

Лабораторная работа № 3

ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАБЛИЦЫ: ФОРМУЛЫ МАССИВОВ

Цель работы: изучить методы работы с массивами и матрицами в электронных таблицах.

Задачи работы

1. Изучить понятие «массив», типы формул массивов в *MS Excel*.
2. Изучить понятие «размерность массивов».
3. Научиться работе с одномерными и двумерными массивами в *MS Excel*.
4. Изучить метод создания именованного массива.
5. Научиться выполнять операции с матрицами: вычисление обратной матрицы, транспонирование матрицы, перемножение матриц.

Перечень обеспечивающих средств

Задания лабораторной работы выполняются в электронной таблице *MS Excel* 2016 и выше.

Общие теоретические сведения

Одна из наиболее интересных возможностей *Excel* – возможность использования массивов в формулах.

Массив – это набор элементов, которые могут обрабатываться как единая группа или каждый в отдельности. В *Excel* массивы могут быть одно- или двумерными. Измерения массивов непосредственно соответствуют строкам и столбцам. Например, одномерный массив может быть группой ячеек, которые размещены в одной строке (горизонтальный массив) или в одном столбце (вертикальный массив). Двухмерный массив размещается в нескольких строках и столбцах.

В *Excel* поддерживаются два типа формул массивов.

Формула массива для одной ячейки – манипулирует массивами, хранящимися в диапазонах или в памяти компьютера, и дает результат, который отображается в одной ячейке.

Формула массива для диапазона ячеек – манипулирует массивами, хранящимися в диапазонах или в памяти компьютера, и дает результат, который является массивом. Так как в ячейке может храниться только одно значение, формула массива всегда вводится в диапазон ячеек.

Формула массива для диапазона ячеек

На рис. 1 показан рабочий лист, на котором вычисляются объемы продаж некоторых товаров. Чтобы вычислить объем продаж каждого конкретного товара (значения в столбце *D*), обычно используется формула умножения количества проданного товара на цену товара. Например, в ячейке *D2* будет формула $=B2*C2$.

A	B	C	D
Товар	Продано, шт.	Цена	Сумма
AR-998	3	50 Р	
BZ-011	10	100 Р	
MR-919	5	20 Р	
TR-811	9	10 Р	
TS-333	3	60 Р	
ZL-001	1	200 Р	

Рис. 1. Для вычисления итогов продаж по каждому товару в столбец *D* нужно поместить шесть формул

После копирования этой формулы во все оставшиеся ячейки столбца *D* мы получим шесть отдельных формул.

Другой способ – использование одной формулы массива (формулы массива для диапазона ячеек) для вычисления всех шести значений в ячейках диапазона *D2:D7*. Эта формула займет шесть ячеек и вернет массив из шести искоемых значений.

Чтобы создать формулу массива для диапазона ячеек, нужно выполнить действия:

1. Выделить диапазон, в котором должен содержаться результат. В примере это диапазон *D2:D7*. Вследствие того, что мы не можем отображать более одного значения в одной ячейке, для отображения результирующего массива требуется шесть ячеек.

2. В строке формул написать формулу: *=B2:B7*C2:C7*

3. Обычно для завершения ввода формулы нажимают клавишу *<Enter>*, но, поскольку это не обычная формула, а формула массива, необходимо нажать сочетание клавиш *<Ctrl+Shift+Enter>*.

Формула будет введена сразу во все шесть выделенных ячеек. Если мы посмотрим на строку формул, то в ней будет находиться *{=B2:B7*C2:C7}*

Excel заключает формулу в фигурные скобки, тем самым показывая, что это формула массива.

Эта формула выполняет вычисления и возвращает массив из шести элементов. Фактически формула работает с двумя другими массивами, которые хранятся в диапазонах. Значения первого массива сохранены в диапазоне *B2:B7*, а значения второго – в диапазоне *C2:C7*.

Разумеется, данная формула массива возвращает те же самые значения, которые можно вычислить с помощью шести обычных формул, введенных в ячейки диапазона *D2:D7* (*=B2*C2* и так далее по строкам).

Однако использование формулы массива по сравнению с набором отдельных формул имеет ряд преимуществ:

- есть уверенность, что все формулы диапазона введены идентично;
- формулы массивов больше защищены от непреднамеренных изменений, поскольку нельзя изменить одну формулу в ячейке, входящей в диапазон ячеек, содержащих формулу массива.

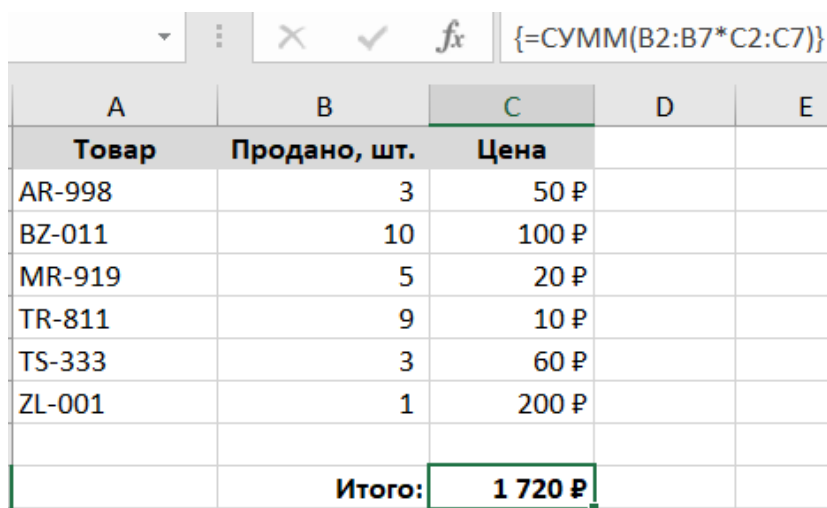
Вместе с тем использование для вычислений формул массивов имеет свои потенциальные недостатки:

- невозможно вставить новую строку или столбец в диапазон ячеек, в котором записана формула массива;

– если мы добавим новую строку к существующему диапазону данных, то необходимо изменить всю формулу массива, чтобы включить в расчеты данные из новой строки.

