, по положению эквипотенциальных поверхностей можно построить силовые линии поля. Определим аналитическую связь между вектором напряженности $\vec{E}$ и потенциалом электростатического поля φ.

При бесконечно малом перемещении $d\vec{r}$ заряда в произвольном направлении силы электростатического поля совершают элементарную работу $\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r}$, где $\vec{F} = q_0 \vec{E}$. Эту же работу можно выразить через приращение потенциала: $\delta A = -q_0 \cdot d\varphi$. Тогда, приравнивая элементарную работу δA, выраженную через $\vec{E}$ и φ, и сокращая q_0, получаем:

$$\vec{E} \cdot d\vec{r} = \left|\vec{E}\right| \cdot \left|d\vec{r}\right| \cdot \cos\alpha = E_{dl} \cdot \left|d\vec{r}\right| = -d\varphi. \qquad (3)$$

Поскольку работа не зависит от пути, заряд можно перемещать последовательно вдоль координатных осей *x, y* и *z*. Тогда с учетом формулы (3) можно записать, что

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{y=const, z=const} \equiv -\frac{\partial\varphi}{\partial x}.$$

Подобная производная по одной из переменных называется частной производной. Для направлений *y* и *z* получаем, соответственно:

$$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

Окончательно в векторном виде

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = -grad\varphi, \qquad \text{или} \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi,$$

где $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$ – оператор набла.

Если перемещать заряд вдоль любого направления по эквипотенциальной поверхности, то работа будет равна нулю, т.е. проекция напряженности поля на любую касательную к эквипотенциальной поверхности также равна нулю. Отсюда следует, что вектор напряженности электрического поля всегда перпендикулярен к эквипотенциальным поверхностям.

Более полное описание изучаемых явлений можно найти в [8, гл. 11, §81,82];[2, гл. 14,§ 14.1, 14.2].

Описание экспериментальной установки

Непосредственное экспериментальное изучение электростатического поля неподвижных зарядов затруднительно, поэтому в данной работе изучение электростатического поля неподвижных зарядов заменено изучением постоянного во времени поля электрического тока в той части пространства, где оно совпадает по направлению с электростатическим полем.

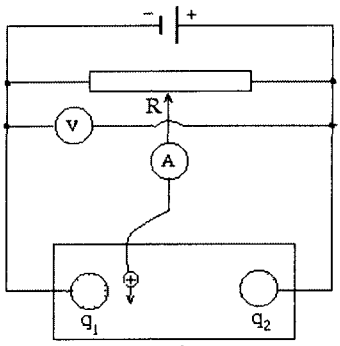


Рис. 3

Такая замена позволяет определять потенциал любой точки поля. Для этого в проводящую среду помещают зонд, потенциал которого становится равным потенциалу той точки, куда зонд поставлен. Передвигая зонд и следя за показаниями измерительного прибора, можно найти точки поля с равным потенциалом. По эквипотенциальным поверхностям, построенным по экспериментальным данным, можно восстановить силовые линии напряженности электрического поля. Схема экспериментальной установки изображена на рис. 3.

Для построения эвипотенциальных линий в работе используется *мостовая схема*. На листе электропроводящей бумаги расположены металлические электроды q_1 и q_2, присоединенные к источнику постоянного напряжения. Одна из клемм микроамперметра (гальванометра) соединяется с подвижным контактом потенциометра R, другая – с положительным измерительным зондом. В блоке питания предусмотрено автоматическое регулирование напряжения. Напряжение V и положение подвижного контакта потенциометра R устанавливаются такими, чтобы отсутствовал ток в микроамперметре (гальванометре). Это означает равенство потенциалов на клеммах микроамперметра (гальванометра). В этом случае потенциал φ вычисляется через текущее значение напряжения и число делений шкалы потенциометра.

В качестве электропроводящей среды применяется специальная бумага. Обычная бумага в сухом виде является хорошим диэлектриком, однако, если при ее изготовлении ввести в бумажную массу электропроводящие частицы сажи или графита так, чтобы они соприкасались друг с другом, то бумага окажется проводящей. Рассматривасмая физическая установка реализована как виртуальная лабораторная установка на ПК.

Порядок выполнения работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо: познакомиться с физической или виртуальной моделями лабораторной установки и методикой измерений; получить допуск к лабораторной работе у преподавателя.

При выполнении работы необходимо соблюдать следующие условия:

Абсолютные значения величины зарядов не должны превышать 2,5 нКл. Геометрические размеры поля: 1 < L, H < 100 см (*L* – длина, *H* – высота). ***Ограничения на изменение координат: 0,5 < X < L-0,5; 0 < Y < H.***

1. Получить у преподавателя свой вариант параметров q_1, q_2, *L* и *H* и установить их значения в диалоговом окне (нажмите кнопку "Ввод").
2. Измерить потенциал φ_i в различных точках исследуемой области с помощью положительного зонда. Измерения проводить в узлах координатной сетки с шагом в 2 см в горизонтальном и вертикальном направлениях, записывая в протокол координаты *X* и *Y* и значения потенциала φ.
3. После окончания эксперимента таблицу измерений (протокол) необходимо подписать у преподавателя.
4. Построить по полученным данным эквипотенциальные кривые на листе миллиметровой бумаги с изображением зарядов.
5. По полученным эквипотенциальным кривым построить семейство силовых линий напряженности электрического поля $\vec{E}$.
6. Написать и защитить отчет по проделанной работе.

Контрольные вопросы

Что такое напряженность электрического поля и потенциал? В каких единицах они измеряются?

Какая связь существует между напряженностью поля и его потенциалом, что такое градиент?

