

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВПО ТУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет вечернего и заочного образования

Кафедра теоретической механики

Бертяев В.Д., Булатов Л.А., Ткач О. А.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ
МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ И
УПРУГИМИ СВЯЗЯМИ**

Учебное пособие
для студентов очно-заочной и заочной формы обучения

Тула, 2011

УДК 534.1 + 538.56

Исследование колебаний механической системы с одной степенью свободы: Учеб. пособие/ В.Д. Бертяев, Л. А. Булатов, О. А. Ткач. ТулГУ, 4 – е изд., перераб. и доп. – Тула, 2011. – 96 с.

ISBN – 978 – 5 – 7679 – 1096 – 0

В третьем издании данного пособия значительно переработан раздел об исследовании колебательных движений механических систем с одной степенью свободы. Внесены уточнения и добавления, относящиеся к совершенствованию структуры пособия. Увеличено количество схем заданий для курсового проектирования.

Предназначено для студентов высших учебных заведений дневной и заочной форм обучения по разделу «Динамика» для машиностроительных и строительных специальностей.

Печатается по решению библиотечно – издательского совета Тульского государственного университета

ISBN - 978 – 5 – 7679 – 1096 – 0

© В.Д. Бертяев, Л.А. Булатов, О.А. Ткач 2011
© Тульский государственный университет,
2010

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью курсовой работы по динамике является исследование и анализ динамического поведения механической системы с упругими связями на основании основных теорем и уравнений теоретической механики.

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.

Под динамическим поведением конструкции будем понимать ее реакцию (отклик) на внешние кинематические или динамические возмущения, обусловленные условиями эксплуатации. Прогнозирование динамического поведения исследуемой динамической системы означает необходимость предвидеть последствия эксплуатационных возмущений, проанализировать поведение на основе математических моделей, по возможности заблаговременно устранить нежелательные эффекты, добиваясь оптимальных свойств.

Важнейшим этапом исследования динамического поведения механической системы является решение двух следующих основных задач динамики: материальной точки и материальной системы.

- По заданному закону движения объекта и распределению масс его элементов определить характеристики силовых полей, в которых функционирует объект.
- При заданных характеристиках силовых полей и распределению масс элементов объекта определить закон его движения.

Решение названных двух задач требует умения правильно производить их постановку. Процедура постановки задач динамики включает в себя три этапа:

- Формулировку задачи.
- Построение расчетной схемы.
- Построение математической модели.

Формулировка задачи — это условие (текст) задачи. Она осуществляется руководителем работы совместно с исполнителем.

Расчетная схема — это рисунок, на котором изображены: рационально выбранная система координат; упрощенная схема механической системы в произвольном положении; действующие силы, кинематические характеристики и т. п. (в зависимости от применяемого метода).

Математическая модель — это система дифференциальных уравнений, алгебраических уравнений и начальных условий, описывающих динамическое поведение механической системы.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.

Дана механическая система с одной степенью свободы, представляющая собой совокупность абсолютно твердых тел, связанных друг с другом посредством невесомых нерастяжимых нитей, параллельных соответствующим плоскостям. Система снабжена упругой связью с коэффициентом жесткости c . Также, система снабжена демпфирующим устройством, в котором возникает сопротивление движению, моделируемое парой сил $M_C = -v\omega_k$ или силой $\bar{R} = -\mu\bar{v}_k$, где ω_k — угловая скорость вращения тела, $\bar{v}_k$ — скорость точки приложения силы сопротивления. На груз действует возмущающая гармоническая сила $F(t) = F_0 \sin(pt)$. Трением качения можно пренебречь. Качение катков происходит без скольжения, проскальзывание нитей на блоках отсутствует. Схемы механических систем, а также инерционные и геометрические характеристики тел приведены в альбоме заданий (Приложение 3). Блок 2 считать невесомым.

Требуется: применяя основные теоремы динамики системы и аналитические методы теоретической механики, определить закон движения первого тела и реакции внешних и внутренних связей. Провести численный анализ полученного решения с использованием ЭВМ (определяет преподаватель).

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

- Построить расчетную схему.
- Используя теорему об изменении кинетической энергии механической системы, составить дифференциальное уравнение движения механизма.
- Сформулировать начальные условия движения.
- Найти решение дифференциального уравнения движения.
- Используя начальные условия, определить произвольные постоянные, которые возникают в процессе интегрирования дифференциального уравнения движения.
- Подставив найденные постоянные интегрирования в решение дифференциального уравнения, записать закон движения объекта.
- Составить систему уравнений для определения реакций связей с помощью теоремы об изменении количества движения механической системы и теоремы об изменении кинетического момента механической системы.
- Построить математические модели динамического поведения объекта другими методами¹.
- Произвести вычисления искомых величин.²
- Обработать результаты вычислений и построить графики перемещения, скорости, ускорения, реакции связей (определяет преподаватель).³
- Провести анализ результатов расчета и обеспечить адекватность математической модели реальному движению механической системы (определяет преподаватель).

¹ См. пример выполнения задания

² Расчет проводится или самостоятельно, или в дисплейном классе по готовой процедуре вычислений.

³ Результаты вычислений можно перенести на CD или Flash.

Оптимизация характеристик механической системы.

В результате решения дифференциального уравнения получаются законы движения первого груза, его скорость и ускорение в зависимости от времени t . На основании этих зависимостей могут быть определены законы изменения всех остальных характеристик механической системы, в том числе и реакций связей. Поскольку значения параметров системы задаются произвольно, то может возникнуть ситуация, когда натяжение одного из канатов или всех канатов станет отрицательным. Кроме этого, может возникнуть ситуация, когда величина силы сцепления, превысит свое предельное значение, при котором качение катка происходит без проскальзывания. В этом случае математическая модель перестает адекватно отражать динамику механической системы. Актуальной становится задача оптимизации параметров механической системы таким образом, чтобы на всем этапе функционирования системы она сохраняла бы свою работоспособность.

Предлагается, изменяя массу груза 1 или катка 4, а при необходимости жесткость упругого элемента, обеспечить положительные значения натяжения канатов на всем протяжении работы механической системы, а также выполнения условия движения катка 4 без проскальзывания.

Распечатку результатов необходимо подшить к курсовой работе. (Вариант распечатки результатов расчета и оптимизации системы, а также построенные на их основе графики зависимостей $S = S(t)$; $V = V(t)$; $a = a(t)$; $T_{12} = T_{12}(t)$; $T_{23} = T_{23}(t)$; $T_{20} = T_{20}(t)$; $T_{34} = T_{34}(t)$; $F_{CЦ} = F_{CЦ}(t)$ показаны в примере выполнения курсовой работы).

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

1. Настоящее пособие.
2. Бертяев В. Д. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / В. Д. Бертяев [и др.] – Ростов-на-Дону: Феникс, 2010. – 200 с.
3. Бертяев В. Д. Теоретическая механика. Курсовые работы с использованием Mathcad: учеб. пособие для вузов / В. Д. Бертяев [и др.] – М.: АСВ, 2010. – 320с.
4. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С. М. Тарг. – 15-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2005. – 416с.
5. Яблонский А.А. Курс теоретической механики: Статика. Кинематика. Динамика: учеб. пособие для вузов / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – 13-е изд., испр. – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – 608с.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ⁴

Пояснительная записка, объемом 20-30 страниц, аккуратно оформляется на листах формата А4. Каждый лист должен быть пронумерован. Разделы и параграфы должны быть озаглавлены и пронумерованы. Формулы, на которые есть ссылки в тексте пояснительной записки, обязательно нумеруются.

Пояснительная записка включает в себя:

- Титульный лист (см. приложение 4).
- Оглавление с нумерацией страниц каждого раздела (Приложение 6).
- Аннотация (см. приложение 5).
- Схема механизма и необходимые численные данные для выполнения задания (на отдельном листе).
- Вывод дифференциального уравнения движения с использованием теоремы об изменении кинетической энергии механической системы.
- Решение дифференциального уравнения движения (должны быть получены аналитические зависимости величин $S = S(t)$; $V = V(t)$; $a = a(t)$).
- Определение реакций внешних и внутренних связей.
- Получение дифференциального уравнения движения системы двумя другими методами.
- Результаты расчетов и оптимизации механической системы с помощью ЭВМ $S = S(t)$; $V = V(t)$; $a = a(t)$; $T_{12} = T_{12}(t)$; $T_{23} = T_{23}(t)$; $T_{20} = T_{20}(t)$; $T_{34} = T_{34}(t)$; $F_{CЦ} = F_{CЦ}(t)$.
- Анализ результатов.

⁴ Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.⁵

Задача. Исследовать движение механизма с одной степенью свободы, изображенного на рис.1. Определить реакции внешних и внутренних связей. Массами нитей и упругих элементов пренебречь. Нити считать нерастяжимыми и абсолютно гибкими. Сопротивление, возникающее в подшипниках блока, принять пропорциональным первой степени угловой скорости блока 2. В качестве координаты, определяющей положение системы, принять перемещение груза 1 – S . Качение катка 3 происходит без скольжения. К грузу 1 приложена возмущающая сила $F(t)$.

Исходные данные:

m_1, m_2, m_3 — массы тел механической системы,

c — жесткость упругого элемента,

ν — коэффициент вязкого трения в подшипнике,

r_2, R_2 — радиусы ступеней блока 2,

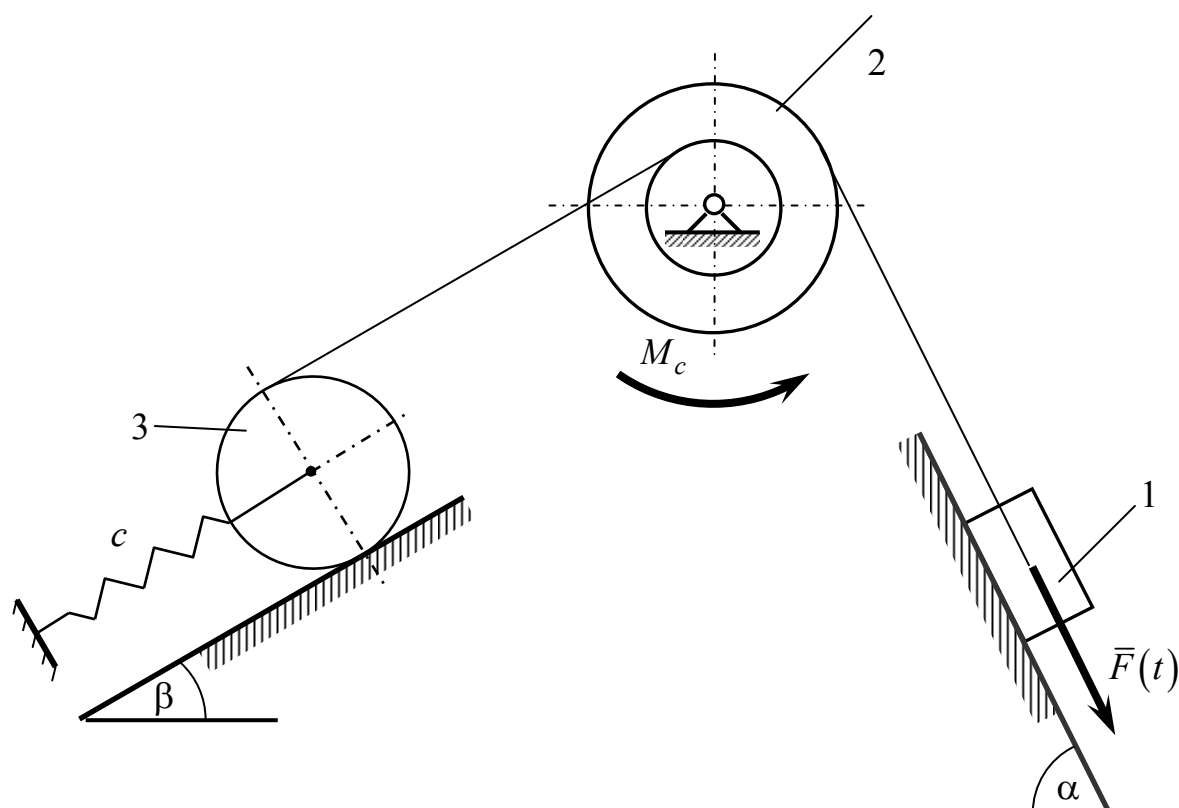
i_2 — радиус инерции блока 2,

r_3 — радиус однородного катка 3,

α — угол наклона плоскости, по которой катится каток 3.

⁵ Вариант задания определяется двумя последними цифрами в номере зачетной книжки или студенческого билета с кратностью 30.