Формула массива для отдельной ячейки

На рис. 2 показан пример, в котором нужно определить общую сумму проданных товаров без промежуточных вычислений в столбце D.



A	B	C	D	E
Товар	Продано, шт.	Цена		
AR-998	3	50 Р		
BZ-011	10	100 Р		
MR-919	5	20 Р		
TR-811	9	10 Р		
TS-333	3	60 Р		
ZL-001	1	200 Р		
	Итого:	1 720 Р		

Рис. 2. Формула массива в ячейке C9 вычисляет общий объем продаж без использования промежуточных формул

В ячейке C9 находится следующая формула:

`{=СУММ(B2:B7*C2:C7)}`

Ввод формулы массива обязательно завершается нажатием комбинации клавиш `<Ctrl+Shift+Enter>`, – тогда фигурные скобки будут вставлены автоматически (их не нужно вводить вручную).

Эта формула, как и предыдущая, работает с двумя массивами, хранящимися в диапазонах B2:B7 и C2:C7. Формула перемножает соответствующие значения из этих массивов и создает новый массив, который существует только в памяти компьютера.

Новый массив состоит из шести значений, которые могут быть представлены следующим образом: {150;1000;100;90;540;200}

Затем функция СУММ обрабатывает этот новый массив и возвращает сумму его значений.

Размерность массивов

Массивы в *Excel* могут быть одно- и двухмерными. Одномерные массивы могут быть вертикальными (соответствующими одному столбцу) и горизонтальными (соответствующими одной строке).

Одномерные горизонтальные массивы

Элементы в одномерных горизонтальных массивах разделяются точкой с запятой, и эти массивы могут отображаться в строке ячеек. Вот пример одномерного горизонтального массива констант:

`{1;2;3;4;5}`.

Этот массив можно отобразить в диапазоне из пяти ячеек в одной строке. Чтобы записать его в диапазон ячеек, сначала нужно выделить горизонтальный диапазон, состоящий из пяти смежных ячеек в одной строке. Затем ввести формулу `= {1;2;3;4;5}` и нажать комбинацию клавиш `<Ctrl+Shift+Enter>`.

В следующем примере показан горизонтальный массив, который состоит из семи текстовых строк:

`{"ПН";"ВТ";"СР";"ЧТ";"ПТ";"СБ";"ВС"}`

Чтобы ввести этот массив, нужно выделить строку, состоящую из семи ячеек, затем ввести формулу (по окончании нажать комбинацию клавиш `<Ctrl+Shift+Enter>`):

`= {"ПН";"ВТ";"СР";"ЧТ";"ПТ";"СБ";"ВС"}`

Одномерные вертикальные массивы

Элементы в одномерных вертикальных массивах разделяются двоеточием, и эти массивы могут отображаться в столбце ячеек. Ниже приведен пример вертикального массива констант из шести элементов:

`{10:20:30:40:50:60}`

Для отображения этого массива потребуется диапазон из шести ячеек одного столбца. Чтобы поместить этот массив на рабочий лист, сначала нужно выделить вертикальный диапазон, состоящий из шести смежных ячеек в одном столбце, а затем ввести формулу и нажать комбинацию клавиш `<Ctrl+Shift+Enter>`:

={10:20:30:40:50:60}

Еще один пример вертикального массива констант, состоящего из четырех элементов:

{"Рога":"Копыта":"Вувузелы":"Тамтамы"}

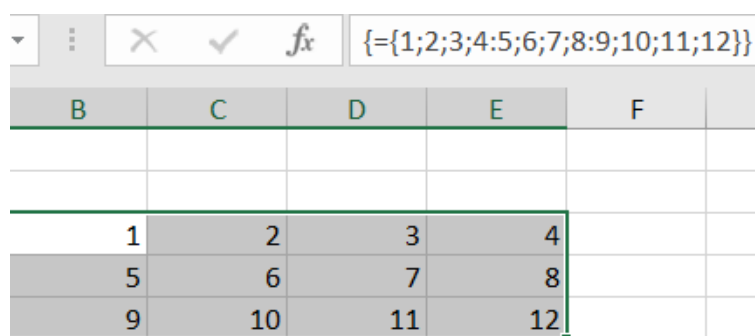
Двухмерные массивы

В двухмерных массивах используется точка с запятой для отделения горизонтальных элементов и двоеточие – для вертикальных. Ниже показан пример массива, состоящего из трех строк и четырех столбцов:

{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12}

Этот массив можно отобразить в диапазоне, состоящем из двенадцати ячеек. Чтобы ввести этот массив в ячейки рабочего листа, сначала нужно выделить диапазон смежных ячеек, расположенных в трех строках и четырех столбцах. Затем ввести `= {1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12}` и нажать комбинацию клавиш `<Ctrl+Shift+Enter>`.

На рис. 3 показан рабочий лист, на котором данный массив введен в диапазон ячеек *B3:E5*.