Как можно вычислить напряженность и потенциал поля точечного заряда?

Что такое силовые линии и эквипотенциальные поверхности?

Как по картине эквипотенциальных линий построить картину силовых линий электростатического поля?

Сформулируйте теорему Гаусса для вектора напряженности электростатического поля в вакууме. Объясните, для чего и как она применяется.

Лабораторная работа 3.2. *Определение заряда электрона из законов Фарадея*

Цель работы: *изучение тока в электролитах и экспериментальное определение заряда электрона на основе законов Фарадея.*

Теоретическая часть

Электролитами называются вещества (соли), растворы которых состоят из ионов противоположных знаков и проводят электрический ток. Ионы удерживаются около друг друга кулоновскими силами притяжения. Основными представителями электролитов, используемых в технике, являются водные растворы неорганических солей, кислот и щелочей.

Электролиз – это выделение вещества на электродах (электрохимическое окисление-восстановление) при прохождении электрического тока через электролит. ***Электрический ток в электролитах*** представляет собой движение положительных ионов к отрицательному электроду (катоду), а отрицательных ионов – к положительному электроду (аноду). Положительные и отрицательные ионы образуются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате распада растворённого вещества на ионы при взаимодействии с растворителем.

Это явление получило название ***электролитической диссоциации***.

Первый закон Фарадея (1834). *Масса вещества, выделяющегося на электродах при электролизе, прямо пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит*:

$$m = k\,q\,, \qquad (1)$$

где k – коэффициент пропорциональности (зависит от вида выделяющегося на электроде вещества и называется ***электрохимическим эквивалентом)***, k=1кг/1Кл; q – заряд, прошедший через электролит.

Второй закон Фарадея. *Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, подошедших к электроду:* $m = N\ m_0$. При этом полный заряд, перенесенный ими, можно выразить через элементарный заряд: $q = N\ q_0$. Тогда с учетом формулы (1) имеем

$$k = \frac{m}{q} = \frac{m_0}{q_0} = \frac{m_0}{ze} = \frac{m_0 \cdot N_A}{ze \cdot N_A} = \frac{1}{eN_A}\frac{A}{z}.$$

Здесь m_0 и q_0 – масса и заряд одного иона; z – валентность иона; e – *заряд электрона;* N – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда q; A – атомный вес вещества; N_A – ***число Авогадро***. Величина $e \cdot N_A$ обозначается как F и называется ***числом Фарадея***.

Число Фарадея численно равно заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества. Для электролиза значение k приобретает вид

$$k = \frac{1}{F}\frac{A}{z}, \qquad (2)$$

где отношение A/Z называется ***химическим эквивалентом*** вещества. Формула (2) является математическим выражением ***второго закона Фарадея***: *электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны их химическим эквивалентам.* Обобщенный закон Фарадея получается объединением обоих законов:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{z}q. \qquad (3)$$

Если сила тока, проходящего через электролит, постоянна, то формула (3) может быть записана в виде:

$$m = \frac{1}{F}\frac{A}{z}It.$$

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка для проведения электролиза приведена на рис.1. В электролитическую ванну с раствором серной кислоты *(H_2SO_4)*

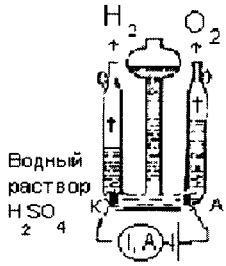


Рис. 1

опускают электроды, которые соединяют с батарсей. Она создает электрическое поле между анодом *A* и катодом *K*, а сила тока, проходящего через электролитическую ванну, измеряется амперметром *A*. Под воздействием этого поля молекулы серной кислоты диссоциируют на положительные ионы H^{1} и отрицательные ионы SO_4^-, а затем перемещаются к катоду и аноду. В итоге на катоде выделяются молекулы водорода H_2, а на аноде – молекулы кислорода O_2. Количество вещества, т.е. массу *m*, можно найти по первому закону Фарадея для электролиза. На экран монитора ПЭВМ выводится значение массы водорода (в сантиграммах) в зависимости от мощности электрического источника и времени эксперимента t (в секундах).

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя свой вариант значений *силы тока (I, A)* и *времени (t, c)*. Установить эти значения в диалоговом окне и нажать кнопку «Начать».
2. Через каждые пять секунд на протяжении времени *t* измерять массу водорода, выделившуюся на катоде. Данные занести в протокол.
3. После окончания эксперимента подписать протокол у преподавателя и приступить к обработке данных.
4. На миллиметровом листе бумаги изобразить координатную сетку *(m,* сантиграмм; *t,c)* и нанести на неё опытные данные из протокола.
5. Вычислить электрохимический эквивалент *k* из первого закона Фарадея [см. формулу (1)] по рабочей формуле

$$k = \frac{m}{It}.$$

6. Определите число Фарадея F из второго закона Фарадея [см. формулу (2)]:

$$F = \frac{A}{kZ},$$

где $A = 1{,}008$ –атомный вес водорода; $Z = 1$ – его валентность.

7. Найти заряд электрона как $e = -\frac{F}{N_A}$.

8. Оценить погрешность эксперимента, используя число Фарадея значение заряда электрона:

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *Кл;* $F = 96\,485$ *Кл/моль;* $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ *моль*$^{-1}$.

Контрольные вопросы

Какие растворы проводят электрический ток? Почему? Что такое электролитическая диссоциация?

Что является носителями тока в жидком проводнике? Какие величины характеризуют их свойства как носителей тока?

Что называется электролизом? В чем различие между процессами переноса заряда в твердом проводнике и жидком электролите?

Сформулируйте и запишите законы Фарадея для электролиза.