Схема механизма и данные для выполнения задания



Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$m_3 = 3 \text{ кг}$$

$$\nu = 0.2 \text{ Н м с}$$

$$F_0 = 10 \text{ Н}$$

$$s_0 = 0.03 \text{ м}$$

$$r_2 = 0.15 \text{ м}$$

$$r_3 = 0.2 \text{ м}$$

$$c = 2000 \text{ Н/м}$$

$$p = \pi/2 \text{ рад/с}$$

$$v_0 = 0.04 \text{ м/с}$$

$$R_2 = 0.3 \text{ м}$$

сплошной цилиндр

$$f_{cu} = 0.30$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$i_2 = 0.2 \text{ м}$$

$$\beta = 30^\circ$$

рис. 1. Схема механизма и исходные данные

1. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Изобразим расчетную схему (рис. 2)

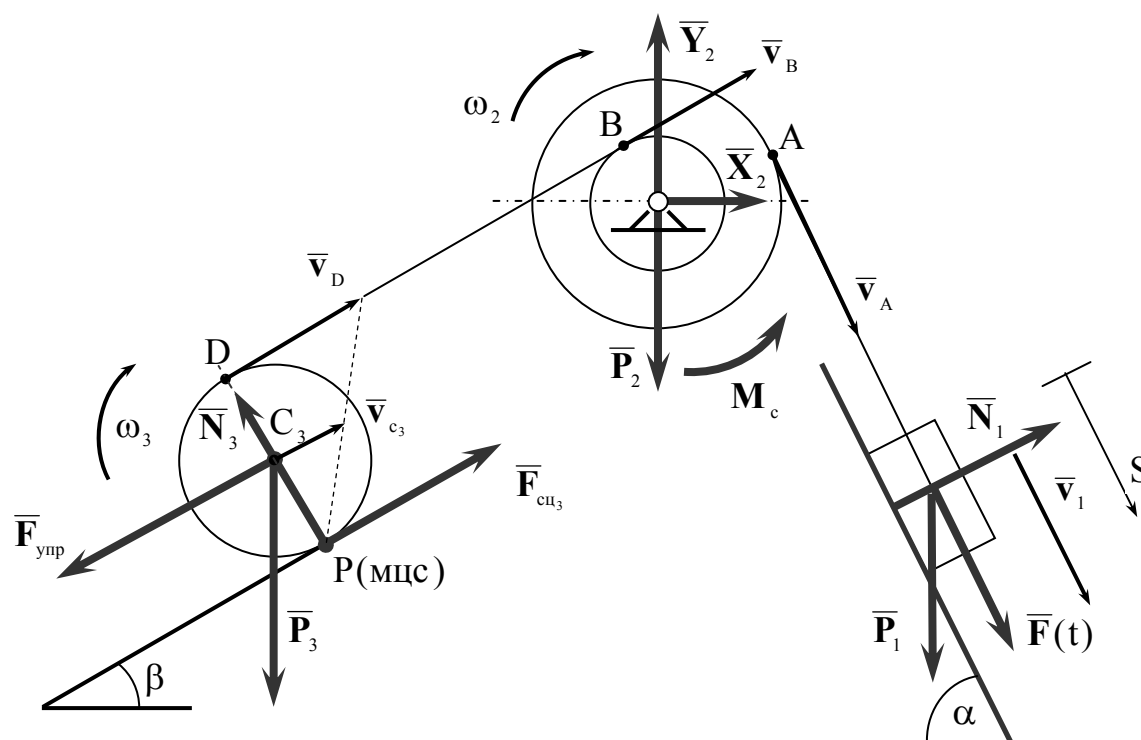


рис. 2. Расчетная схема

На рис. 2 обозначено:

$\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ — силы тяжести,

$\bar{N}_1, \bar{N}_3$ — нормальные реакции опорных плоскостей,

$\bar{F}_{сц}$ — сила сцепления,

$\bar{F}_{уп}$ — упругая реакция пружины,

$\bar{X}_2, \bar{Y}_2$ — реакции подшипника блока 2,

$M_c = -v\omega$ - сила вязкого сопротивления,

$\bar{F}(t)$ — возмущающая сила.

Рассматриваемая механическая система имеет одну степень свободы. Будем определять положение системы с помощью координаты S . Начало отсчета координат совместим с положением статического равновесия груза 1.

Для построения дифференциального уравнения движения системы используем теорему об изменении кинетической энергии механической системы в форме:

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i \quad (1.1)$$

где: T — кинетическая энергия системы,
 N^e — сумма мощностей внешних сил,
 N^i — сумма мощностей внутренних сил.

Вычислим кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий тел, образующих механическую систему.

Груз 1 совершает поступательное движение. Его кинетическая энергия:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2, \quad (1.2)$$

Каток 3 совершают плоскопараллельное движение, поэтому его кинетическая энергия равна:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_{C3}^2 + \frac{1}{2} J_{C3} \omega_3^2, \quad (1.3)$$

где $J_{C3} = m_3 r_3^2 / 2$ — момент инерции катка 3.⁶

Блок 2 совершает вращательное движение около неподвижной оси. Его кинетическая энергия определяется по формуле:

$$T_2 = \frac{1}{2} J_{C2} \omega_2^2 \quad (1.4)$$

⁶ Вычисление моментов инерции тел механической системы см. Приложение 2.

где $J_{C2} = m_2 i_2^2$ — момент инерции блока 2.

Кинетическая энергия всего механизма будет равна:

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (1.5)$$

Так как система имеет одну степень свободы и в качестве координаты, определяющей ее положение, ранее принято перемещение груза 1, то кинематические характеристики всех тел механизма легко выражаются через кинематические параметры груза 1 соотношениями:

$$\begin{aligned} V_1 = V_A = \omega_2 O_2 A &\equiv \omega_2 R_2; \\ \omega_2 O_2 B &\equiv \omega_2 r_2 = V_B = V_D = \omega_3 PD \equiv \omega_3 2r_3; \\ V_{C3} &= \omega_3 PC_3 \equiv \omega_3 r_3 \end{aligned}$$

тогда
$$V_1 = V, \quad \omega_2 = \frac{V}{R_2}, \quad \omega_3 = \frac{r_2}{2R_2 r_3} V, \quad V_{c3} = \frac{r_2}{2R_2} V. \quad (1.6)$$

Подставляя (1.2), (1.3), (1.4) в (1.5) с учетом (1.6), окончательно получаем:

$$T = \frac{1}{2} m_{np} \cdot V^2 \quad (1.7)$$

где
$$m_{np} = m_1 + m_2 \frac{i_2^2}{R_2^2} + \frac{3}{8} m_3 \frac{r_2^2}{R_2^2} = 2.17 \text{ кг} \quad (1.8)$$

называется приведенной массой.

Теперь вычислим правую часть уравнения (1.1) — сумму мощностей внешних и внутренних сил.

Мощность силы равна скалярному произведению вектора силы на скорость точки приложения силы, а мощность момента силы — алгебраическому произведению момента силы на угловую скорость вращения тела, к которому приложен момент:

$$\begin{aligned} N_F &= \vec{F} \cdot \vec{V} = F V \cos(\vec{F}, \vec{V}), \\ N_M &= \pm M \omega. \end{aligned}$$

Знак "+" берется в том случае, если направления момента и угловой скорости одинаковы, а знак "-", когда их направления противоположны.

Рассматриваемая нами механическая система является неизменяемой, т. е. тела, входящие в систему, недеформируемы и скорости их точек относительно друг друга равны нулю. Поэтому мощности внутренних сил будут равняться нулю $N^i = 0$.

Будут равняться нулю и мощности некоторых внешних сил, приложенных в точках, скорости которых равны нулю. Как видно из расчетной схемы, таковыми являются силы $N_1, N_3, F_{cy}, P_2, X_2, Y_2$.

Сумма мощностей остальных сил равна:

$$\begin{aligned} N_{P_1} &= \bar{P}_1 \cdot \bar{V}_1 = P_1 V_1 \sin(\alpha), \\ N_F &= \bar{F} \cdot \bar{V}_1 = F V_1, \\ N_M &= -M \omega_2, \\ N_{F_{ynp}} &= \bar{F}_{ynp} \cdot \bar{V}_{c3} = -F_{ynp} V_{C_3}, \\ N_{P_3} &= \bar{P}_3 \cdot \bar{V}_{C_3} = -P_3 V_{C_3} \sin(\beta) \end{aligned}$$

или
$$N^e = -F_{ynp} V_{C_3} - M \omega_2 + P_1 V_1 \sin(\alpha) + F V_1 - P_3 V_{C_3} \sin(\beta)$$

С учетом кинематических соотношений (1.6) сумму мощностей внешних сил преобразуем к виду:

$$N^e = F_{np} V \quad (1.9)$$

где
$$F_{np} = -\left[F_{ynp} + P_3 \sin(\beta) \right] \frac{r_2}{2R_2} - \frac{M}{R_2} + P_1 \sin(\alpha) + F \quad (1.10)$$

называется приведенной силой.

Упругую силу считаем пропорциональной удлинению пружины. Полное удлинение пружины λ равно сумме статического λ_{CT} и динамического S_{C_3} удлинений $\lambda = \lambda_{CT} + S_{C_3}$.

Тогда упругая сила будет равна: $F_{y_{np}} = c(\lambda_{CT} + S_{C_3}) = c \left[\lambda_{CT} + \frac{r_2}{2R_2} S \right]$

Момент вязкого сопротивления $M_c = v \omega_2 = v \dot{\phi}_2$. Тогда приведенная сила (1.10) в развернутой форме будет определяться выражением:

$$F_{np} = -[c \lambda_{CT} + P_3 \sin(\beta)] \frac{r_2}{2R_2} - c \left(\frac{r_2}{2R_2} \right)^2 S - \frac{v}{R_2^2} \dot{S} + P_1 \sin(\alpha) + F(t) \quad (1.11)$$

В состоянии покоя $S = \dot{S} = 0$ и условием равновесия системы будет служить уравнение

$$F_{np}^0 = -[c \lambda_{CT} + P_3 \sin(\beta)] \frac{r_2}{2R_2} + P_1 \sin(\alpha) = 0 \quad (1.12)$$

Из уравнения (1.12) определяется статическое удлинение пружины

$$\lambda_{CT} = \frac{1}{c} \left[2 P_1 \sin(\alpha) \frac{R_2}{r_2} - P_3 \sin(\beta) \right] \quad (1.13)$$

Таким образом, окончательное выражение для приведенной силы (1.11) будет иметь вид:

$$F_{np} = -c \left(\frac{r_2}{2 R_2} \right)^2 S - \frac{v}{R_2^2} \dot{S} + F(t) \quad (1.14)$$

Подставим выражения для кинетической энергии (1.7) и сумму мощностей всех сил (1.9) с учетом (1.14) в уравнение (1.1). Тогда, после дифференцирования, получаем дифференциальное уравнение движения системы:

$$m_{np} \ddot{S} = -c_{np} S - v_{np} \dot{S} + F(t)$$

где $c_{np} = c \left(\frac{r_2}{2 R_2} \right)^2$ — приведенная жесткость пружины

$v_{np} = \frac{v}{R_2^2}$ — приведенный коэффициент сопротивления.

Общепринято такие уравнения представлять в виде:

$$\ddot{S} + 2n\dot{S} + k^2 S = \frac{F(t)}{m_{np}} \quad (1.15)$$

где введены коэффициенты, имеющие определенный физический смысл:

$$k = \sqrt{\frac{c_{np}}{m_{np}}} = \frac{r_2}{2R_2} \sqrt{\frac{c}{m_{np}}} = 7.589 \text{ с}^{-1} \text{ — частота собственных колебаний,}$$

$$n = \frac{v_{np}}{2m_{np}} = \frac{v}{2R_2^2 m_{np}} = 0.51 \text{ с}^{-1} \text{ — показатель степени затухания колебаний.}$$

Начальные условия:

$$\text{при } t = 0 \Rightarrow S|_{t=0} = S_0, \quad \dot{S}|_{t=0} = \dot{S}_0. \quad (1.16)$$

Уравнения (1.15), (1.16) представляют математическую модель для решения второй задачи динамики.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ.⁷

Возмущающая сила изменяется по гармоническому закону:

$$F = F_0 \sin(pt),$$

где F_0 — амплитуда возмущающей силы, p — циклическая частота возмущения.

Дифференциальное уравнение движения механической системы (1.15) с учетом выражения для возмущающей силы примет вид:

$$\ddot{S} + 2n\dot{S} + k^2 S = h_0 \sin(pt), \quad (2.1)$$

где $h_0 = F_0/m_{np}$.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (2.1) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного. Однородное дифференциальное уравнение, соответствующее неоднородному уравнению (2.1), имеет вид:

$$\ddot{S} + 2n\dot{S} + k^2 S = 0. \quad (2.2)$$

Решение этого уравнения ищем в виде функции

$$S = A e^{\chi t} \quad (2.3)$$

где A и χ — неопределенные постоянные величины.

Подставляя (2.3) в (2.2), получим:

$$(\chi^2 + 2n\chi + k^2) A e^{\chi t} = 0$$

Так как мы ищем нетривиальное решение, то $A e^{\chi t} \neq 0$. Следовательно, должно выполняться условие

⁷ Общие решения дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами см. Приложение 1.

$$\chi^2 + 2 n \chi + k^2 = 0 \quad (2.4)$$

Уравнение (2.4) называется характеристическим уравнением дифференциального уравнения (2.2). Это уравнение имеет два корня:

$$\chi_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - k^2} = -n \pm i k_1, \quad (2.5)$$

где $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2} = 7.57 \text{ c}^{-1}$.

В этом случае ($n < k$) общее решение уравнения (2.2) имеет вид:

$$S = e^{-nt} [A_1 \sin(k_1 t) + A_2 \cos(k_1 t)]$$

Данное выражение нетрудно представить в виде

$$S_{OD} = A_0 e^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha_0) \quad (2.6)$$

где A_0, α_0 - постоянные интегрирования.

Определим частное решение неоднородного дифференциального уравнения (2.1). Частное решение ищем в виде правой части

$$S = B_1 \sin(pt) + B_2 \cos(pt) = B_0 \sin(pt - \beta_0) \quad (2.7)$$

где $B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$, $\beta_0 = \arctg(-B_2/B_1)$

Подставляя (2.7) в (2.1), после несложных преобразований получим

$$\left[B_1(k^2 - p^2) - 2 n p B_2 \right] \sin(pt) + \left[2 n p B_1 + B_2(k^2 - p^2) \right] \cos(pt) = h_0 \sin(pt).$$

Сравнивая коэффициенты при соответствующих тригонометрических функциях, справа и слева, получаем систему алгебраических уравнений для определения постоянных B_1 и B_2 :

$$(k^2 - p^2) B_1 - 2 n p B_2 = h_0, \quad 2 n p B_1 - (k^2 - p^2) B_2 = 0.$$

Решая эту систему алгебраических уравнений, получаем выражения для коэффициентов B_0, β_0 :

$$B_0 = h_0 \sqrt{\frac{1}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}} = 0.084 \text{ м}; \quad \beta_0 = \arctg\left(\frac{2np}{k^2 - p^2}\right) = 0.029.$$

Таким образом, решение (2.7) найдено. Складывая (2.7) и (2.6), получаем общее решение неоднородного уравнения (2.1)

$$S = A_0 e^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha_0) + B_0 \sin(pt - \beta_0) \quad (2.8)$$

Константы A_0 и α_0 определяются из начальных условий (1.16). Для этого найдем производную по времени от (2.8)

$$\dot{S} = A_0 e^{-nt} [k_1 \cos(k_1 t + \alpha_0) - n \sin(k_1 t + \alpha_0)] + B_0 p \cos(pt - \beta_0) \quad (2.9)$$

Подчинив (2.8) и (2.9) начальным условиям, получим систему уравнений относительно искомым констант

$$\begin{aligned} S &= A_0 \sin(\alpha_0) + B_2, \\ \dot{S} &= A_0 [-n \sin(\alpha_0) + k_1 \cos(\alpha_0)] + B_1 p. \end{aligned}$$

Решая эту систему, найдем:

$$\begin{aligned} A_0 &= \sqrt{(S_0 - B_2)^2 + \frac{1}{k_1^2} (\dot{S}_0 + n S_0 - n B_2 - B_1 p)^2} = 0.034 \text{ м} \\ \alpha_0 &= \arctg \frac{k_1 (S_0 - B_2)}{\dot{S}_0 + n S_0 - n B_2 - p B_1} = 1.866 \text{ рад}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

И, подставляя (2.10) в (2.8), получаем закон движения механизма, выраженный через перемещение груза.

$$S(t) = 0.034 e^{-0.51t} \sin(7.57t + 1.866) + 0.084 \sin(0.5\pi t - 0.029)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ВНЕШНИХ И ВНУТРЕННИХ СВЯЗЕЙ.