	B	C	D	E	F
1	2	3	4		
5	6	7	8		
9	10	11	12		

Рис. 3. Двухмерный массив размером 3x4

Если мы попытаемся ввести массив в диапазон, содержащий больше ячеек, чем элементов в массиве, в незаполненных ячейках появится значение ошибки #Н/Д. На рис. 4 показан массив размером 3x4, введенный в диапазон ячеек размером 10x5.

fx {= {1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12}}					
	B	C	D	E	F
	1	2	3	4	#Н/Д
	5	6	7	8	#Н/Д
	9	10	11	12	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д

Рис. 4. Двухмерный массив 3x4, введенный в диапазон 10x5

Все строки в двухмерном массиве должны содержать одинаковое количество элементов. Следующая формула, например, неправильная, поскольку третья строка содержит только три элемента:

{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11}

Excel не позволяет вводить формулы, содержащие массивы с различным количеством элементов в строках или столбцах.

Именованные массивы констант

Можно создать массив констант, присвоить ему имя, а затем использовать его в формулах. Строго говоря, именованный массив представляет собой формулу, которой присвоено имя.

На рис. 5 показано, как именованный массив создается с помощью диалогового окна *Создание имени*.

Это диалоговое окно можно открыть, выбрав команду *Формулы – Определенные имена – Присвоить имя*.

Здесь массиву присвоено имя *Дни_недели* и он содержит следующие элементы:

{"Пн";"Вт";"Ср";"Чт";"Пт";"Сб";"Вс"}

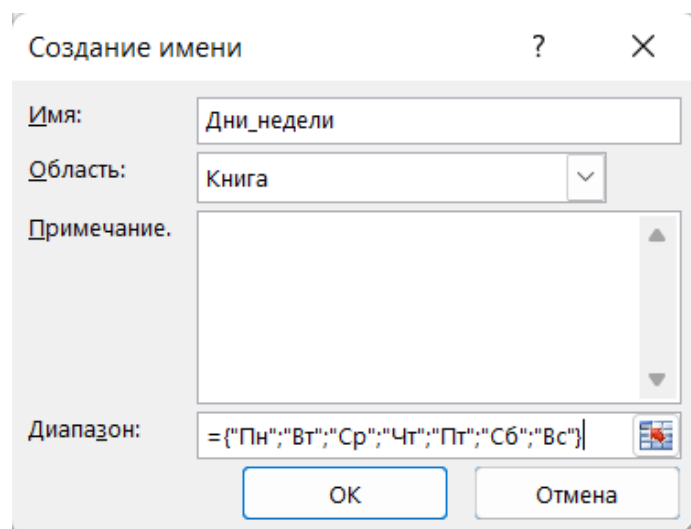


Рис. 5. Определение массива констант в диалоговом окне *Создание имени*

В диалоговом окне *Создание имени* массив в поле *Диапазон* задается с помощью знака равенства (=). Если не ввести этот знак, то введенные значения элементов массива будут интерпретироваться как текстовые строки. Также необходимо ввести фигурные скобки, обрамляющие элементы массива, – *Excel* не вставляет их автоматически.

Созданный именованный массив можно использовать в формулах. На рис. 6 показана простая формула массива, введенная в диапазон *B2:H2*. Эта формула имеет вид:

{=Дни_недели}

✕ ✓ fx {=Дни_недели}						
В	С	Д	Е	Ф	Г	Н
Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс

Рис. 6. Пример использования в формуле именованного массива

Для того чтобы ввести эту формулу, нужно выбрать диапазон из семи ячеек, ввести =Дни_недели и нажать комбинацию клавиш *<Ctrl+Shift+Enter>*.

Поскольку в примере элементы массива разделены точкой с запятой, это горизонтальный массив. Чтобы создать вертикальный массив, нужно использовать в качестве разделителей двоеточие. Чтобы вставить горизонтальный массив в

вертикальный диапазон ячеек, можно использовать функцию ТРАНСП. Следующую формулу массива можно ввести в столбец, состоящий из семи ячеек:

{=ТРАНСП(Дни_недели)}

Если необходимо использовать отдельные элементы массива, следует воспользоваться функцией ИНДЕКС. Например, приведенная ниже формула вернет значение "Чт", поскольку это четвертый элемент массива Дни_недели:

=ИНДЕКС(Дни_недели;4)

Работа с формулами массивов

Ввод формул массивов

Вводя формулу массива в ячейку или диапазон ячеек, необходимо выполнить специальную процедуру, чтобы программа знала, что это формула массива, а не обычная формула. Обычная формула вводится в ячейку с помощью клавиши <Enter>, а формула массива вводится в одну или несколько ячеек с помощью комбинации клавиш <Ctrl+Shift+Enter>.

Мы всегда сможем отличить формулу массива, так как в строке формул она заключена в фигурные скобки. При вводе формулы массива фигурные скобки вводить не нужно – Excel делает это сама. Если формула массива возвращает несколько значений, то, прежде чем вводить саму формулу, следует выделить нужные ячейки, в которые будет помещен результат. Если этого не сделать, то в ячейке отобразится только первое значение массива.

Выделение диапазона для формулы массива

Используя обычные процедуры, можно выделить диапазон массива вручную. Кроме того, можно использовать один из следующих методов.

1. Перейти к одной из ячеек диапазона массива и выбрать команду Главная – Редактирование – Найти и выделить – Перейти или нажать клавишу <F5>.

В открывшемся диалоговом окне *Переход* щелкнуть на кнопке *Выделить* и в следующем диалоговом окне установить переключатель в положение *Текущий массив*. Щелкнуть на кнопке *ОК*, чтобы закрыть диалоговые окна.