Объясните физический смысл постоянной Фарадея.

Назовите табличные значения заряда электрона, его массы и их размерности.

Лабораторная работа 3.3. *Определение неизвестных сопротивлений при помощи мостовой схемы*

Цель работы: *изучение законов постоянного тока.*

Теоретическая часть

В проводниках существуют свободные носители электрического заряда – электроны. Под действием электрического поля, которое можно создать в проводнике, возникает непрерывное упорядоченное движение электронов. Такое движение называется ***электрическим током.*** За направление электрического тока принято направление движения свободных положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит ***сила тока I.*** *Это скалярная физическая величина, которая определяет количество электричества, проходящего через поперечное сечение проводника за единицу времени:*

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется ***постоянным***. В Международной системе единиц СИ сила тока измеряется в **амперах** (А). Для существования постоянного тока необходимо наличие в электрической цепи устройства, способного создавать и поддерживать разности потенциалов $\Delta\varphi$ на участках цепи за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются ***источниками постоянного тока.*** Силы неэлектростатического происхождения, действующие на свободные носители заряда со стороны источников тока, называются ***сторонними силами.*** При перемещении электрических зарядов по цепи постоянного тока сторонние силы, действующие внутри источников тока, совершают работу.

Электродвижущей силой источника (ЭДС) *называется физическая величина, равная работе сторонних сил при перемещении заряда* ***q*** *от отрицательного полюса источника тока к положительному полюсу, отнесённая к величине этого заряда.* ЭДС и $\Delta\varphi$ в системе СИ измеряется в **вольтах** (В):

$$ЭДС = \varepsilon = \frac{A_{ст}}{q}.$$

Цепь постоянного тока можно разбить на участки, на которых не действуют сторонние силы, то есть участки, не содержащие источников тока. Эти участки называются однородными. Участки, включающие источники тока, называются неоднородными.

Немецкий физик Г.Ом в 1826 г. экспериментально установил, что сила тока I, текущего по однородному проводнику (то есть проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению на концах проводника:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напряжение на участке цепи; R – его сопротивление, Ом. Аналогично тому, как трение в механике создаёт противодействие движению тел, сопротивление проводника создаёт противодействие направленному движению электрических зарядов и определяет превращение электрической энергии во внутреннюю энергию проводника.

Закон Ома для замкнутой цепи: *сила тока в электрической цепи прямо пропорциональна ЭДС и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешней и внутренней цепи:*

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление источника тока. Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho \frac{l}{s}, \qquad (1)$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, Ом·м; l – длина проводника; s – площадь поперечного сечения. Большинство электрических цепей содержат комбинации последовательно или параллельно включённых сопротивлений.

Полное сопротивление цепей определяется из выражения $R = U/I$. При последовательном соединении через все сопротивления течёт один и тот же ток, и падение напряжения на сопротивлениях пропорционально величинам этих сопротивлений. Сопротивление последовательно соединенных проводников

$$R = \sum_{i=1}^{N} R_i .$$

При параллельном соединении сопротивлений имеем одинаковое падение напряжения, но различную силу тока на участках $I = I_1 + I_2 + \ldots$ Следовательно, разделив на U обе части этого выражения, получим:

$$\frac{I}{R} = \sum_{i=1}^{N} \frac{I}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i-го проводника; N – число проводников.

Для расчёта более сложных цепей существует способ, основанный на применении правил Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа (правило для узла) – алгебраическая сумма всех N токов, сходящихся в узле, равна нулю. Узел-точка разветвления проводников

$$\sum_{i=1}^{N} I_i = 0 .$$

Первое правило является следствием закона сохранения заряда.

Второе правило Кирхгофа (правило для контура) – алгебраическая сумма падений напряжений, подсчитанных вдоль любого замкнутого контура, равна алгебраической сумме ЭДС источников, включенных в контур:

$$\sum_{i=1}^{N} I_i R_i = \sum_{k=1}^{M} \varepsilon_k ,$$

где N – количество сопротивлений в контуре; M – число источников ЭДС.

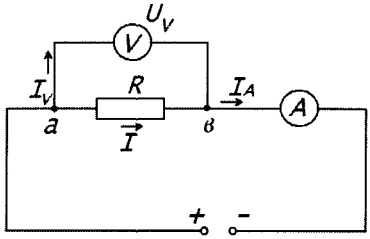


Рис. 1

Второе правило Кирхгофа является следствием закона сохранения энергии.

Измерение сопротивлений. Наиболее простой способ определения сопротивлений основан на измерении силы тока при помощи амперметра и напряжения – при помощи вольтметра (рис. 1). Если амперметр показывает силу тока в амперах (I), а вольтметр – напряжение на концах проводника в вольтах (U), то сопротивление проводника в омах равно $R=U/I$. При этом должно соблюдаться условие $I>>I_V$. Точность этого метода определяется приборной погрешностью вольтметра и амперметра. Для точного определения сопротивлений используют метод сравнения сопротивлений, не требующий измерения тока и напряжения. Этот метод осуществляется по схеме моста, изображенного на рис.2.

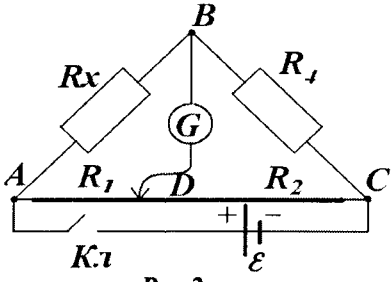


Рис.2

Электрическая мостовая схема (мост Уитстона) служит для определения электрического сопротивления. Четыре сопротивления R_1, R_2, R_X, R_4 составляют замкнутый четырёхугольник $ABCD$. Противолежащие вершины четырёхугольника соединяются диагоналями. В одну диагональ, между точками C и D, подключается гальванометр G, в другую – батарея ε через ключ $Кл$.