Для решения этой задачи расчленим механизм на отдельные части и рисуем расчетные схемы отдельно для каждого тела (рис.3).

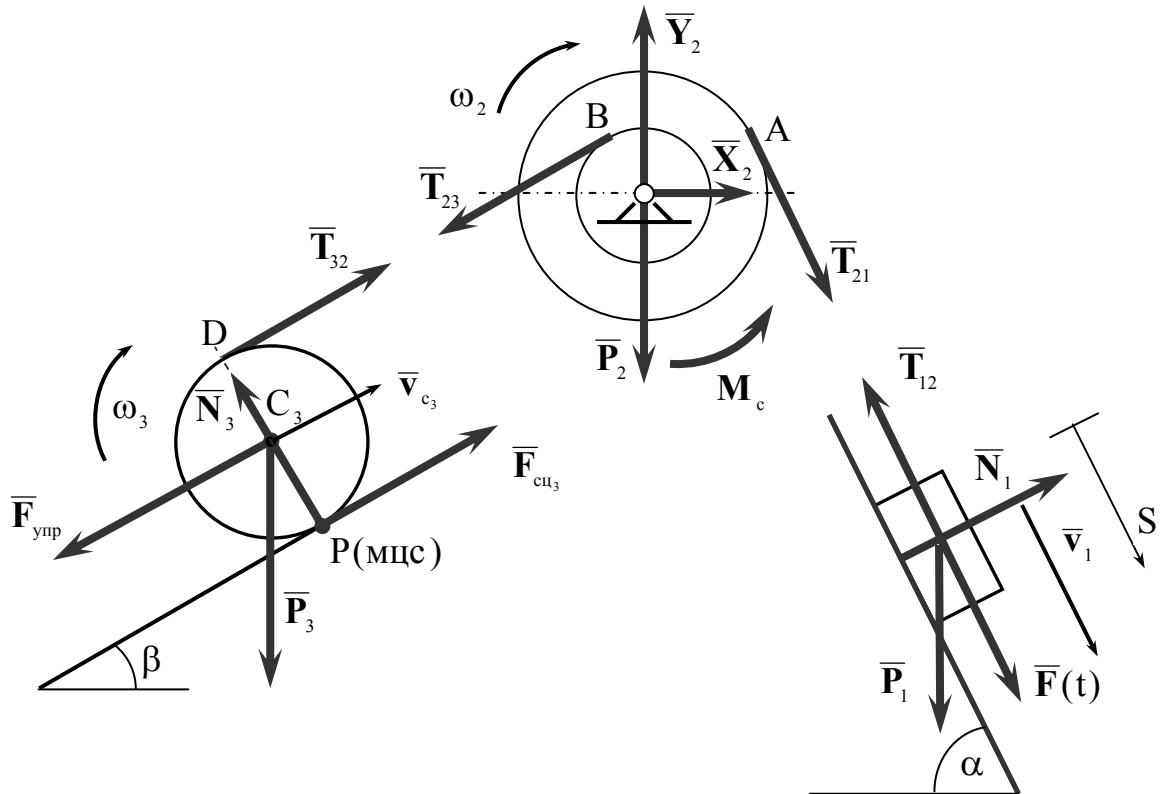


рис. 3. Расчетные схемы каждого тела механизма.

К каждому телу, изображенному на расчетной схеме (рис. 3), применяем две из основных теорем механики материальной системы: теорему об изменении количества движения и теорему об изменении кинетического момента

$$\frac{d m \vec{V}_C}{d t} = \sum \vec{F}_k^e \quad (3.1)$$

$$\frac{d L_{CZ}}{d t} = \sum M_{CZ}^e \quad (3.2)$$

Для каждого тела уравнения (3.1) и (3.2) записываем в проекциях на оси координат соответственно схемам рис. 3:

тело 1:

$$\frac{d m_1 V_1}{d t} = -T_{12} + P_1 \sin(\alpha) + F, \quad (3.3)$$

$$0 = N_1 - P_1 \cos(\alpha).$$

тело 2:

$$\frac{d J_{2C} \omega_2}{d t} = -T_{23} \cdot r_2 + T_{21} \cdot R_2 - M_c, \quad (3.4)$$

$$0 = Y_2 - P_2 - T_{23} \sin(\beta) - T_{21} \sin(\alpha),$$

$$0 = X_2 - T_{23} \cos(\beta) - T_{21} \cos(\alpha).$$

тело 3:

$$\frac{d m_3 V_{c3}}{d t} = T_{32} - F_{ynp} + F_{cy} - P_3 \sin(\beta), \quad (3.5)$$

$$0 = N_3 - P_3 \cos(\beta),$$

$$\frac{d J_{3C} \omega_3}{d t} = -T_{32} R_3 - F_{cy} r_3.$$

С учетом кинематических соотношений (1.6) систему уравнений (3.3) – (3.5) преобразуем к виду:

$$T_{12} = -m_1 \ddot{S} + P_1 \sin(\alpha) + F,$$

$$T_{23} = T_{21} \frac{R_2}{r_2} - \frac{M_C}{r_2} - m_2 \frac{i_2^2}{R_2 r_2} \ddot{S},$$

$$F_{cy} = -T_{32} + m_3 \frac{r_2}{2 R_2} \ddot{S} + F_{ynp} + P_3 \sin(\beta),$$

$$Y_2 = P_2 + T_{23} \sin(\beta) + T_{21} \sin(\alpha), \quad (3.6)$$

$$X_2 = T_{23} \cos(\beta) - T_{21} \cos(\alpha),$$

$$N_1 = P_1 \cos(\alpha), \quad N_3 = P_3 \cos(\beta),$$

$$\frac{r_2}{2 R_2} m_3 \ddot{S} = T_{32} - F_{ynp} + F_{cy} - P_3 \sin(\beta).$$

Уравнения (3.6) составляют систему алгебраических уравнений относительно функций $\ddot{S}$, N_1 , N_3 , T_{12} , T_{23} , F_{cy} , X_2 , Y_2 .

4. СОСТАВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА С ПОМОЩЬЮ ПРИНЦИПА ДАЛАМБЕРА-ЛАГРАНЖА.

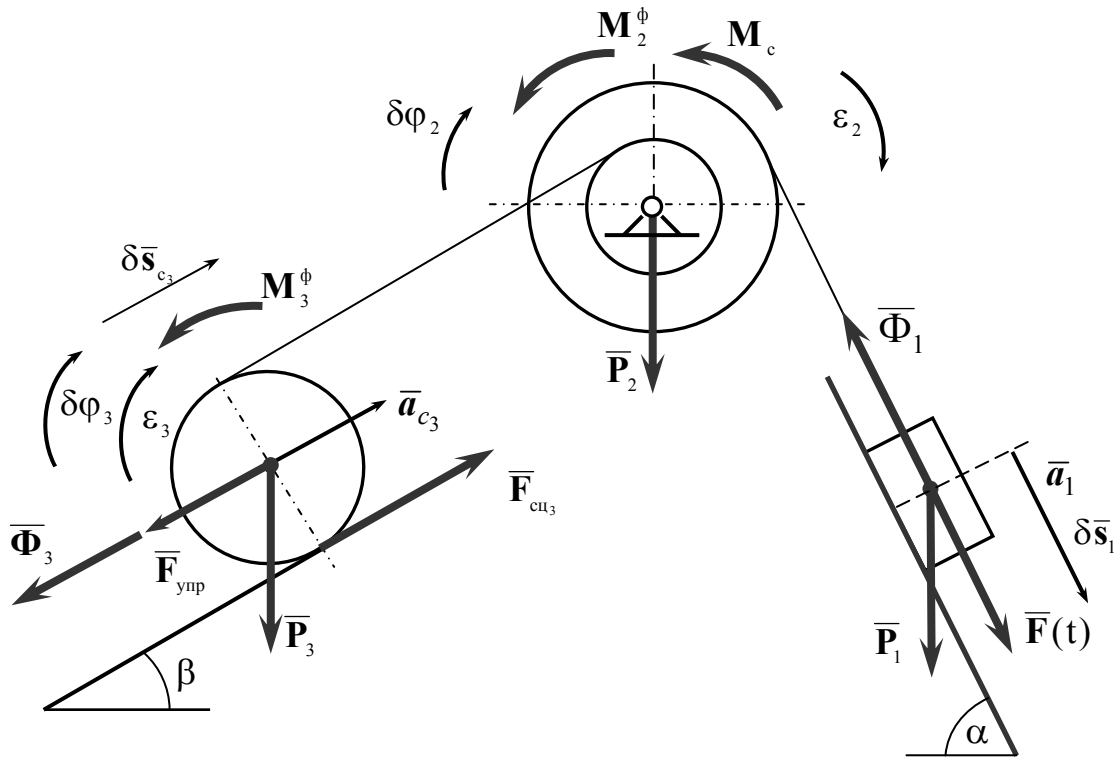


рис. 4. Расчетная схема

Общее уравнение динамики системы есть математическое выражение принципа Даламбера-Лагранжа

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^e + \sum_{k=1}^n \delta A_k^u = 0 \quad (4.1)$$

где $\sum_{k=1}^n \delta A_k^a = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k \cdot \delta \bar{r}_k$ — сумма элементарных работ всех активных сил на

возможном перемещении системы; $\sum_{k=1}^n \delta A_k^u = -\sum_{k=1}^n m_k \bar{a}_k \cdot \delta \bar{r}_k$ — сумма элементарных работ всех сил инерции на возможном перемещении системы.

Изобразим на рисунке активные силы и силы инерции (рис. 4).

Сообщим системе возможное перемещение. Возможная работа активных сил определяется как сумма следующих элементарных работ:

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^e = \delta A_{P_1} + \delta A_{F_{ynp}} + \delta A_{M_C} + \delta A_F + \delta A_{P_3} \quad (4.2)$$

Сумма элементарных работ указанных сил вычисляется, как и мощность по формуле (1.9)

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^e = \left[-c \left(\frac{r_2}{2 R_2} \right)^2 S - \frac{\mu}{R_2^2} \dot{S} + F(t) \right] \cdot \delta S \quad (4.3)$$

Найдем возможную работу сил инерции:

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^u = -\Phi_1 \delta S_1 - M_2^\Phi \delta \varphi_2 - \Phi_3 \delta S_3 - M_3^\Phi \delta \varphi_3 \quad (4.4)$$

Для величин главных векторов и главных моментов сил инерции имеем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= m_1 a_1 = m_1 \ddot{S}_1; & M_2^\Phi &= J_{C2} \varepsilon_2 = J_{C2} \ddot{\varphi}_2 \\ \Phi_3 &= m_3 a_3 = m_3 \ddot{S}_3; & M_3^\Phi &= J_{C3} \varepsilon_3 = J_{C3} \ddot{\varphi}_3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Используя кинематические соотношения (1.6), можно записать

$$\begin{aligned} \delta \varphi_2 &= \frac{1}{R_2} \delta S, & \varepsilon_2 &= \frac{1}{R_2} a, \\ \delta \varphi_3 &= \frac{r_2}{2 R_2 r_3} \delta S, & \varepsilon_3 &= \frac{r_2}{2 R_2 r_3} a, \\ \delta S_3 &= \frac{r_2}{2 R_2} \delta S, & a_3 &= \frac{r_2}{2 R_2} a. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Тогда возможную работу сил инерции можно преобразовать к виду

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^u = \left[m_1 + m_2 \frac{i_2^2}{r_2^2} + \frac{3}{8} m_3 \frac{r_2^2}{R_2^2} \right] \ddot{S} \delta S \quad (4.7)$$

или

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^u = -m_{np} \ddot{S} \delta S \quad (4.8)$$

где $m_{np} = m_1 + m_2 \frac{i_2^2}{r_2^2} + \frac{3}{8} m_3 \frac{r_2^2}{R_2^2}$.

Аналогичное выражение для приведенной массы системы было получено ранее (1.8). Подставляя выражения (4.3) и (4.8) в общее уравнение динамики (4.1) получим

$$\left[-c \left(\frac{r_2}{2R_2} \right)^2 S - \frac{\mu}{R_2^2} \dot{S} + F(t) \right] \delta S - m_{np} \ddot{S} \delta S = 0 \quad (4.9)$$

Разделив (4.9) на $\delta S \neq 0$, получаем дифференциальное уравнение вынужденных колебаний системы:

$$\ddot{S} + 2n \dot{S} + k^2 S = h_0 \sin(pt) \quad (4.10)$$

где $k = \frac{r_2}{2R_2} \sqrt{\frac{c}{m_{np}}} = 7.59 \text{ c}^{-1}$, $n = \frac{\nu}{2R_2^2 m_{np}} = 0.51 \text{ c}^{-1}$, $h_0 = \frac{F_0}{m_{np}} = 4.61 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дифференциальное уравнение (4.10) полностью совпадает с уравнением (1.15) полученным ранее.

5. СОСТАВЛЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕХАНИЗМА С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА 2-ГО РОДА.

Составим теперь уравнение Лагранжа 2-го рода. В качестве обобщенной координаты примем перемещение груза 1 — S . Для механической системы с одной степенью свободы дифференциальное уравнение движения в обобщенных координатах имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{S}} - \frac{\partial T}{\partial S} = Q \quad (5.1)$$

где T — кинетическая энергия системы; Q — обобщенная сила; S — обобщенная координата.