2. Перейти к одной из ячеек диапазона массива и нажать комбинацию клавиш <Ctrl + />, чтобы выделить весь массив.

Редактирование формул массивов

Если формула массива помещена в несколько ячеек, вы должны редактировать все ячейки диапазона так, как если бы это была одна ячейка.

Нельзя изменить только один элемент, содержащий формулу массива. Если попытаться сделать это, *Excel* выведет сообщение, показанное на рис. 7.

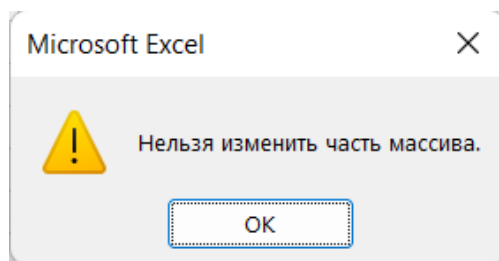


Рис. 7. Предупреждение, что нельзя изменять содержимое лишь части массива

Чтобы отредактировать формулу массива, следует выделить все ячейки массива и активизировать строку формул (щелкнуть на ней или нажать клавишу $\langle F2 \rangle$). При редактировании формулы массива *Excel* удаляет фигурные скобки. Закончив редактирование формулы, нужно нажать комбинацию клавиш $\langle \text{Ctrl} + \text{Shift} + \text{Enter} \rangle$, чтобы внести выполненные изменения. Теперь содержимое всех ячеек массива изменится в соответствии с внесенными изменениями (и фигурные скобки появятся снова).

Расширение и сокращение диапазона, содержащего формулу массива

Если возникла необходимость расширить (или сократить) диапазон из нескольких ячеек содержащий формулу массива, необходимо выполнить последовательность действий:

1. Выделить весь диапазон, содержащий формулу массива.
2. Нажать клавишу $\langle F2 \rangle$, чтобы перейти в режим редактирования.
3. Нажать комбинацию клавиш $\langle \text{Ctrl} + \text{Enter} \rangle$. Это действие вводит отдельные формулы (не формулу массива) в каждую ячейку выделенного диапазона.
4. Изменить выделение диапазона так, чтобы он включал новые ячейки (или исключал лишние). Обязательно убедиться в том, что активная ячейка входит в состав исходного массива.
5. Нажать клавишу $\langle F2 \rangle$, чтобы снова перейти в режим редактирования.

6. Нажать комбинацию клавиш *<Ctrl+Shift+Enter>*.

Применение функций к массивам

В операциях над массивами можно использовать функции. Следующая формула массива, которую нужно ввести в вертикальный диапазон, состоящий из десяти ячеек, вычисляет квадратные корни каждого элемента массива:

$\{=\text{КОРЕНЬ}(\{1:2:3:4:5:6:7:8:9:10\})\}$

Если массив хранится в диапазоне ячеек (например, *A1:A10*), подобная формула выполнит эти же вычисления для каждого элемента массива:

$\{=\text{КОРЕНЬ}(A1:A10)\}$

Транспонирование массивов

При транспонировании массива его строки и столбцы меняются местами (т. е. строки становятся столбцами, а столбцы – строками). Если массив одномерный, то при транспонировании горизонтальный массив становится вертикальным, и наоборот.

Для выполнения операции транспонирования используется функция ТРАНСП.

Допустим, имеется одномерный горизонтальный массив констант $\{1;2;3;4;5\}$.

С помощью функции ТРАНСП можно преобразовать его в вертикальный массив.

Для этого выделите вертикальный диапазон, состоящий из пяти ячеек, введите следующую формулу и нажмите комбинацию клавиш *<Ctrl+Shift+Enter>*:

$=\text{ТРАНСП}(\{1;2;3;4;5\})$

После транспонирования элементы горизонтального массива будут отображены в виде вертикального столбца.

Транспонирование двумерных массивов выполняется точно так же. На рис. 8 показан двумерный массив, занимающий диапазон *A1:D3*, созданный посредством ввода формулы

$\{=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12\}\}$

fx {=ТРАНСП(A1:D3)}					
A	B	C	D	E	
1	2	3	4		
5	6	7	8		
9	10	11	12		
1	5	9			
2	6	10			
3	7	11			
4	8	12			

Рис. 8. Пример использования функции ТРАНСП для транспонирования прямоугольного массива

Чтобы создать в диапазоне *A6:C9* транспонированный массив, можно ввести такую формулу:

`{=ТРАНСП({1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12})}`

Разумеется, функцию ТРАНСП можно применять и к массивам, хранящимся в диапазоне ячеек на рабочем листе. Например, приведенная ниже формула транспонирует массив, содержащийся в диапазоне *A1:D3* (три строки и четыре столбца), в массив, состоящий из четырех строк и трех столбцов (рис. 8):

`{=ТРАНСП(A1:D3)}`

Работа с матрицами

Система *mn* чисел, расположенных в прямоугольной таблице из *m* строк и *n* столбцов, называется *матрицей*. Если *m = n*, то матрица называется квадратной, иначе – прямоугольной.

Над матрицами могут быть выполнены операции:

- сложение, вычитание, умножение матриц;
- умножение и деление матрицы на число;
- транспонирование матрицы;
- нахождение обратной матрицы;
- вычисление определителя.

Операции сложения и вычитания матриц выполняются только с матрицами одинаковой размерности.

При умножении матриц результирующая матрица имеет такое количество строк, как матрица слева, а количество столбцов – как матрица справа. Умножение матриц проводят только в том случае, если количество столбцов первой матрицы равно количеству строк второй матрицы.