Если участок последовательно включённых сопротивлений R_1 и R_2 заменяют прямым однородным проводом, натянутым вдоль линейки, то такой мост называется реохордным. Вдоль реохорда перемещается подвижной контакт D и сопротивления R_1 и R_2 изменяются пропорционально длине проволоки из фор-

мулы (1). Положение движка D реохорда можно подобрать таким образом, чтобы ток в гальванометре G, включённом в диагональ моста, был равен нулю.

Это возможно тогда, когда потенциалы в точках B и D окажутся равными, т.е. когда $\varphi_B = \varphi_D$. При отсутствии тока через гальванометр по первому правилу Кирхгофа можно записать: $I_1 = I_2$; $I_X = I_4$.

Так как потенциалы точек B и D равны, значения падения напряжения на участках AB и AD и участках BC и DC тоже будут равны; т.е. $I_1R_1 = I_2R_2$, $I_xR_x = I_4R_4$. Измерительный мост в этом случае оказывается сбалансированным. Полученные равенства разделим почленно и, принимая во внимание, что $I_1 = I_2$ и $I_X = I_4$, получим:

$$R_x = R_4 \frac{R_1}{R_2}.$$

Таким образом, зная сопротивление одного проводника, например, R_4 и отношение сопротивлений двух других проводников, можно определить сопротивление четвёртого проводника. Заменяя сопротивления R_1 и R_2 длинами плеч L_1 и L_2, получим рабочую формулу для определения неизвестного сопротивления:

$$R_x = R_4 \frac{L_1}{L_2}. \qquad (2)$$

Описание экспериментальной установки

Мост Уитстона реализован в виртуальной лабораторной установке (рис. 2, рис. 3), состоит из сопротивлений R_1, R_2, Rx, R_4, которые соединены между собой таким образом, что образуют замкнутый четырехугольник.

Два противоположных угла четырехугольника соединяются с батареей ($E = 25$ B) через ключ K, а два других угла – через гальванометр G. Сопротивления R_1, R_2 соответствуют сопротивлению проволоки реохорда, т.е. плечам $L1$, $L2$ реохорда [запишите рабочую формулу (2)]. Длину плеч можно изменить при помощи кнопки-движка “RHEOHORD CONTROOL”.

Сопротивление R_4 представляет собой магазин сопротивлений, позволяющий набрать любое сопротивление в пределах от $R_0 = 0$ $Ом$ до $R_{max} = 999{,}9$ $Ом$. Неизвестное сопротивление на схеме обозначено цифрами 1 или 2. Нажимая на кнопку неизвестного сопротивления, можно получить в схе-

ме неизвестные сопротивления 1 (R_{X1}) или 2 (R_{X2}), а также их последовательное (R_{X3}) и параллельное (R_{X4}) включение. Когда источник тока замкнут, то через «плечи» моста пойдет ток и гальванометр покажет этот ток.

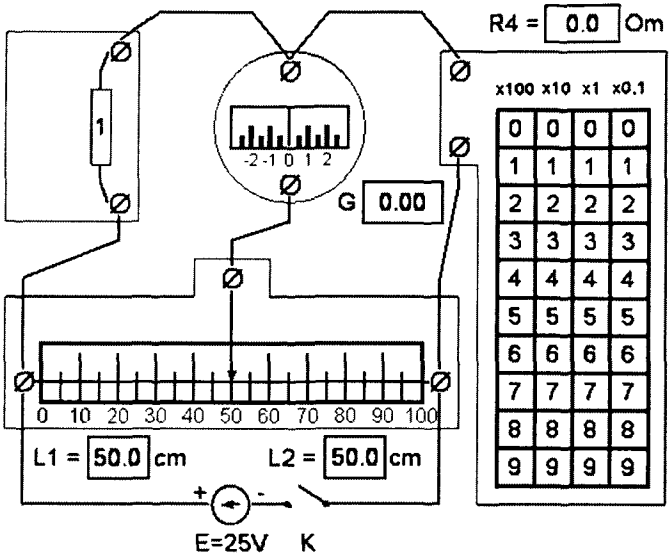


***Рис. 3.* Схема виртуальной лабораторной установки**

При помощи кнопки-движка «RHEOHORD CONTROOL» можно добиться такого положения контакта *D* на реохорде, когда ток через гальванометр будет равен нулю и окажется справедливым соотношение (2). То же самое можно сделать подбором сопротивления R_4, не изменяя соотношение плеч *L1, L2* реохорда.

Порядок выполнения работы

1. Получить свой вариант задания и допуск у ведущего преподавателя.
2. Ознакомиться с работой мостовой схемы на виртуальной лабораторной установке: включение/выключение, работа реохорда и гальванометра, подключение сопротивлений, изменение значений R_4.
3. Выполнить пробные измерения, добиваясь нулевого отклонения стрелки гальванометра *G*: а) подбором R_4 при различных фиксированных

значениях *L1/L2*; б) подбором соотношения плеч *L1/L2* при различных фиксированных значениях сопротивления R_4.