Выражение для кинетической энергии системы было найдено ранее (1.7):

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_{np} V^2, \rightarrow T = \frac{1}{2} \cdot m_{np} \dot{S}^2. \quad (5.2)$$

Для определения обобщенной силы Q сообщим системе возможное перемещение, при котором координата S получит приращение δS , и вычислим сумму элементарных работ всех активных сил на возможном перемещении.

Такая сумма работ ранее вычислялась (4.3):

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^e = \left[-c \left(\frac{r_2}{2R_2} \right)^2 S - \frac{v}{R_2^2} \dot{S} + F(t) \right] \delta S$$

В тоже время известно, что

$$\sum_{k=1}^n \delta A_k^e = Q \delta S \quad (5.3)$$

Из (5.3) получаем выражение для обобщенной силы:

$$Q = -c \left(\frac{r_2}{2R_2} \right)^2 S - \frac{v}{R_2^2} \dot{S} + F(t) \quad (5.4)$$

Подставляя кинетическую энергию (5.2) и обобщенную силу (5.4) в уравнение Лагранжа получаем

$$m_{np} \ddot{S} = -c \left(\frac{r_2}{2R_2} \right)^2 S - \frac{v}{R_2^2} \dot{S} + F(t)$$

или
$$\ddot{S} + 2n \dot{S} + k^2 S = h_0 \sin(pt)$$

где $h_0 = \frac{F_0}{m_{np}}$ — относительная амплитуда возмущающей силы..

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Студент:	Иванов И.И.	Группа:	660002
Вариант:	10		

$c = 2000 \text{ Н/м}$	$m_1 = 1 \text{ кг}$	$m_2 = 2 \text{ кг}$	$m_3 = 3 \text{ кг}$
	$\lambda_{CT} = 0.01 \text{ м}$		$F'_{CII} = 7.65 \text{ Н}$
$m_{np} = 2.17 \text{ кг}$	$k = 7.59 \text{ с}^{-1}$	$n = 0.51 \text{ с}^{-1}$	$k_1 = 7.57 \text{ с}^{-1}$
	$A_0 = 0.034 \text{ м}$		$\alpha_0 = 1.866$
	$B_0 = 0.084 \text{ м}$		$\beta_0 = 0.029$

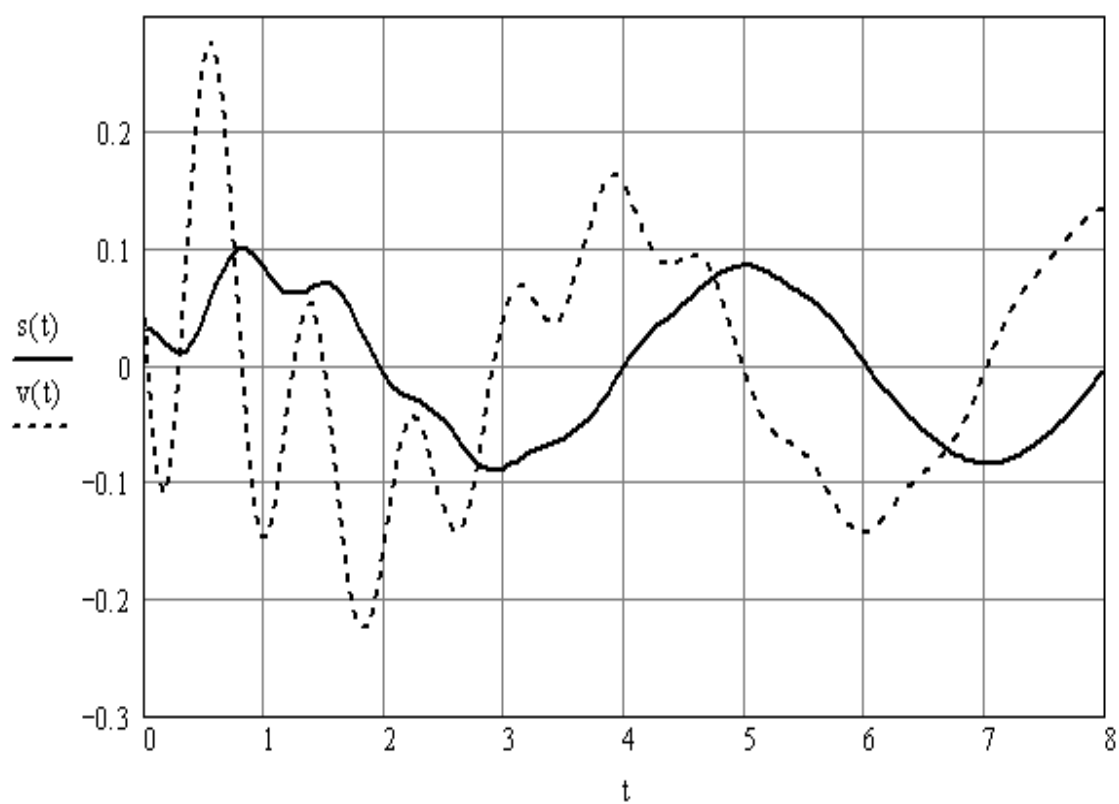


рис. 5. Перемещение $S(t)$ и скорость $V(t)$ груза 1.

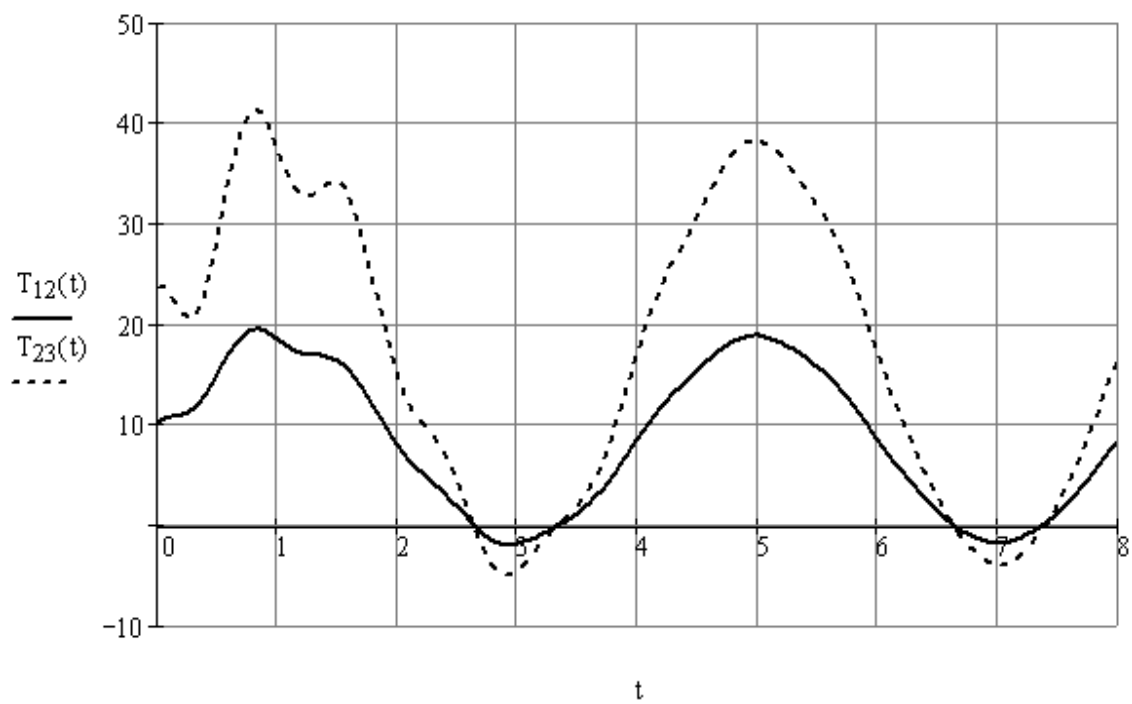


рис. 6. Силы натяжения в канатах T_{12} и T_{23}

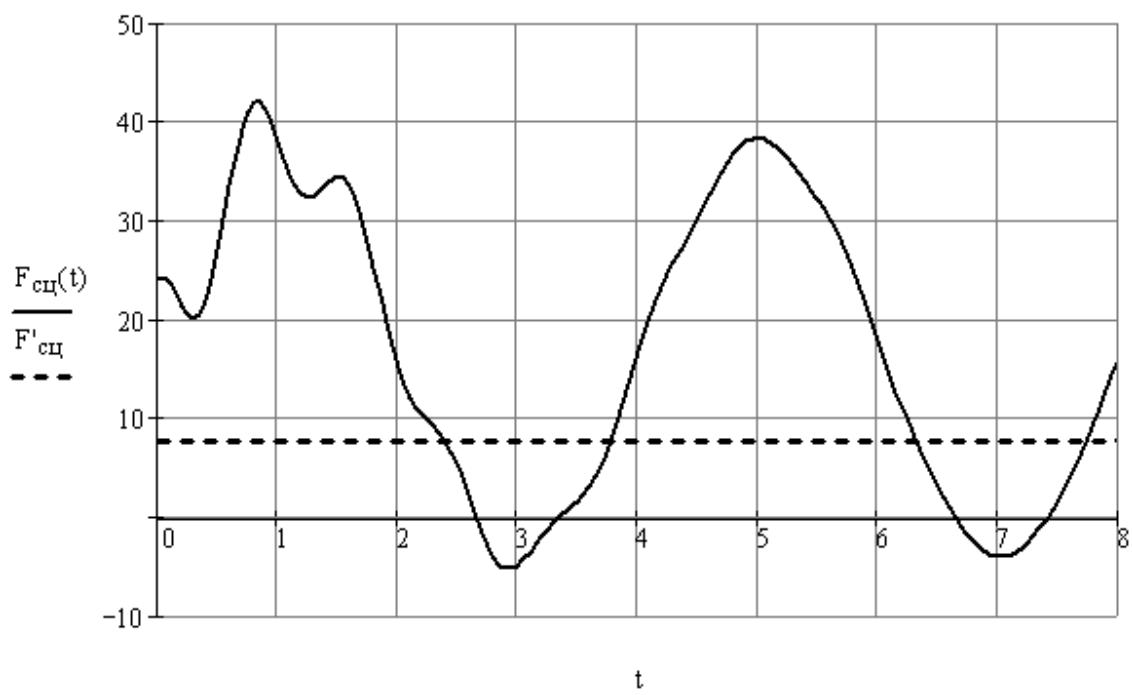


рис. 7. Силы сцепления $F_{сц}(t)$ и $F'_{сц}$.

7. ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

При проектировании механических систем используют критические режимы внешних воздействий на них. Поэтому внешние факторы: μ — коэффициент сопротивления, F_0 , p — амплитуда и частота возмущающей силы, изменяются незначительно. Конструктивные параметры механических систем (их геометрические размеры) определяются условиями их функционирования и, следовательно, могут изменяться в очень узком диапазоне. Актуальной становится такая задача оптимизации механической системы, при которой могут изменяться массовые параметры системы (например, m_{np} или m_1), и жесткость упругого элемента — c .

Математическая модель, описывающая поведение исследуемой механической системы, построена в предположении, что каток 3 движется без проскальзывания. Данное утверждение предполагает, что модуль силы сцепления $F_{CЦ}$ подчинен следующему ограничению

$$|F_{CЦ}| \leq F'_{CЦ} = f_{CЦ} N_3$$

Здесь $F'_{CЦ}$ — предельное значение силы сцепления всегда положительно и равно $F'_{CЦ} = f_{CЦ} N_3 = f_{CЦ} m_3 \cos(\beta) = 7.65 \text{ Н}$.

Следующее утверждение, на котором основана данная математическая модель, предполагает положительность сил натяжения канатов T_{12} , T_{23} , т.е.

$$T_{12} \geq 0, T_{23} \geq 0$$

Другие предположения ограничивающие область функционирования механической системы отсутствуют, поэтому остановимся на исследовании вышеуказанных сил и влиянии на них внутренних параметров системы.

Результаты расчетов показывают (см. рис.6, рис.7), что силы натяже-

ния канатов T_{12} , T_{23} в некоторые моменты времени становятся отрицательными, а сила сцепления $F_{CЦ}$ превышает ее предельное значение $F'_{CЦ}$. Следовательно, математическая модель не соответствует реальному поведению механической системы: нити провисают, тела движутся рывками, а каток — с проскальзыванием. Для определения значений внутренних параметров m_1 , m_2 , m_3 , c механической системы, обеспечивающих ее функционирование в соответствии с предложенной математической моделью, выберем в качестве анализируемых функций величины сил натяжения $T_{12} \geq 0$, $T_{23} \geq 0$ и разность $\Delta F = F'_{CЦ} - |F_{CЦ}|$. Исследуем изменение этих функций, в зависимости от масс тел входящих в механическую систему, а также жесткости упругого элемента, т.е.

$$T_{12} = T_{12}(m_1, m_2, m_3, c, t),$$

$$T_{23} = T_{23}(m_1, m_2, m_3, c, t),$$

$$\Delta F = \Delta F(m_1, m_2, m_3, c, t).$$

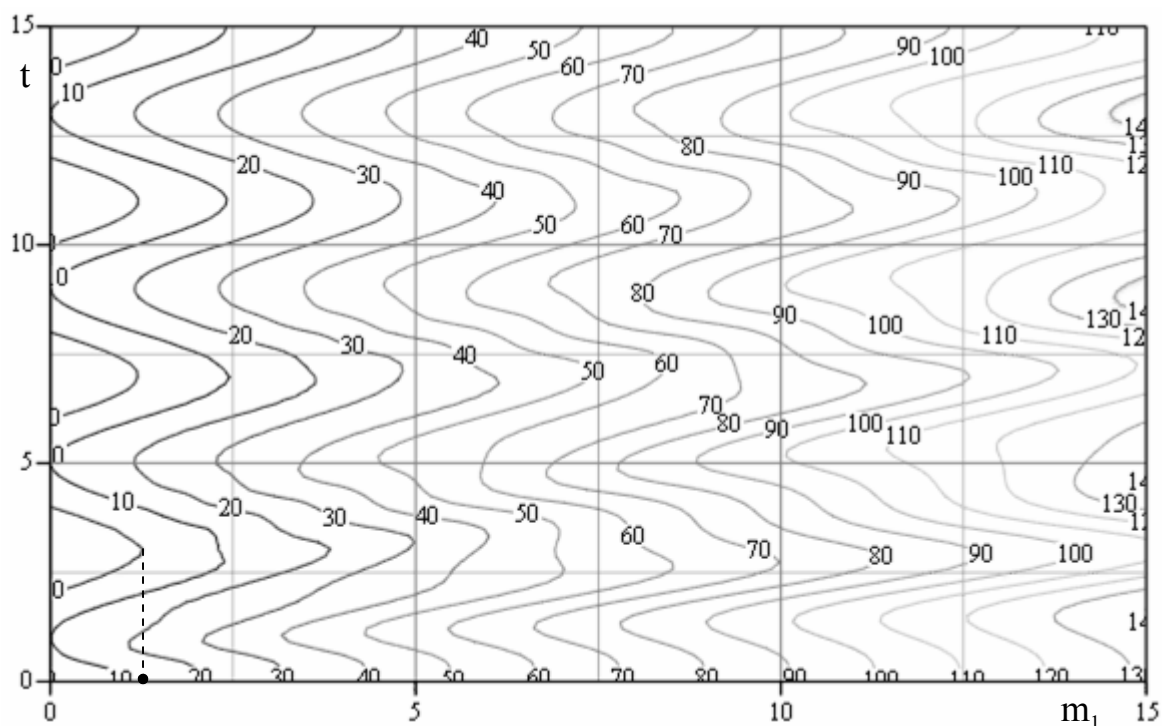


рис. 8. Зависимость $T_{12}(m_1, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