При умножении матрицы на число получается матрица такой же размерности, что и исходная, при этом каждый элемент матрицы A умножается на число k .

Транспонирование матрицы – это операция над матрицей, при которой столбцы заменяются строками с соответствующими номерами.

Пример транспонирования матрицы.

Необходимо транспонировать матрицу $A_{2,3}$, результат представить в виде матрицы $B_{3,2}$.

Решение.

1. Задать значения элементам матрицы $A_{2,3}$ на листе 4 (табл. 1).
2. Выделить место для результирующей матрицы $B_{3,2}$ (диапазон B4:C6).
3. Нажать на кнопку *Вставить функцию*, расположенную рядом со строкой формул или на вкладке *Формулы*.
4. В открывшемся диалоговом окне *Вставка функции* открыть категорию *Ссылки и массивы* и выбрать из списка функцию *ТРАНСП*.
5. Задать аргумент функции: выбрать мышью массив – $A_{2,3}$ (рис. 9).
6. Нажать одновременно 3 клавиши *Ctrl + Shift + Enter*.
7. В выделенной области B4:C6 получим результат транспонирования матрицы $A_{2,3}$ (рис. 10).

Элементы матрицы $A_{2,3}$

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
1	$A_{2,3}=$	1	3	2		
2		3	4	5		
3						
4	$B_{3,2}=$					
5						
6						
7						
8	$C_{2,3}=$					
9						
10						

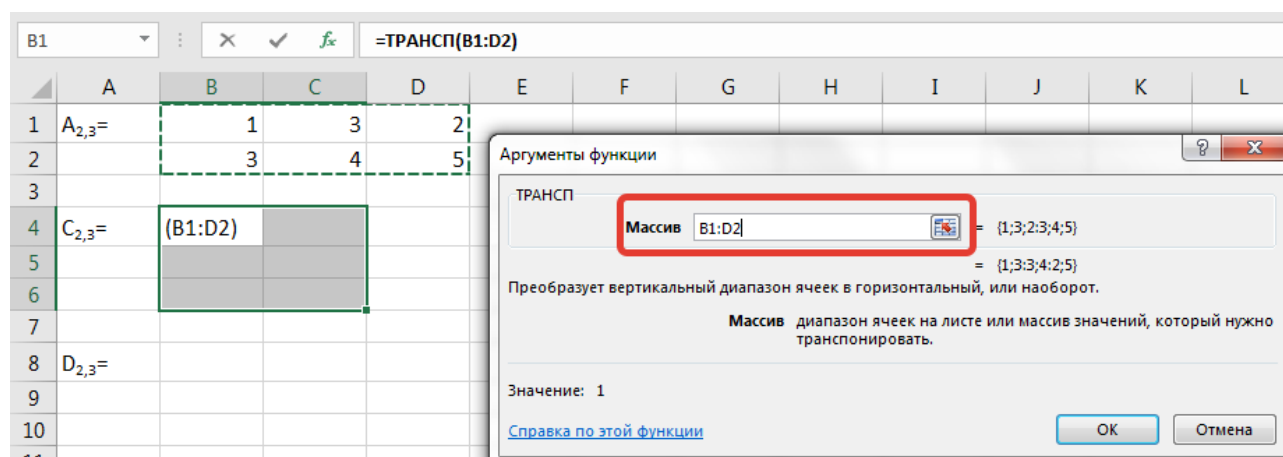


Рис. 9. Заполнение аргументов функции

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
1	$A_{2,3}=$	1	3	2
2		3	4	5
3				
4	$C_{2,3}=$	1	3	
5		3	4	
6		2	5	

Рис. 10. Результат транспонирования матрицы

Обратной матрицей по отношению к данной называется матрица, которая, будучи умноженной как справа, так и слева на данную матрицу, дает единичную матрицу. Обратную матрицу можно найти только для квадратной матрицы.

Пример нахождения обратной матрицы.

Необходимо вычислить матрицу, обратную матрице $A_{3,3}$, результат представить в виде матрицы $B_{3,3}$.

Решение.

1. Задать значения элементам матрицы $A_{3,3}$ на листе 5 (табл. 2).
2. Выделить место для результирующей матрицы $B_{3,3}$ (диапазон B5:D7).
3. Нажать на кнопку *Вставить функцию*, расположенную рядом со строкой формул или на вкладке *Формулы*.
4. В открывшемся диалоговом окне *Вставка функции* открыть категорию *Математические* и выбрать из списка функцию *МОБР*.
5. Задать аргумент функции: выбрать мышью массив – $A_{3,3}$ (рис. 11).
6. Нажать одновременно 3 клавиши *Ctrl + Shift + Enter*.
7. В выделенной области B8:D9 получим результат перемножения матриц (рис. 12).