4. Установить движок реохорда *D* на середину реохорда, а значение R_4 на магазине сопротивлений вывести на ноль.
5. Подключить к установке первое неизвестное сопротивление R_{X1} и замкнуть ключ *K*.
6. Изменяя сопротивления R_4, добиться минимального (нулевого) отклонения стрелки гальванометра *G* при равном отношении плеч реохорда *L1* и *L2* (L1/L2=50/50).
7. Отсчитать и записать длину плеч реохорда *L1* и *L2*, а также значение R_4 в таблицу результатов измерений.
8. Увеличить сопротивление магазина R_4 на 20 % больше, чем было в п. 7 и, изменяя отношение плеч реохорда *L1* и *L2*, добиться того, чтобы отклонение стрелки гальванометра *G* от нуля было наименьшим.
9. Данные записать в таблицу результатов измерений.
10. Уменьшить сопротивление магазина R_4 на 20 % меньше, чем было в п. 7 и, изменяя отношение плеч реохорда *L1* и *L2*, добиться того, чтобы отклонение стрелки гальванометра *G* от нуля было наименьшим.
11. Значение R_4 и длину плеч реохорда *L1* и *L2* записать в таблицу результатов измерений.

Измеряемые сопротивления	Опыт	R_4, Ом	L_1, см	L_2, см	R_{X_n}, Ом	$\overline{R}_x$, Ом
Неизвестное сопротивление R_{X1}	1					
	2					
	3					
Неизвестное сопротивление R_{X2}	1					
	2					
	3					
Последовательное соединение сопротивлений R_{X3}	1					
	2					
	3					
Параллельное соединение сопротивлений R_{X4}	1					
	2					
	3					

12. Заменить неизвестное сопротивление R_{X1} на неизвестное сопротивление R_{X2} и повторить измерения, следуя пп. 4–11.

13. Заменить неизвестное сопротивление R_{X2} на последовательно соединённые неизвестные сопротивления R_{X1}, и R_{X2} и повторить измерения, следуя пп. 4–11.
14. Повторить измерения по пп. 4–11 для параллельно соединённых неизвестных сопротивлений R_{X1}, и R_{X2}. Полученные данные записать в таблицу результатов измерений.
15. Найти по результатам каждого опыта значения неизвестных сопротивлений R_{X1}, и R_{X2}, а также их общее сопротивление при последовательном R_{X3} и параллельном R_{X4} соединениях, их средние значения $\overline{R}_{Xi}$.
16. Оценить погрешности измерений. Сделать выводы и написать отчёт.

Контрольные вопросы

Что такое электрический ток, сила тока?

Что называют сторонними силами?

Дать определение потенциала, разности потенциалов.

Написать формулу для определения сопротивления трёх последовательно соединенных резисторов.

Написать формулу для определения сопротивления двух параллельно соединенных резисторов.

Сформулировать и написать закон Ома для участка цепи.

Какой участок цепи называется неоднородным?

Записать закон Ома для неоднородного участка цепи.

Сформулировать и записать первое и второе правила Кирхгофа.

Лабораторная работа 3.4. *Определение ёмкости конденсатора при помощи баллистического гальванометра*

Цель работы: *изучение баллистического метода нахождения заряда, определение неизвестных ёмкостей.*

Теоретическая часть

Если изолированному проводнику сообщить электрический заряд q, то его потенциал φ будет возрастать пропорционально заряду:

$$q = c\varphi,$$

где c – коэффициент пропорциональности (остаётся постоянным и называется электрической *ёмкостью* проводника).

В системе СИ за единицу электроёмкости принята *фарада*. $1Ф=10^6$ микрофарад (мкФ)=10^{12} пикофарад (пФ); *[c]=Кл/В*. Электрическая ёмкость зависит от геометрических размеров и формы проводника. Уединённые проводники имеют очень малую ёмкость, *конденсаторы* – намного бóльшую.

Конденсатор – это устройство, состоящее из двух электродов (обкладок), разделённых диэлектриком, толщина которого много меньше по сравнению с толщиной обкладок. Накопление зарядов на обкладках конденсатора называется зарядкой. Чтобы зарядить конденсатор, нужно соединить его обкладки с источником электроэнергии, например, с батареей. Заряд q, находящийся на одной из обкладок заряженного конденсатора, прямо пропорционален напряжению U между обкладками конденсатора. Электроёмкость конденсатора выражается формулой $c = q/U$.

Во многих случаях для получения необходимой ёмкости конденсаторы соединяют в батарею. Для увеличения ёмкости используют параллельное соединение конденсаторов. *Параллельным* называется соединение конденсаторов, при котором все положительно заряженные обкладки присоединены к одному проводу, а отрицательно заряженные – к другому (рис. 1). В этом случае напряжения на всех конденсаторах одинаковы и равны U, а заряд батареи q_0 равен сумме зарядов отдельных конденсаторов: $q_0=q_1+q_2+q_3$

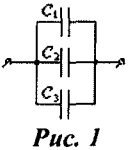


Рис. 1

Полная ёмкость батареи, состоящей из n конденсаторов:

$$C_{пар}=C_1+C_2+...+C_n. \qquad (1)$$

Для уменьшения ёмкости конденсаторы соединяют *последовательно*.

Последовательным называют такое соединение конденсаторов, при котором положительно заряженная обкладка предыдущего конденсатора соединяется с отрицательно заряженной обкладкой последующего, и т. д. (рис. 2). Заряды на последовательно соединённых конденсаторах одинаковы, а полное напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах:

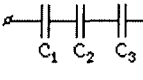


Рис. 2

$$U=\frac{q}{C}=\frac{q}{C_1}+\frac{q}{C_2}+\frac{q}{C_3}.$$

Тогда при последовательном соединении конденсаторов ёмкость батареи

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}.$$

Для двух конденсаторов формула упрощается:

$$C=\frac{C_1\cdot C_2}{C_1+C_2}. \qquad (2)$$

Для определения ёмкости конденсаторов можно использовать мостовые схемы или баллистический *гальванометр.*

Гальванометр – высокочувствительный электроизмерительный прибор, реагирующий на малую величину тока и предназначенный для измерения малых токов или заряда на конденсаторе. Магнитоэлектрический гальванометр состоит из: подвижной рамки с несколькими витками проволоки, которая является механической колебательной системой; постоянного магнита, в магнитном поле которого находится рамка, а также шкалы. Если замкнём на гальванометр какой-нибудь заряженный конденсатор, конденсатор начнёт разряжаться и в гальванометре возникает короткий импульс тока.