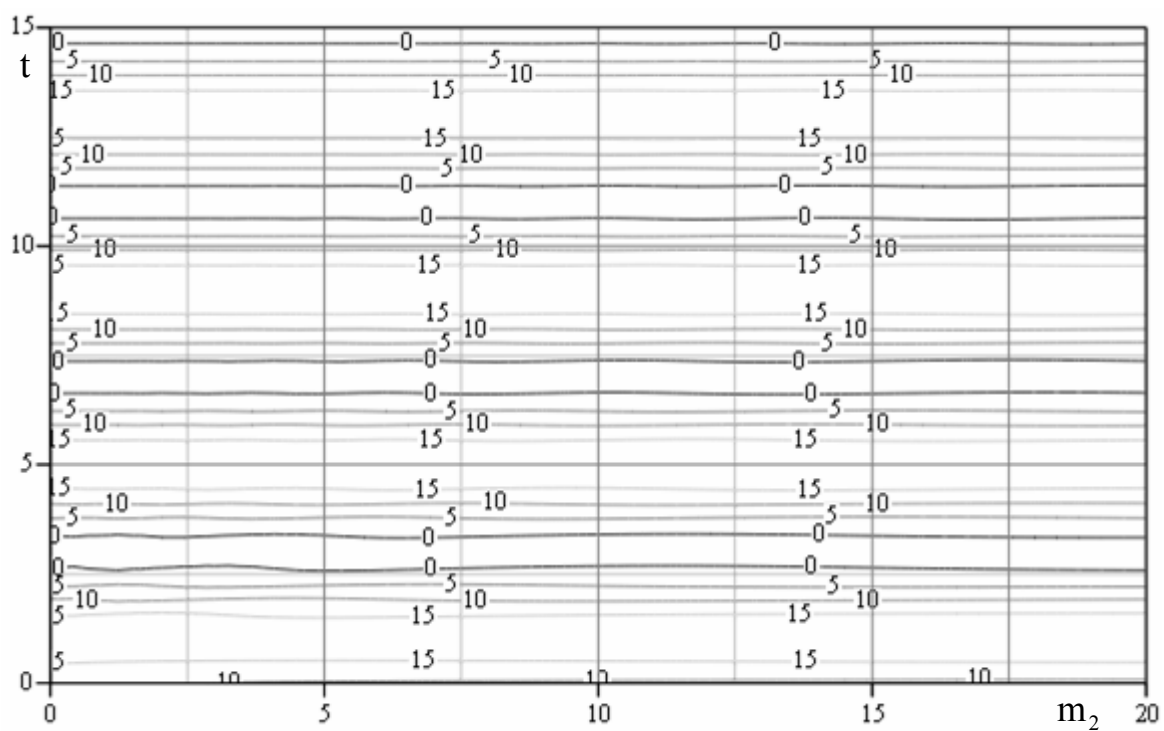


рис. 9. Зависимость $T_{12}(m_2, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

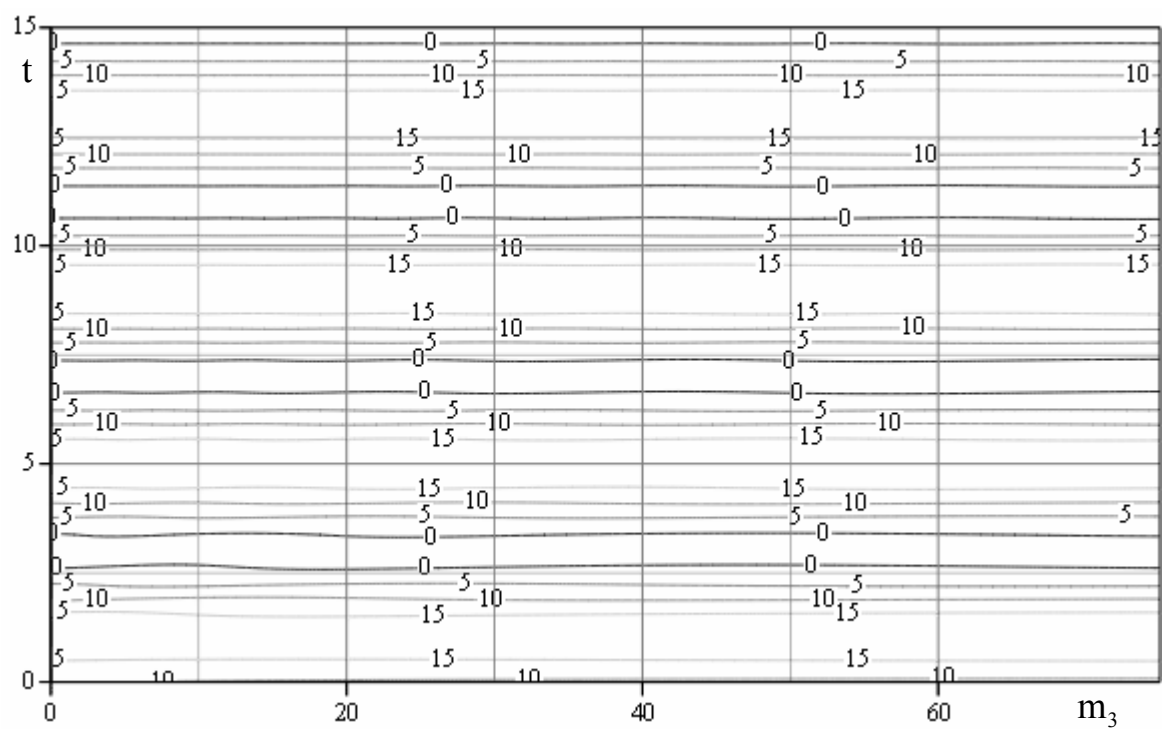


рис. 10. Зависимость $T_{12}(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

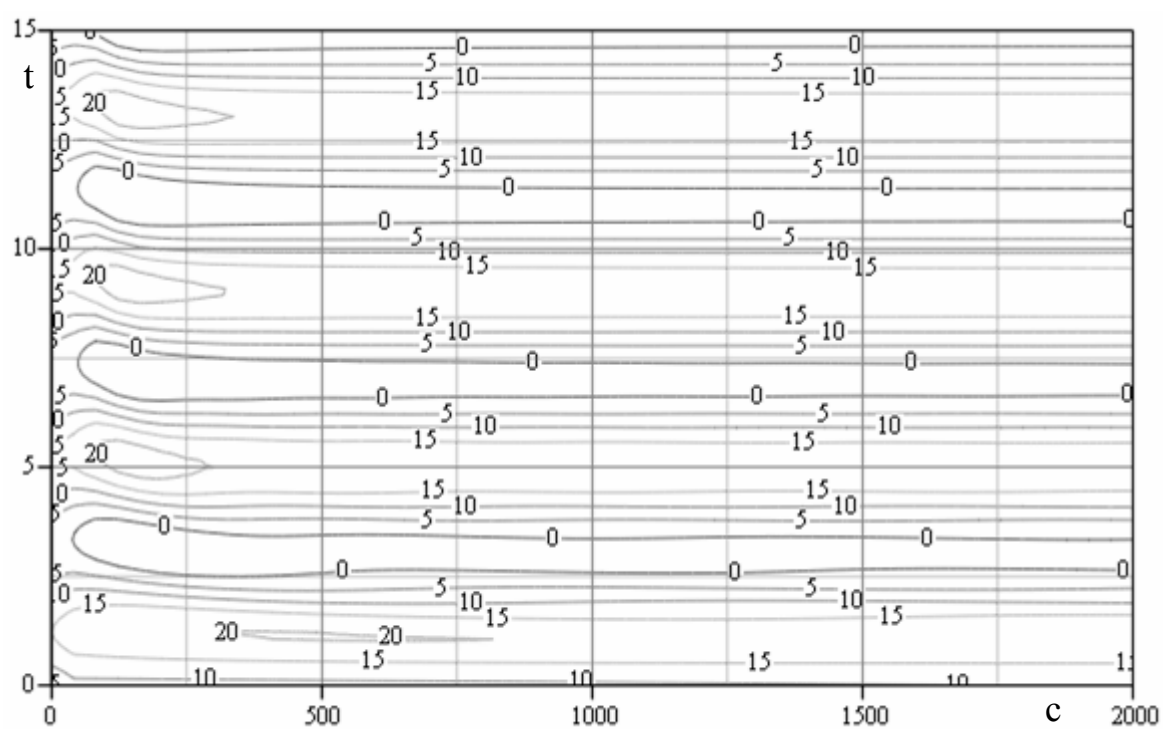


рис. 11. Зависимость $T_{12}(c, t)$ при $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

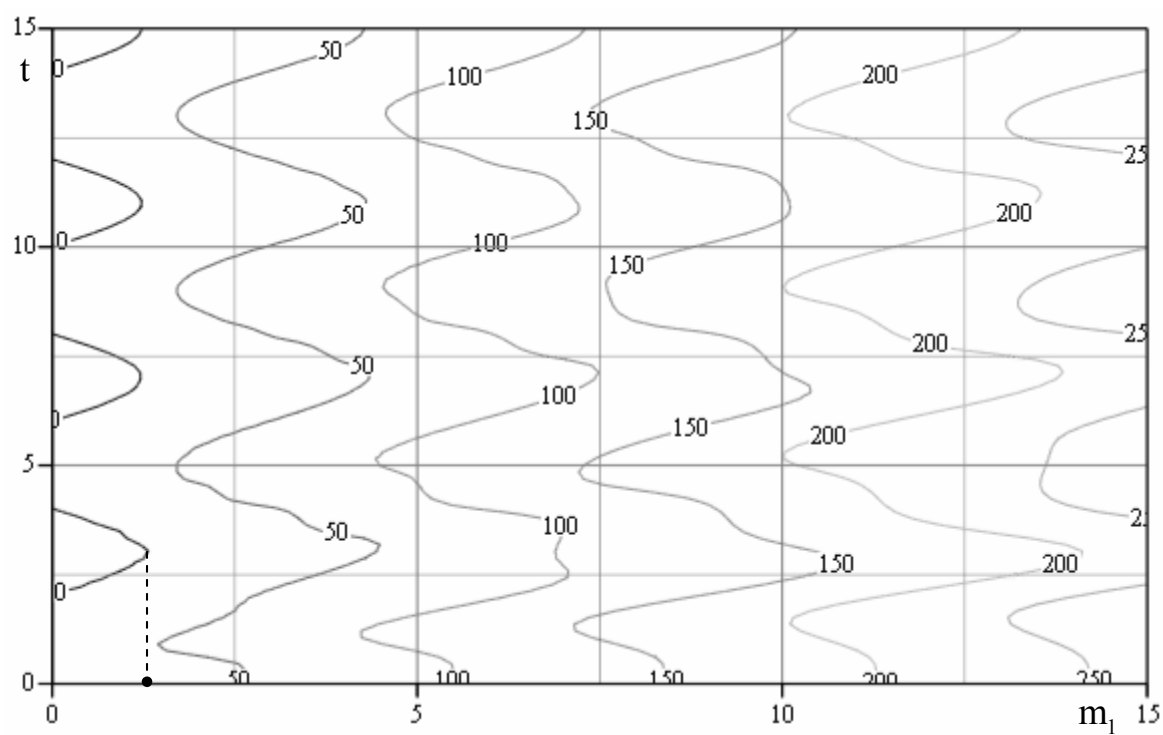


рис. 12. Зависимость $T_{23}(m_1, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

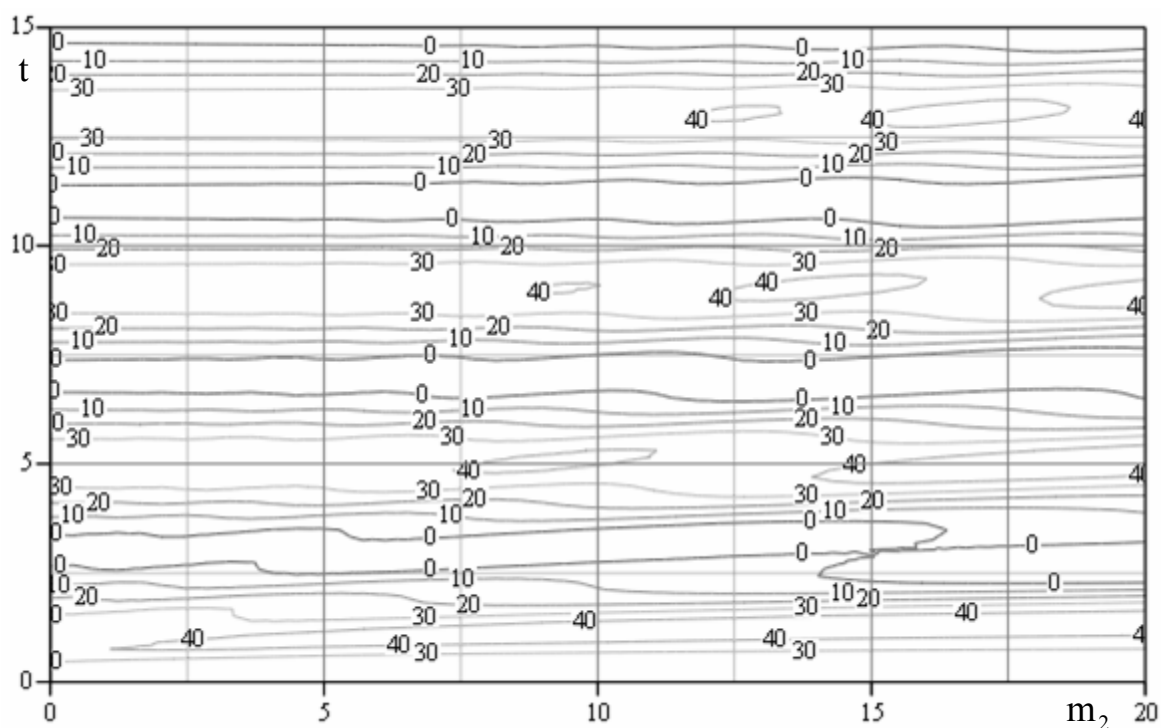


рис. 13. Зависимость $T_{23}(m_2, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