Таблица 2

Элементы матрицы $A_{3,3}$

	A	B	C	D	E	F
1	$A_{3,3}=$	1	3	2		
2		3	4	5		
3		4	2	1		
4						
5	$B_{3,3}=$					
6						
7						
8						

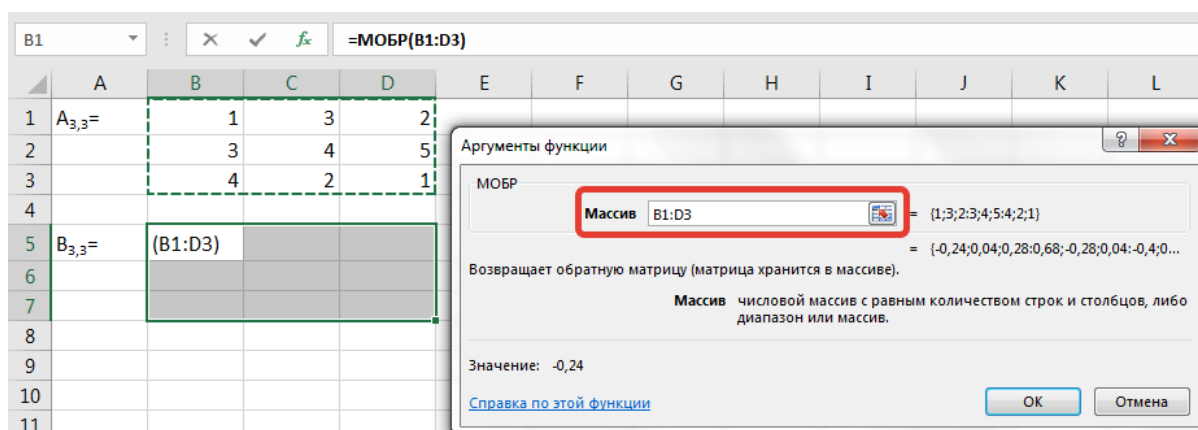


Рис. 11. Заполнение аргументов функции

	A	B	C	D
1	$A_{3,3}=$	1	3	2
2		3	4	5
3		4	2	1
4				
5	$B_{3,3}=$	-0,24	0,04	0,28
6		0,68	-0,28	0,04
7		-0,4	0,4	-0,2

Рис. 12. Результат транспонирования матрицы

Пример нахождения определителя матрицы.

Необходимо вычислить определитель матрицы $A_{3,3}$, результат представить в виде числа K .

Решение.

1. Задать значения элементам матрицы $A_{3,3}$ на листе 6 (табл. 3).
2. Выделить ячейку для вычисления определителя (ячейка B5).
3. Нажать на кнопку *Вставить функцию*, расположенную рядом со строкой формул или на вкладке *Формулы*.
4. В открывшемся диалоговом окне *Вставка функции* открыть категорию *Математические* и выбрать из списка функцию *МОПРЕД*.
5. Задать аргумент функции: выбрать мышью массив – $A_{3,3}$ (рис. 13).
6. Нажать клавишу *Enter*.
7. В выделенной ячейке B5 получим определитель матрицы $A_{3,3}$ (рис. 14).

Таблица 3

Элементы матрицы $A_{3,3}$

	A	B	C	D	E	F
1	$A_{3,3}=$	1	3	2		
2		3	4	5		
3		4	2	1		
4						
5	$K=$					
6						

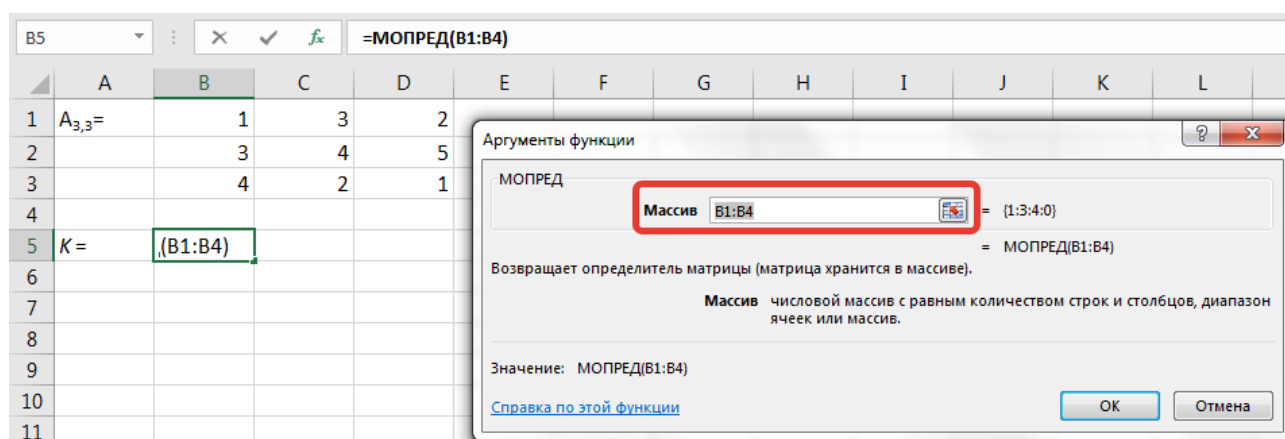


Рис. 13. Заполнение аргументов функции

	A	B	C	D
1	$A_{3,3}=$	1	3	2
2		3	4	5
3		4	2	1
4				
5	$K=$	25		

Рис. 14. Результат вычисления определителя матрицы

В следующем примере рассмотрим *решение системы линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы*.

Задана система линейных уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{aligned} x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 &= 4; \\ 4 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 &= 1; \\ x_1 + 3 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 &= 4. \end{aligned} \quad (1)$$

В матричной форме система (1) имеет вид:

$$A_{3,3} \cdot X_{3,1} = B_{3,1}, \quad (2)$$

где $A_{3,3}$ – матрица коэффициентов при неизвестных

$$A_{3,3} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$B_{3,1}$ – вектор правых частей

$$B_{3,1} := \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Вектор неизвестных $X_{3,1}$ может быть найден по формуле:

$$X_{3,1} = A_{3,3}^{-1} \cdot B_{3,1}, \quad (5)$$

где $A_{3,3}^{-1}$ – обратная матрица/

Решение.