Теория показывает, что угол α отклонения стрелки (зеркальца) гальванометра пропорционален количеству электричества q, протекающего через гальванометр за малый промежуток времени:

$$q=b\cdot\alpha. \qquad (3)$$

где b – баллистическая постоянная гальванометра.

Описание экспериментальной установки

Схема, приведённая на рис. 3, позволяет опытным путём определять неизвестные ёмкости и баллистическую постоянную. Здесь C – конденсатор, G – гальванометр, V – вольтметр, R – реостат, включённый по схеме потенциометра, E – батарея и X – двухполюсный переключатель.

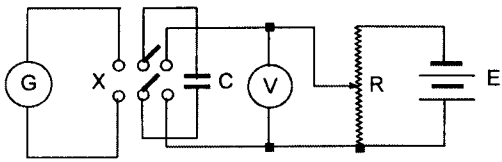


Рис.3

Конденсатор, ёмкость которого известна, заряжают до разности потенциалов U; очевидно, что количество электричества можно определить как

$$q=C\,U. \qquad (4)$$

После этого конденсатор разряжают через гальванометр и измеряют угол отклонения (отброса) стрелки α.

Баллистическую постоянную b определяют из формулы (3) по известным из опытных данных значениям заряда q и угла α. Величина отброса стрелки α прямо пропорциональна величине заряда q. Следовательно, изменяя величину заряда от q_{min} до q_{max}, можно градуировать шкалу гальванометра в зарядах. Зная напряжение заряда конденсатора по вольтметру и величину отброса стрелки гальванометра, можно вычислить емкость конденсатора по формуле (4).

Рассмотрим другой метод определения неизвестной ёмкости. В схему (см. рис. 3) включают один раз конденсатор с известной ёмкостью C, а другой раз – с неизвестной ёмкостью C_x. Отношение показаний (отбросов) гальванометра в обоих случаях будет равно отношению ёмкостей $\alpha / \alpha_x = C/C_x$, откуда можно найти неизвестную ёмкость

$$C_x = C\frac{\alpha_x}{\alpha}. \qquad (5)$$

Баллистический гальванометр позволяет сравнивать ёмкости; при этом напряжение батареи знать не нужно.

Схема для определения неизвестных ёмкостей, приведённая на рис. 3, реализована на виртуальной лабораторной установке (рис. 4).

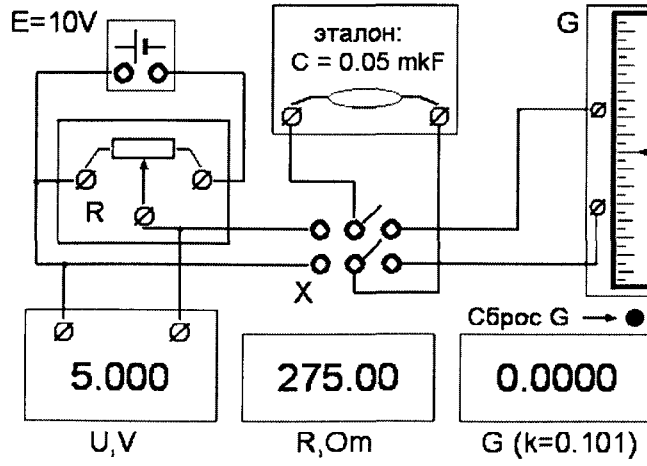


***Рис.4.* Схема виртуальной лабораторной установки**

В лабораторной установке реализована схема попеременного подключения известного и неизвестного конденсаторов к аккумуляторной батарее и к

баллистическому гальванометру. Установка состоит из: гальванометра *G*, источника ЭДС, реостата *R*, переключателя *X*, кнопки сброса заряда гальванометра *G*, вольтметра *V*, указателя сопротивления и управления реостатом.

Попеременное включение эталонного *C* или неизвестного конденсатора C_x на источник *E* или гальванометр *G* с помощью переключателя *X* осуществляется путём кратковременного нажатия на левую кнопку «мышки». Управление реостатом R позволяет задать значения напряжения заряда конденсатора. Подключение различных конденсаторов также возможно путём кратковременного нажатия на левую кнопку «мышки».

Порядок выполнения работы

1. Получить свой вариант задания и допуск у ведущего преподавателя.
2. Ознакомиться с работой виртуальной лабораторной установки: подключение различных ёмкостей, изменение значений напряжения зарядки конденсатора, баллистического гальванометра.
3. Установить нулевые показания гальванометра кнопкой сброс *G* и ключ *X* в положение “Разомкнут”.
4. Установить с помощью движка реостата *R* заданное напряжение, подводимое к конденсатору.
5. Включить в схему эталонный конденсатор с известной ёмкостью.
6. Зарядить конденсатор; для этого подключить его при помощи ключа *X* к источнику с заданным напряжением *U*.
7. Переключателем *X* переключить эталонный конденсатор на гальванометр. Записать его показания в таблицу измерений.
8. Перекинуть переключатель *X* на зарядку конденсатора. Обнулить показания гальванометра с помощью кнопки “Сброс *G*”. Измерение повторить не менее трех раз. Результаты записать в таблицу.
9. Присоединить конденсатор неизвестной емкости C_{x1} и повторить измерения, как указано в пп. 6,7,8, снимая показания гальванометра *G* не менее трех раз при заданном напряжении *U*. Ёмкость испытуемого конденсатора можно определить по формуле (5):

$$C_{x1} = C\frac{\alpha_{x1}}{\alpha},$$

где C – ёмкость эталонного конденсатора; α и α_x – соответственно средние значения показаний гальванометра для эталонного и испытуемого конденсаторов.