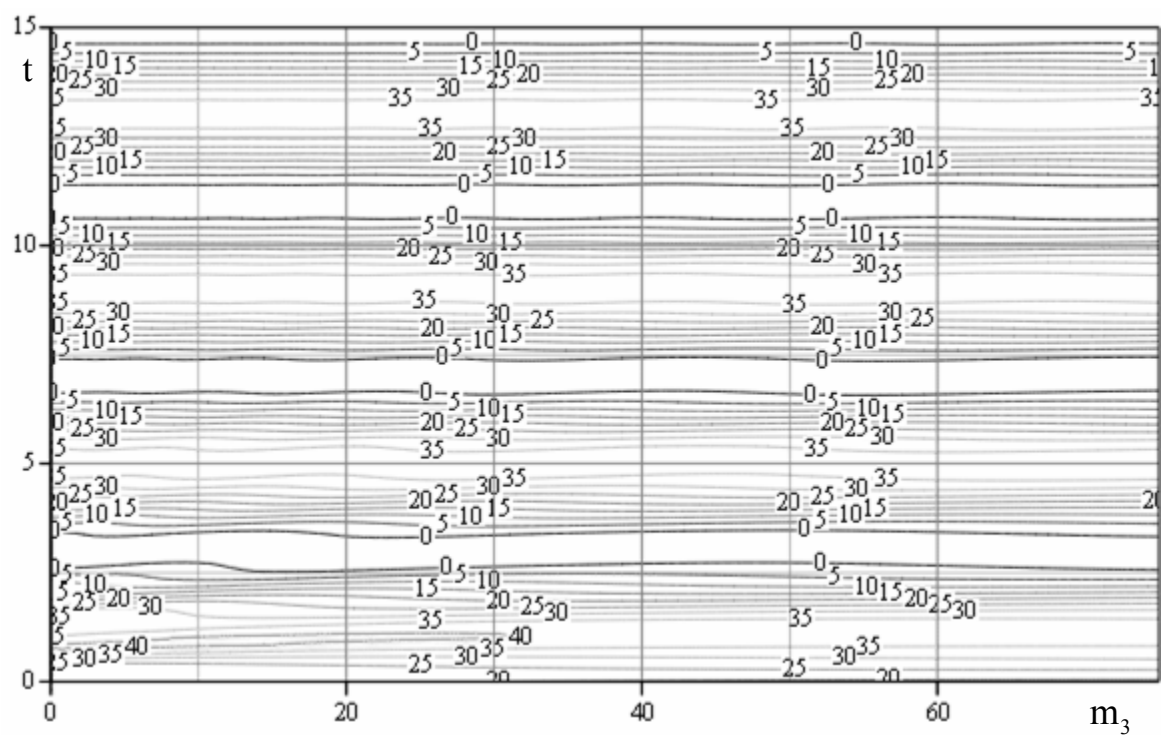


рис. 14. Зависимость $T_{23}(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

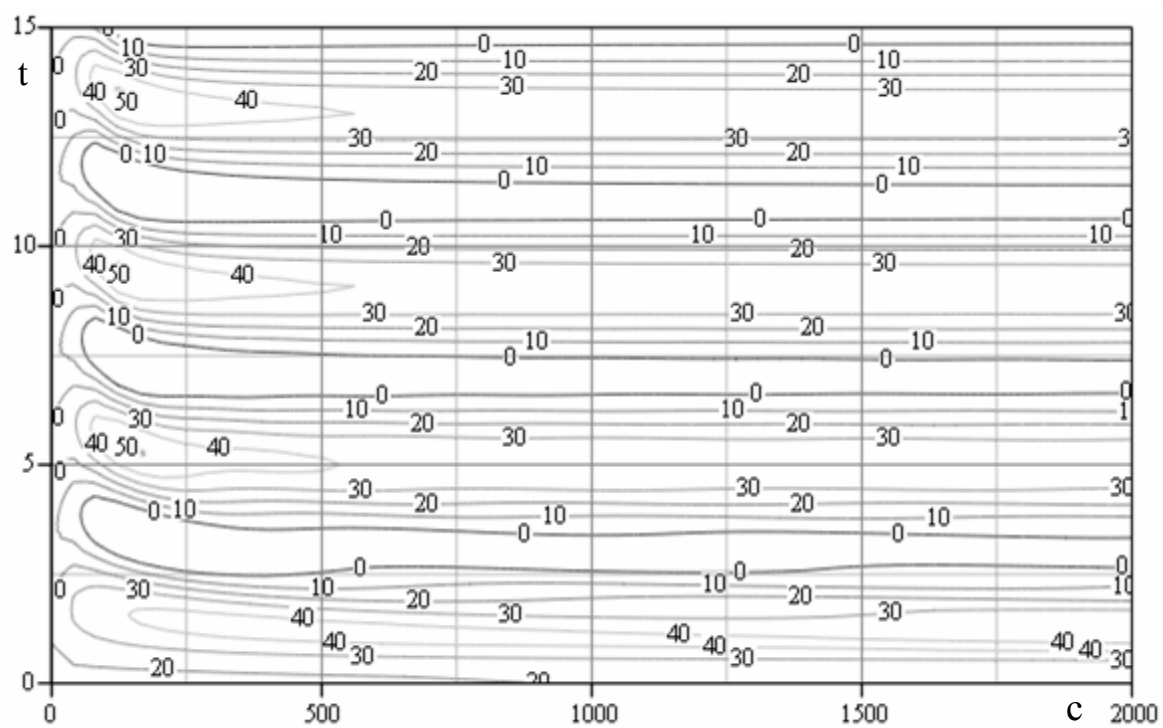


рис. 15. Зависимость $T_{23}(c, t)$ при $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

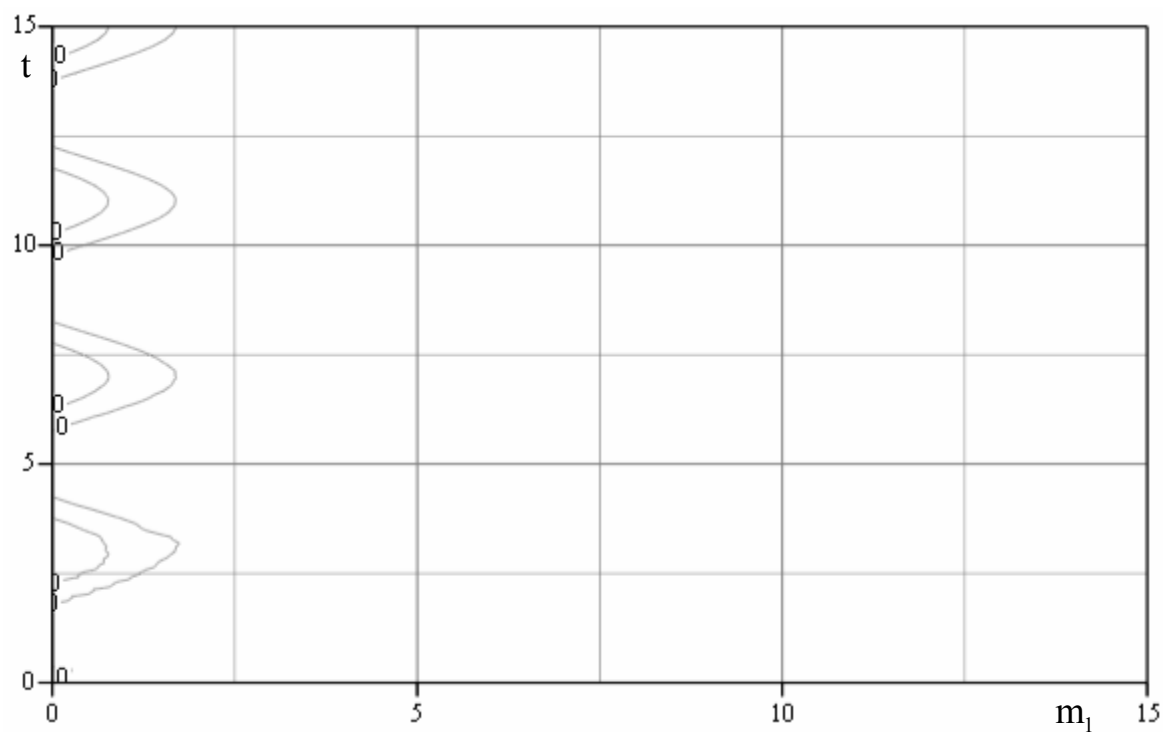


рис. 16. Зависимость $\Delta F(m_1, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

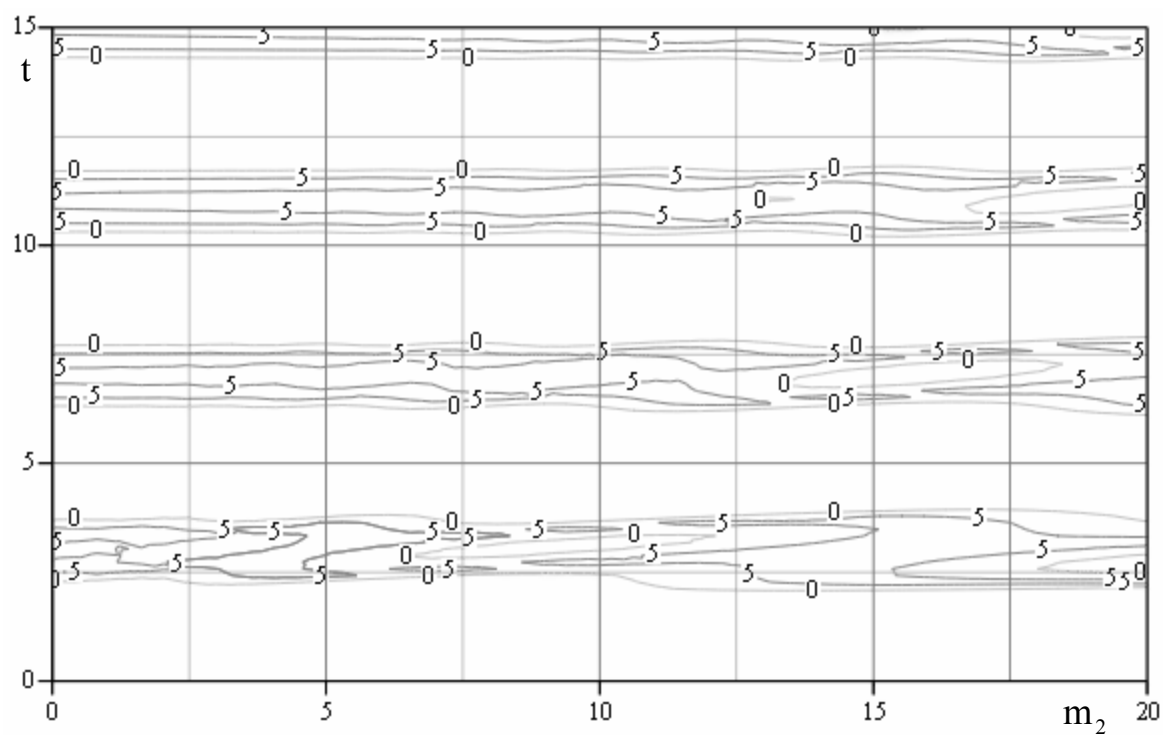


рис. 17. Зависимость $\Delta F(m_2, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

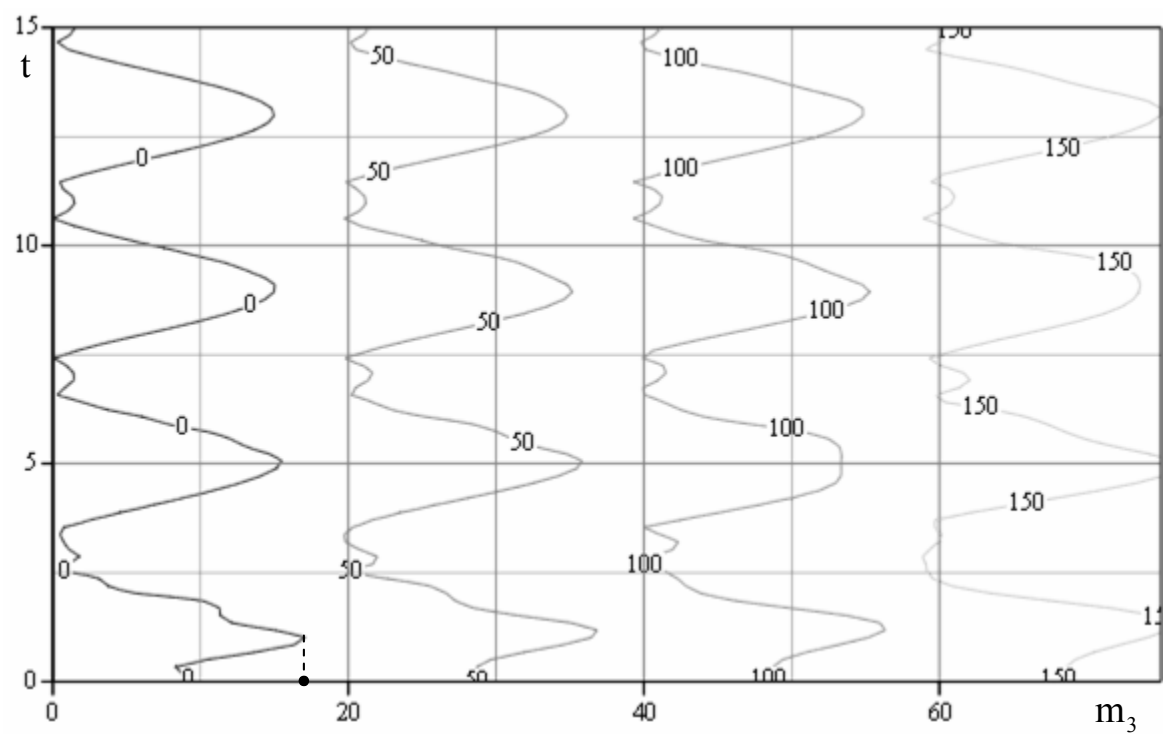


рис. 18. Зависимость $\Delta F(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