1. Заполнить лист 7 электронной таблицы исходными данными. Задать значения элементам матрицы исходных коэффициентов $A_{3,3}$, вектора правых частей $B_{3,1}$ (табл. 4).

2. Использовать функцию *МОБР* для вычисления обратной матрицы $A_{3,3}^{-1}$ (диапазон B6:D8).

3. Использовать функцию *МУМНОЖ* для вычисления вектор неизвестных $X_{3,1}$. В качестве аргументов выбрать обратную матрицу $A_{3,3}^{-1}$ (массив1) и вектор правых частей $B_{3,1}$ (массив2).

Результат решения системы линейных уравнений представлен на рис. 15.

Таблица 4

Решение системы линейных алгебраических уравнений

	A	B	C	D	E	F	H
1		Матрица исходных коэффициентов					Вектор правых частей
2		1	2	3			4
3	$A_{3,3} =$	4	3	2		$B_{3,1} =$	1
4		1	3	2			4
5		Обратная матрица					Вектор неизвестных
6							
7	$A_{3,3}^{-1} =$					$X_{3,1} =$	
8							

	A	B	C	D	E	F	G
1	Матрица исходных коэффициентов						Вектор правых частей
2		1	2	3			4
3	$A_{3,3} =$	4	3	2		$B_{3,1} =$	1
4		1	3	2			4
5	Обратная матрица						Вектор неизвестных
6		0	0,333333333	-0,333333333			-1
7	$A_{3,3}^{-1} =$	-0,4	-0,066666667	0,666666667		$X_{3,1} =$	1
8		0,6	-0,066666667	-0,333333333			1

Рис. 15. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы

Рассмотрим пример *решения системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера* (через определители).

Метод Крамера применяется для решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых число неизвестных переменных равно числу уравнений и определитель основной матрицы отличен от нуля.

1. На листе 8 следует разместить исходную матрицу исходных коэффициентов $A_{3,3}$ и вектор правых частей $B_{3,1}$ (табл. 4).

2. Далее на листе размещаются 3 матрицы ($C_{3,3}$, $D_{3,3}$, $E_{3,3}$), полученные из матрицы $A_{3,3}$ заменой соответственно 1, 2 и 3 столбцов на вектор правых частей $B_{3,1}$ (рис. 16).

3. Для матрицы исходных коэффициентов $A_{3,3}$ и полученных выше трех матриц $C_{3,3}$, $D_{3,3}$, $E_{3,3}$ вычисляются определители (рис. 17).

4. Значения неизвестных переменных вычисляются путем деления определителей Определ. 1, Определ. 2, Определ. 3 на определитель матрицы $A_{3,3}$ – Гл. определ. (рис. 17).

	A	B	C	D	E	F	G
1		Матрица исходных коэффициентов					Вектор правых частей
2		1	2	3			4
3	$A_{3,3} =$	4	3	2		$B_{3,1} =$	1
4		1	3	2			4
5							
6		4	2	3			
7	$C_{3,3} =$	1	3	2			
8		4	3	2			
9							
10		1	4	3			
11	$D_{3,3} =$	4	1	2			
12		1	4	2			
13							
14		1	2	4			
15	$E_{3,3} =$	4	3	1			
16		1	3	4			

Рис. 16. Составление матриц $C_{3,3}$, $D_{3,3}$, $E_{3,3}$ на основе матрицы $A_{3,3}$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		Матрица исходных коэффициентов					Вектор правых частей						
2		1	2	3			4						
3	$A_{3,3} =$	4	3	2		$B_{3,1} =$	1		Гл. опред.	15			
4		1	3	2			4						
5													
6		4	2	3									
7	$C_{3,3} =$	1	3	2					Опред. 1	-15	X1	-1	
8		4	3	2									
9													
10		1	4	3									
11	$D_{3,3} =$	4	1	2					Опред. 2	15	X2	1	
12		1	4	2									
13													
14		1	2	4									
15	$E_{3,3} =$	4	3	1					Опред. 3	15	X3	1	
16		1	3	4									

Рис. 17. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Крамера

Задания

Во всех заданиях в ячейках *Excel* должны быть указаны не только исходные данные и результаты, но и пояснительные данные (например, названия столбцов, строк, наименование результата и т. п.).

Задание 1. В названии Листа 1 указать вашу фамилию и группу.

Составить таблицу из 5 столбцов с указанием наименования, цены, количества 7 товаров, а также стоимости доставки каждого товара. В пятом столбце посчитать итоговую стоимость каждого товара с доставкой, используя в формуле диапазоны ячеек из предыдущих столбцов. *Результат должен быть массивом.*

Ниже вычислить общую сумму стоимости заказов вместе с доставкой. Для этого использовать функцию СУММ, аргументами функции должны быть диапазоны ячеек из столбцов Цена, Количество и Доставка.

Далее вычислить самую большую стоимость заказа с доставкой на основе данных из столбцов Цена, Количество и Доставка.

Ниже вычислить среднюю сумму заказа без учета доставки (с округлением до целого значения).

Пример исходной таблицы представлен на рис. 18.

Наименование	Цена	Количество	Доставка	ИТОГО
Молоток отбойный	16 000 р.	2	150 р.	
Газонокосилка	18 000 р.	3	120 р.	
Ламинат	15 000 р.	3	130 р.	
Гвозди	800 р.	6	140 р.	
Брусok	2 000 р.	2	160 р.	
Лазерный уровень	10 000 р.	3	150 р.	
Шуруповёрт	9 000 р.	5	120 р.	
Рубанок	4 000 р.	4	110 р.	
Болгарка	3 000 р.	5	130 р.	