10. Подключить второй конденсатор неизвестной ёмкости C_{x2}, повторить измерения и определить его ёмкость, как указано в пп. 6–9.
11. Повторить измерения для батареи конденсаторов C_{x1} и C_{x2}, соединённых параллельно, определить емкость и результат записать в таблицу.
12. Соединив конденсаторы C_{x1} и C_{x2} последовательно, определить емкость всей батареи, как указано в пп. 6–9.
13. Пользуясь экспериментальными значениями емкостей C_{x1} и C_{x2}, рассчитать емкость батареи при параллельном и последовательном соединении по формулам для последовательного [формула (2)] и параллельного [формула (1)] соединения.
14. Сравнивая результаты расчетов с результатами опытов, сделать вывод об их соответствии.
15. Определить баллистическую постоянную гальванометра по формуле

$$b = k\frac{CU}{\alpha}.$$

Конденсатор	Показания гальванометра α, мм				Емкость C, мкФ	
	α_1	α_2	α_3	$\bar{\alpha}$	Опыт	Расчет
Эталонный C						
Испытуемый C_{x1}						
Испытуемый C_{x2}						
Последовательное соединение C_{x1} и C_{x2}						
Параллельное соединение C_{x1} и C_{x2}						
Заданное значение U =	Эталонная емкость C =					

16. По результатам эксперимента сделать выводы и написать отчёт.

Контрольные вопросы

Что называется электрической ёмкостью проводника?
Как определяется электроёмкость конденсатора? Записать формулу.
При каком соединении конденсаторов одинаковы заряды и почему?
При каком соединении конденсаторов одинаковы напряжения?

Даны два конденсатора одинаковой ёмкости: как получить максимальную и минимальную ёмкости?

Объясните работу баллистического гальванометра магнитоэлектрической системы. Что такое нуль-гальванометр?

Библиографический список

1. ***Адлер Ю.П.*** Планирование промышленного эксперимента/ Ю.П. Адлер, В.Г. Горский. – М.: Металлургия, 1978. – 112 с.
2. ***Детлаф А.А.*** Курс физики/ А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
3. ***Жималинов С.В.*** Физика: метод. указания по выполнению лабораторных работ/ С.В. Жималинов, М.А. Бслоголов.– Иркутск: ВСФИ МВД РФ, 2005. –32 с.
4. ***Зайдель А.Н.*** Погрешности измерения физических величин/ А.Н. Зайдель. – Л.: Наука, 1985. – 108 с.
5. ***Механика:*** практикум по физике/ Н.П. Коновалов [и др.]. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2001.– 124 с.
6. ***Савельев И.В.*** Курс общий физики/ И.В. Савельев. – М.: Наука, 1988. – Т. 2. – 469 с.
7. ***Сергеев А.Г.*** Метрология/ А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. – М.: Логос, 2001. – –408с.
8. ***Трофимова Т.И.*** Курс физики/ Т.И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1990.– 478 с.
9. ***Физические*** основы механики и термодинамики/ сост. С.Г. Шварцберг, Л.А. Плетнёва, В.И. Щепин. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1985. – 35 с.
10. ***Физический*** практикум/ под ред. В.И. Ивероновой.– М.: Изд-во МГУ, 1965. – 564 с.
11. ***Филатова Л.С.*** Математическая обработка результатов измерений: конспект лекций/ Л.С. Филатова. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1977. –16 с.

Пример выполнения лабораторной работы

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Цель работы: *изучение гармонических колебаний, исследование зависимости периода колебаний математического маятника от его длины. Определение ускорения свободного падения. Изучение погрешностей измерений.*

Теоретическая часть

Теоретический материал изложен на с. 21–25 данной работы и в [8, гл. 18, §140], [2, гл. 27, § 27.1, 27.2].

Дифференциальное уравнение, описывающее гармонические колебания математического маятника, по форме аналогично общему уравнению вида:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0\,. \qquad (1)$$

при условии, что собственная частота колебаний системы $\omega = \sqrt{g/l}$ (g – ускорение свободного падения, l – длина маятника, φ – угол отклонения).

Частным решением дифференциального уравнения (1) является уравнение $x = A\cos\omega t$.

Частота ω связана с периодом T выражением $\omega = \frac{2\pi}{T}$, поэтому период

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,.$$

Этим выражением можно воспользоваться для определения ускорения свободного падения, если решить его относительно g:

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) видно, что для экспериментального определения g необходимо для заданной длины маятника определить его период колебаний. Для более точного определения периода колебаний можно воспользоваться формулой $T = t / n$, где t – время, n – число колебаний. Задаём длину маятника l_i и определяем время t_i десяти колебаний маятника. Измерения повторяем пять раз для различ-

ных значений длины l_1, l_2, l_3,...; данные заносим в таблицу результатов измерений (табл. 1). Описание экспериментальной установки и порядок выполнения работы аналогичны описанию, приведенному на с. 23–26.