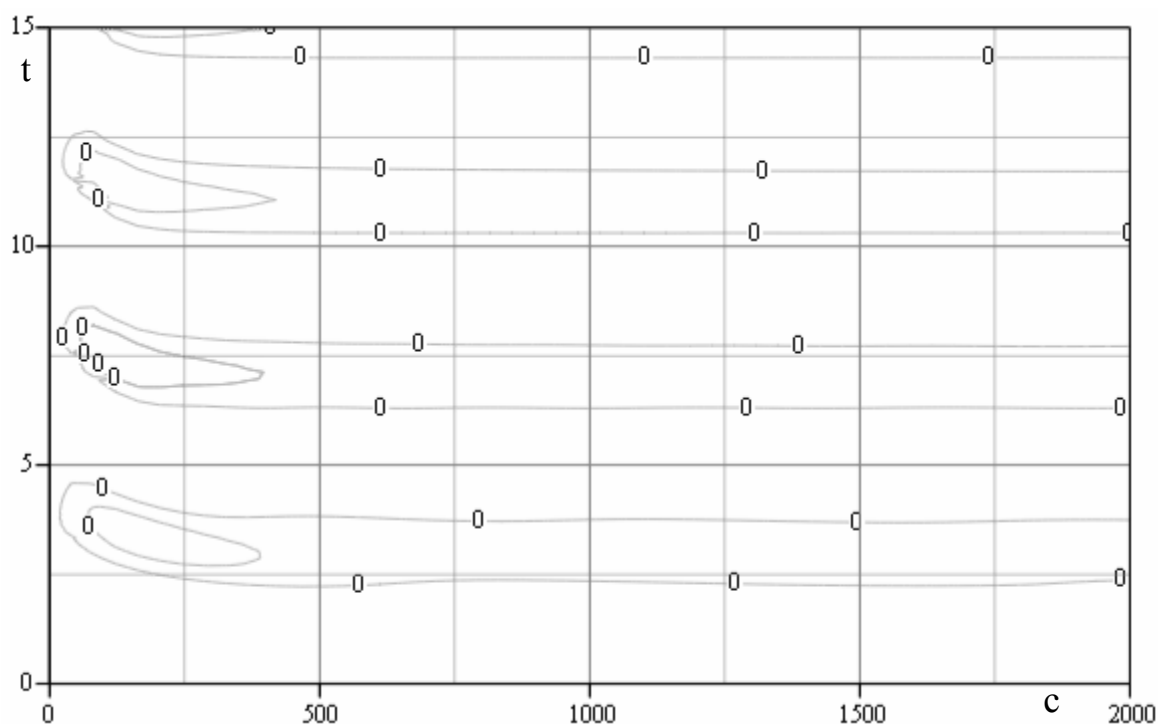


рис. 19. Зависимость $\Delta F(c, t)$ при $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 3 \text{ кг}$

Исследование данных зависимостей (рис. 8 — рис. 19) позволяет сделать следующие выводы:

- Основным влияющим фактором на величину силы T_{12} оказывает масса груза m_1 (рис. 8 — рис. 11). Остальные параметры m_2, m_3, c влияют опосредованно, как величины входящие в выражения коэффициентов для ускорения груза, при этом влияние жесткости пружины более значительно по сравнению с остальными параметрами.
- Основным влияющим фактором на величину силы сцепления $F_{сц}$ оказывает масса катка m_3 (рис. 16 — рис. 19). Из остальных параметров m_1, m_2, c наиболее сильным оказывается влияние массы груза.
- Из всех параметров влияющих на величину силы T_{23} , можно отметить массы груза m_1 и катка m_3 (рис. 12 — рис. 16).

- Для заданной массы груза при любом изменении жесткости упругого элемента и масс остальных тел, входящих в механическую систему, невозможно обеспечить условие $T_{12} > 0$, $T_{23} > 0$.
- Существует такая область значений массы груза, $m_1 \geq 1.4 \text{ кг}$ при которых силы натяжения T_{12} , T_{23} положительны (рис. 8 — рис. 12).
- Значение массы катка m_3 , при котором можно обеспечить его движения без проскальзывания определяется условием $m_3 > 17.2 \text{ кг}$ (рис. 18).

Анализ результатов, изложенных выше, показывает, что диапазоны изменения масс груза, блока, катка и жесткости пружины не определяются однозначно, а сложным образом зависят друг от друга, поэтому для их нахождения следует провести дополнительное исследование.

Примем следующие значения внутренних параметров механической системы:

$$m_1 = 1.4 \text{ кг}, \quad m_2 = 2 \text{ кг}, \quad m_3 = 17.2 \text{ кг}, \quad c = 2000 \text{ Н / м}.$$

Определим поведение сил натяжений и силы сцепления при данных значениях внутренних параметров механической системы

Студент:	Иванов И.И.	Группа:	660002
Вариант:	10		
$c = 2000 \text{ Н / м}$	$m_1 = 1.4 \text{ кг}$	$m_2 = 2 \text{ кг}$	$m_3 = 17.2 \text{ кг}$
	$f_{cm} = -0.018 \text{ м}$		$F'_{CII} = 43.33 \text{ Н}$
$m_{np} = 3.883 \text{ кг}$	$k = 5.674 \text{ с}^{-1}$	$n = 0.286 \text{ с}^{-1}$	$k_1 = 5.667 \text{ с}^{-1}$
	$A_0 = 0.036 \text{ м}$		$\alpha_0 = 2.009$
	$B_0 = 0.087 \text{ м}$		$\beta_0 = 0.03$

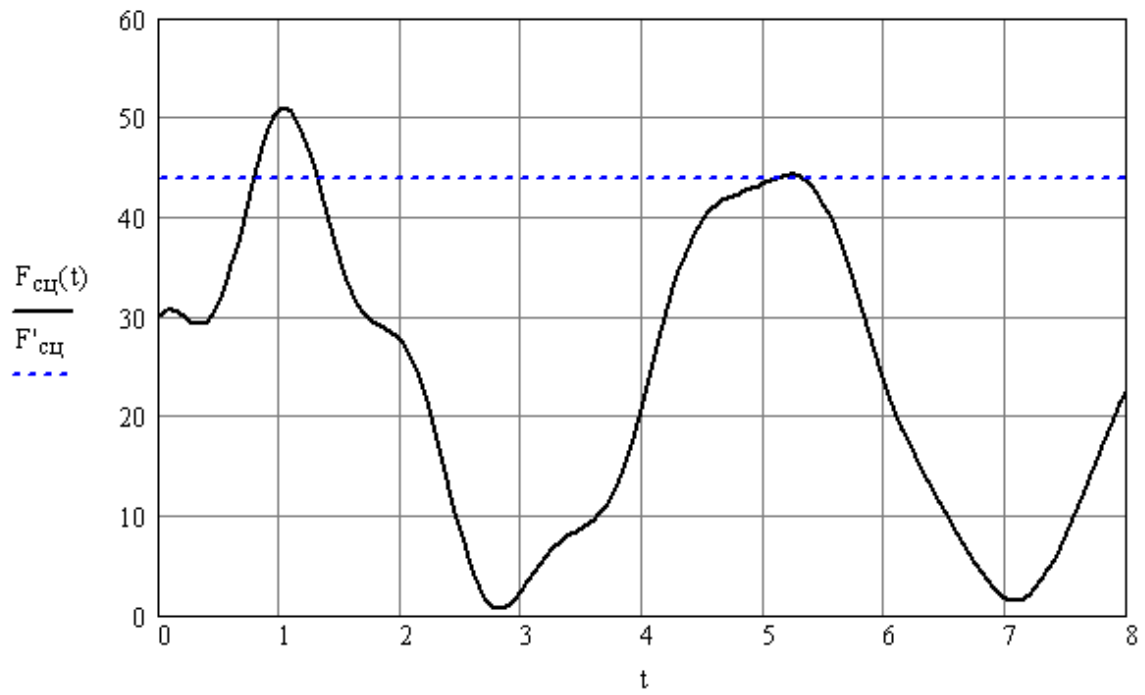


рис. 20. Силы сцепления $F_{\text{сц}}(t)$ и $F'_{\text{сц}}$.

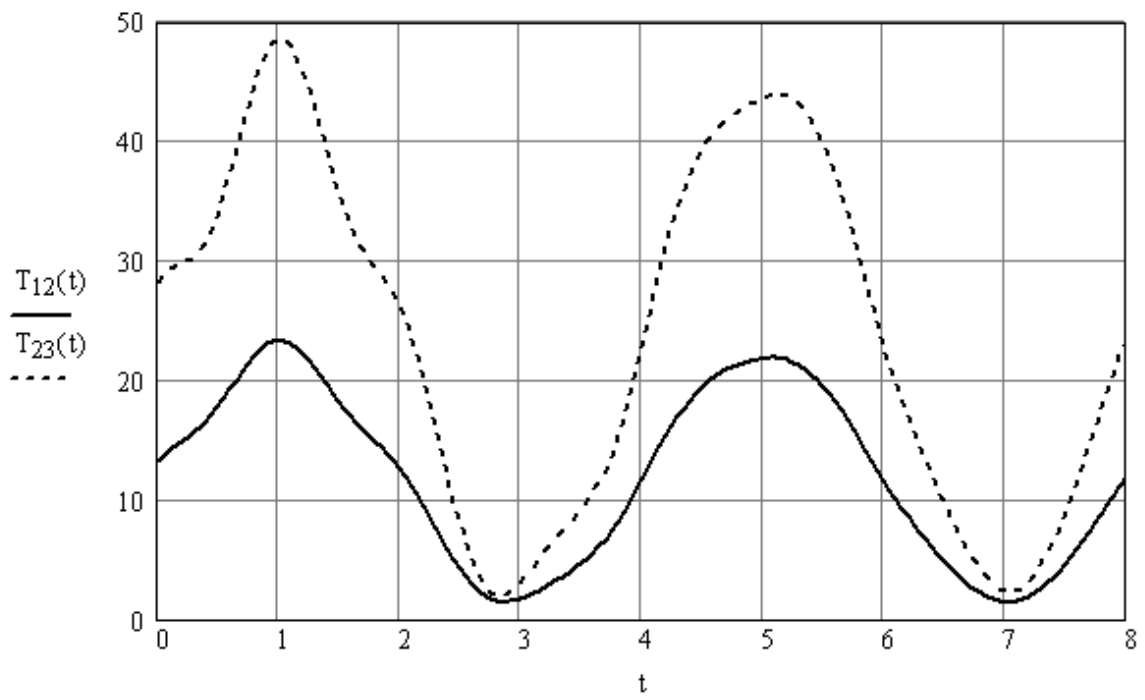


рис. 21. Силы натяжения в канатах T_{12} и T_{23}

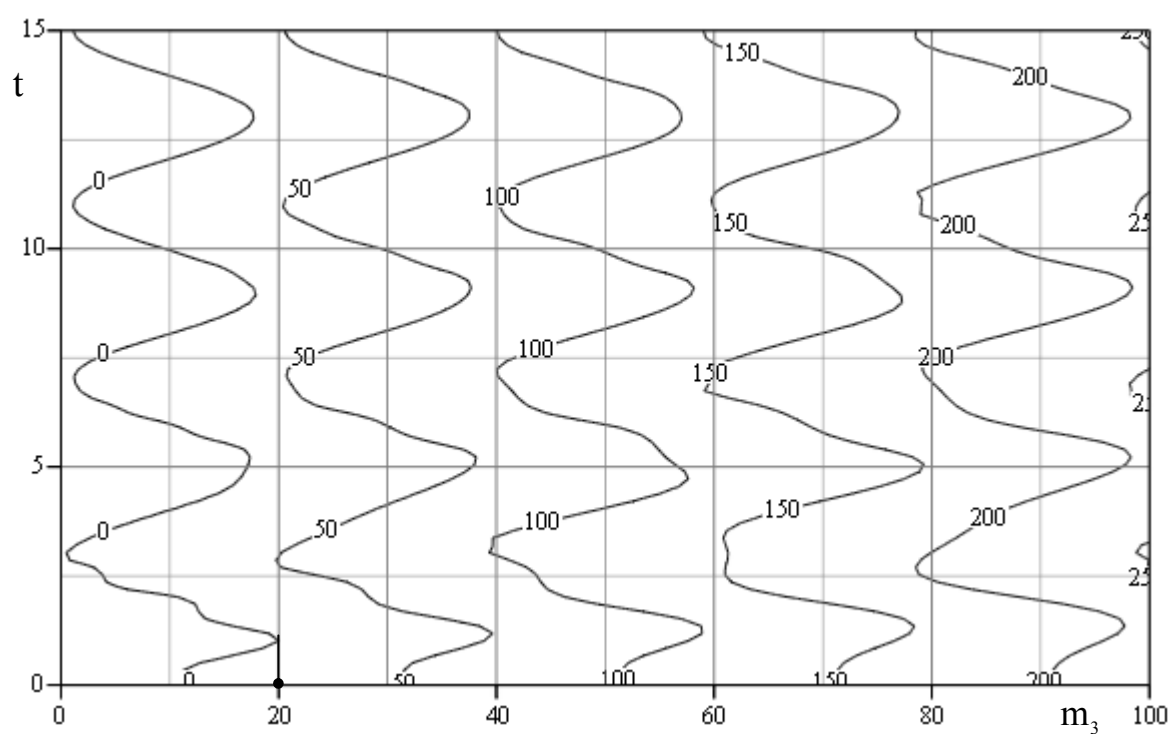


рис. 22. Зависимость $\Delta F(m_3, t)$ при $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $c = 2 \text{ кН/м}$