Рис. 18. Пример таблицы с исходными данными

На рис. 19 показан пример выполненного задания.

Наименование	Цена	Количество	Доставка	ИТОГО
Молоток отбойный	16 000 р.	2	150 р.	32150
Газонокосилка	18 000 р.	3	120 р.	54120
Ламинат	15 000 р.	3	130 р.	45130
Гвозди	800 р.	6	140 р.	4940
Брусok	2 000 р.	2	160 р.	4160
Лазерный уровень	10 000 р.	3	150 р.	30150
Шуруповёрт	9 000 р.	5	120 р.	45120
Рубанок	4 000 р.	4	110 р.	16110
Болгарка	3 000 р.	5	130 р.	15130

Сумма заказов с доставкой	247 010,00 р.
Самая большая сумма с доставкой	54 120,00 р.
Средняя сумма заказа без учёта доставки (без копеек)	27 311 р.

Рис. 19. Пример выполнения задания

Задание 2. Вычислить значение выражения (элементов матрицы) по формуле: $E_{2,4} = A_{2,4} * C + B_{2,4} / D$.

Матрица $A_{2,4}$ формируется на основании текущей даты. В первой строке число (две цифры) и месяц (две цифры). Во второй строке – 4 цифры года.

Матрица $B_{2,4}$ формируется аналогичным образом на основе даты рождения любого ученого, внесшего свой вклад в развитие информатики. В примечании к ячейке $B1$ указать фамилию ученого.

Значение C – номер варианта.

Значение D – порядковый номер второй буквы фамилии студента.

Пример выполнения задания представлен на рис. 20.

	A	B	C	D	E	F
1	$A_{2,4} =$	0	6	1	0	
2		2	0	1	9	
3						
4	$B_{2,4} =$	0	1	0	1	
5		2	0	0	1	
6						
7	$C =$	6				
8						
9	$D =$	1				
10						
11	$E_{2,4} =$	0	37	6	1	
12		14	0	6	55	

Рис. 20. Пример выполнения задания 1

Задание 3. Произвести транспонирование матрицы $B_{2,4}$ из задания 2.

Задание 4. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) двумя методами: методом обратной матрицы и методом Крамера по заданному варианту. Значение N вычислить следующим образом: к порядковому номеру первой буквы вашей фамилии добавить число 24.

1 вариант	2 вариант
$x_1 + 12 \cdot x_2 - 11 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 1$ $5 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 - 7 \cdot x_3 - 13 \cdot x_4 = 24$ $7 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 29$	$2 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 + 5 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 2$ $6 \cdot x_2 - 12 \cdot x_3 + 11 \cdot x_4 = 24$ $8 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - x_4 = 7$
3 вариант	4 вариант
$3 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 + 11 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 4$ $-10 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 - 11 \cdot x_3 - 13 \cdot x_4 = 24$ $x_1 - 7 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 11 \cdot x_4 = 4$	$4 \cdot x_1 + 10 \cdot x_2 - 12 \cdot x_3 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 3$ $-6 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - 11 \cdot x_4 = 24$ $7 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4 = 3$
5 вариант	6 вариант

$5 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 5$ $-4 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = 24$ $10 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 4 \cdot x_3 = 42$	$6 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 - 7 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 6$ $-11 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 - 15 \cdot x_4 = 24$ $-3 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 + 13 \cdot x_3 - 4 \cdot x_4 = 4$
7 вариант	8 вариант
$7 \cdot x_1 - 14 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 7$ $12 \cdot x_1 + x_2 - 13 \cdot x_3 - 14 \cdot x_4 = 24$ $-9 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 24$	$8 \cdot x_1 - 12 \cdot x_2 + 15 \cdot x_3 - 9 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 8$ $2 \cdot x_1 + 7 \cdot x_2 + 12 \cdot x_3 + 8 \cdot x_4 = 24$ $-6 \cdot x_1 - 10 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 16$
9 вариант	10 вариант
$9 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 + 9 \cdot x_3 + 2 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 9$ $-4 \cdot x_1 - 12 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 = 24$ $10 \cdot x_1 + 14 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3 + 3 \cdot x_4 = 35$	$10 \cdot x_1 - 7 \cdot x_2 + 15 \cdot x_3 + 13 \cdot x_4 = N$ $2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_3 = 10$ $-x_1 - 10 \cdot x_2 - x_3 - 8 \cdot x_4 = 24$ $4 \cdot x_1 - 5 \cdot x_2 + 13 \cdot x_3 - 11 \cdot x_4 = 31$

Сравнить результаты решений системы уравнений методом обратной матрицы и методом Крамера.

Выполнить проверку решения системы уравнений, умножив матрицу исходных коэффициентов на вектор неизвестных. В результате должен получиться вектор правых частей.

Контрольные вопросы

1. Что такое массив? Какие бывают массивы по размерности?
2. Какие существуют типы формул массивов?
3. Какие выделяют виды массивов по размерности?
4. Перечислить названия всех функций, представленных в работе, и их краткое описание.
5. Кратко описать алгоритм решения системы линейных уравнений методом обратной матрицы и методом Крамера.
6. Какие три клавиши нужно нажать, чтобы получить результат при работе с массивами и матрицами?
7. Как можно выполнить проверку решения СЛАУ?

Содержание отчета

1. Титульный лист
2. Цель работы.
3. Номер варианта.
4. Формулировка задания.
5. Описание результатов выполнения задания, включая скриншоты области рабочих листов электронной таблицы с выполненными заданиями.
6. Подробный вывод о проделанной работе.