Таблица 1

i	l_i, *см*	Δl, *мм*	n_i	t_i, *с*	Δt, *с*	T_i, *с*	$g_i, \frac{м}{с^2}$	$\overline{g}, \frac{м}{с^2}$
1	186,5	5	10	28	1	2,8	9,38	9,76
2	167,0		10	26		2,6	9,74	
3	145,5		10	24		2,4	9,96	
4	124,5		10	22		2,2	9,98	
5	104,0		10	20		2,0	9,76	

Ускорение свободного падения g_i определяем для каждого измерения как

$$g_i = 4\pi^2 \frac{l_i}{T_i^2}.$$

Среднее арифметическое ускорение свободного падения вычисляем по формуле

$$\overline{g} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g_i \; ; \; \overline{g} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} g_i = \frac{1}{5} 48{,}82 = 9.764 \; м/с^2.$$

Для определения случайной погрешности измерений составим табл. 2, в которую занесём результаты измерений, промежуточные вычисления и другие необходимые данные.

Таблица 2

i	g, $м/с^2$	Δg, $м/с^2$	$(\Delta g)^2$, $(м/с^2)^2$	P	$t_{p,n}$, с	S, $м/с^2$	$\overline{g}, \frac{м}{с^2}$
1	9,38	0,384	0,1475	0, 95	2,78	0,108	9,76
2	9,74	0,022	0,0005				
3	9,96	-0,196	0,0384				
4	9,98	-0,216	0,0467				
5	9,76	0,004	0.0000				
	Σ = 48.82	Σ = -0,002	Σ = 0,2331				

Оценку абсолютной погрешности Δg ускорения свободного падения g рассчитаем двумя способами:

1) по стандартной методике расчета погрешностей случайной величины: $\Delta g = t_{p\,n}\, s$. Здесь $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений при доверительной вероятности P=0,95; находится из таблицы (см. с.16); s – среднее квадратичное отклонение среднего,

$$S = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\Delta g_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 4}0{,}2331} \approx 0{,}108\ м/с^2$$

Коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности P=0,95 и числа измерений n=5 определяется из таблицы коэффициентов $t_{p\,n} = 2{,}78$.

Тогда абсолютная случайная погрешность

$$\Delta_{\text{,}} g = t_{p\,n} s = 2{,}78 \cdot 0{,}108 \approx 0{,}30\ м/с^2,$$

2) по методике расчёта погрешностей косвенных измерений – как

$$\Delta g = \overline{g}\sqrt{(2\varepsilon_T)^2 + \varepsilon_l^2}\ ,$$

где $\varepsilon_l, \varepsilon_T$ – относительные погрешности измерения длины и периода колебаний маятника. Вычислим относительные погрешности определения периода колебаний ε_1 и длины маятника ε_l. Приборные погрешности определения длины маятника определяем по цене деления рулетки, которой измеряем $\Delta l = 5\ мм$, а погрешность измерения периода колебаний по цене деления секундомера $\Delta t = 1c$. Метод обработки результатов прямых многократных измерений для нахождения случайных погрешностей $\Delta t_{c\text{,}}, \Delta l_{c\text{,}}$ не применяем, так как при повторных измерениях начальные условия проведения опыта изменялись (l_1, l_2, l_3 ...):

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta t}{t_{min}} = \frac{1}{20} = 0{,}05\ ;\ \varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_{min}} = \frac{5\cdot 10^{-3}}{1{,}04} = 0{,}048\ .$$

Вычисления показали, что погрешности ε_1 и ε_l – одного порядка. Подставим полученные данные в формулу

$$\Delta g = \overline{g}\sqrt{(2\varepsilon_T)^2 + \varepsilon_l^2} = 9{,}764\sqrt{(2\cdot 0{,}05)^2 + 0{,}048^2} \approx 0{,}11\ м/с^2.$$

Сравнение полученных результатов показало, что случайная погрешность измерений даёт наибольший вклад.

Запишем окончательный результат определения ускорения свободного падения с учётом:

абсолютной погрешности как $g = \overline{g} \pm \Delta g$, g=*9,76±0,30 м/с*^{2};

относительной – как $\varepsilon = \frac{\Delta g}{\overline{g}} 100\%$, $\varepsilon = \frac{0{,}30}{9{,}764} 100\% \approx 3\%$.

На основании полученных результатов измерений построим график зависимости квадрата периода колебаний математического маятника от его длины.

*

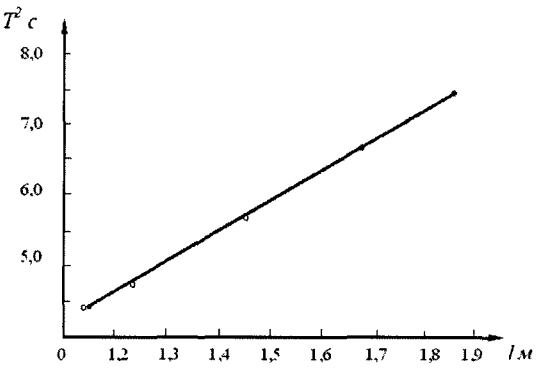


Рис.1. **График зависимости квадрата периода колебаний математического маятника от его длины**

Выводы

Экспериментальное определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника связано со случайными и систематическими погрешностями измерений.

Относительная погрешность измерений составляет более 3 %.

Абсолютная погрешность пяти измерений с надёжность 95 % составляет около *0,30 м/с*^{2}.

Оценка погрешностей показывает, что при использовании данного метода случайная погрешность превышает систематическую.

Истинное (табличное) значение величины $g \approx 9{,}81$ м/с^2 во всех случаях попадает в полученный доверительный интервал.

Ускорение силы тяжести, определенное из графика, $g \approx 9{,}4$ м/с^2.

Для получения более точного результата необходимо увеличить число измерений и учесть все погрешности.