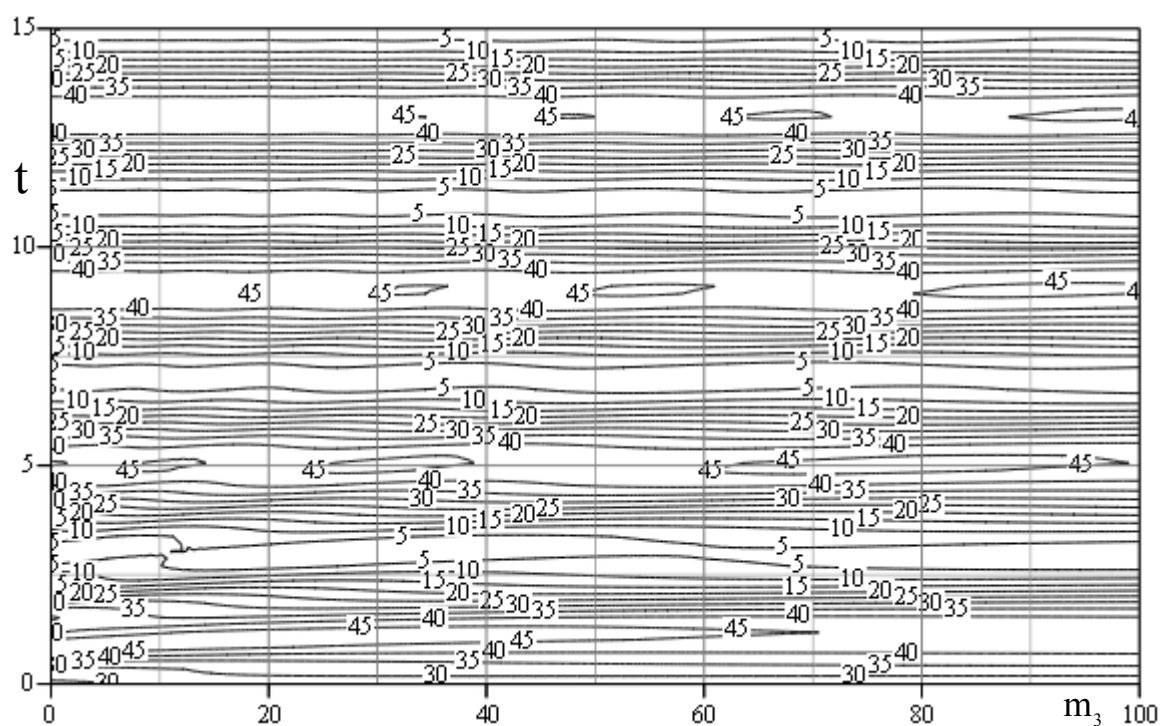


рис. 23. Зависимость $T_{23}(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

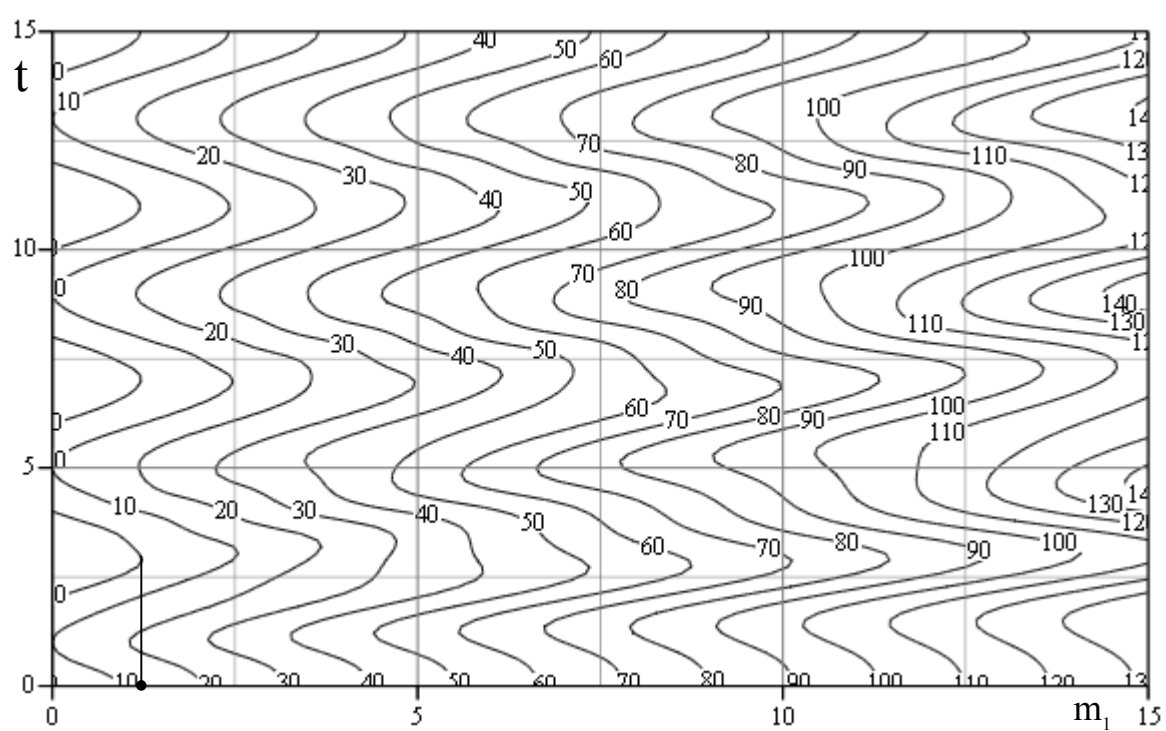


рис. 24. Зависимость $T_{12}(m_1, t)$ при $c = 2$ кН/м, $m_3 = 17.2$ кг, $m_2 = 2$ кг

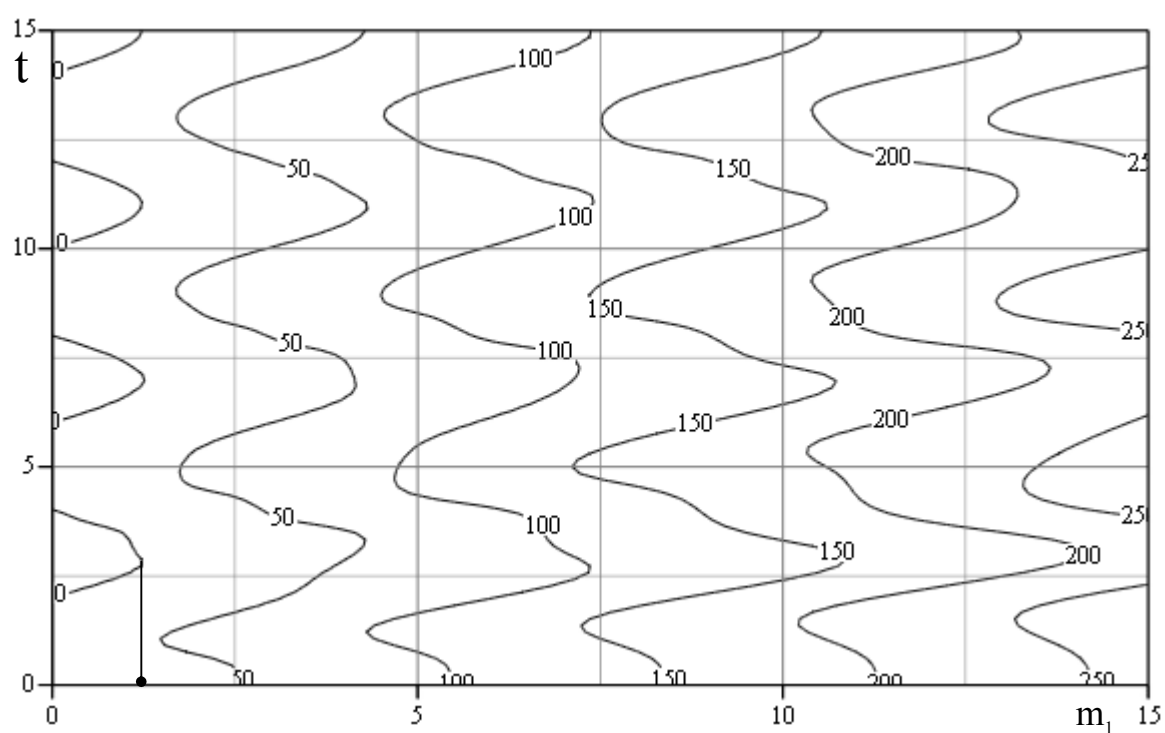


рис. 25. Зависимость $T_{23}(m_1, t)$ при $c = 2$ кН/м, $m_3 = 17.2$ кг, $m_2 = 2$ кг

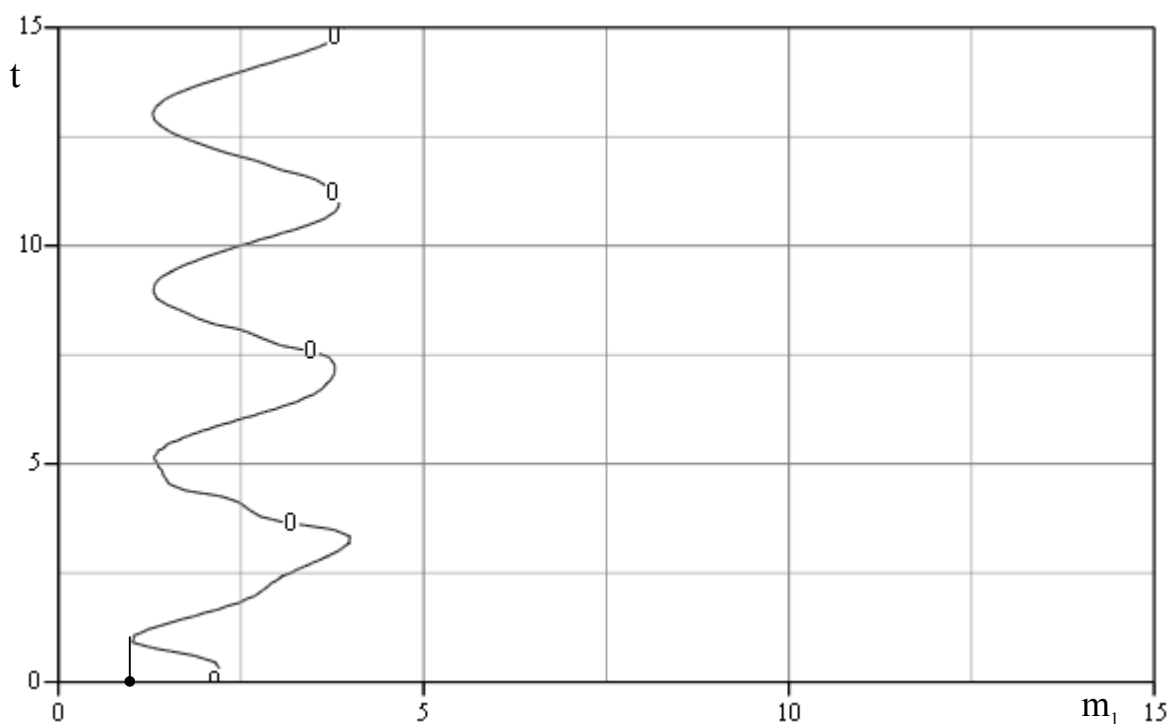


рис. 26. Зависимость $\Delta F(m_1, t)$ при $m_3 = 17.2 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $c = 2 \text{ кН/м}$

Расчеты показывают, что значение массы груза $m_1 \geq 1.4 \text{ кг}$ обеспечивает положительность сил натяжения нитей T_{12} и T_{23} (рис. 23 — рис. 25), однако в результате увеличения массы груза значение силы сцепления $F_{сц}$ увеличилось, и условие $\Delta F \geq 0$ будет удовлетворяться либо при значениях массы груза $m_1 \leq 0.5 \text{ кг}$ (рис. 26), либо при значениях массы блока $m_3 \geq 20 \text{ кг}$ (рис. 22).

Условие $m_1 \leq 0.5 \text{ кг}$ не может обеспечить положительность сил натяжения нитей, следовательно, в качестве новых величин внутренних параметров системы принимаем (рис. 27 — рис. 39)

$$m_1 = 1.4 \text{ кг}, \quad m_2 = 2 \text{ кг}, \quad m_3 = 20 \text{ кг}, \quad c = 2000 \text{ Н/м}.$$

Результаты вычислений, приведенные на рис. 16, рис. 26, рис. 31 позволяют сделать вывод о нелинейной зависимости массы груза m_1 , обеспечивающей движение катка без проскальзывания, от его массы m_3 .

Дальнейший анализ позволяет сделать следующие выводы:

Масса первого груза m_1 , удовлетворяющая условиям положительности сил натяжения нитей и движения катка без проскальзывания, лежит в интервале (рис. 29 — рис. 31): для $T_{12} \geq 0$ — $m_1^* = 1.2 \text{ кг} < m_1$; для $T_{23} \geq 0$ — $m_1^{**} = 1.3 \text{ кг} < m_1$; для $\Delta F \geq 0$ — $m_1 < m_1^* = 1.2 \text{ кг}$. Окончательно:

$$m_1^{**} = 1.3 \text{ кг} < m_1 < m_1^{***} = 1.5 \text{ кг}$$

Студент:	Иванов И.И.	Группа:	660002
Вариант:	10		
$c = 2000 \text{ Н/м}$	$m_1 = 1.4 \text{ кг}$	$m_2 = 2 \text{ кг}$	$m_3 = 20 \text{ кг}$
	$f_{cm} = -0.025 \text{ м}$		$F'_{CII} = 50.974 \text{ Н}$
$m_{np} = 4.164 \text{ кг}$	$k = 5.479 \text{ с}^{-1}$	$n = 0.267 \text{ с}^{-1}$	$k_1 = 5.473 \text{ с}^{-1}$
	$A_0 = 0.036 \text{ м}$		$\alpha_0 = 2.029$
	$B_0 = 0.087 \text{ м}$		$\beta_0 = 0.03$

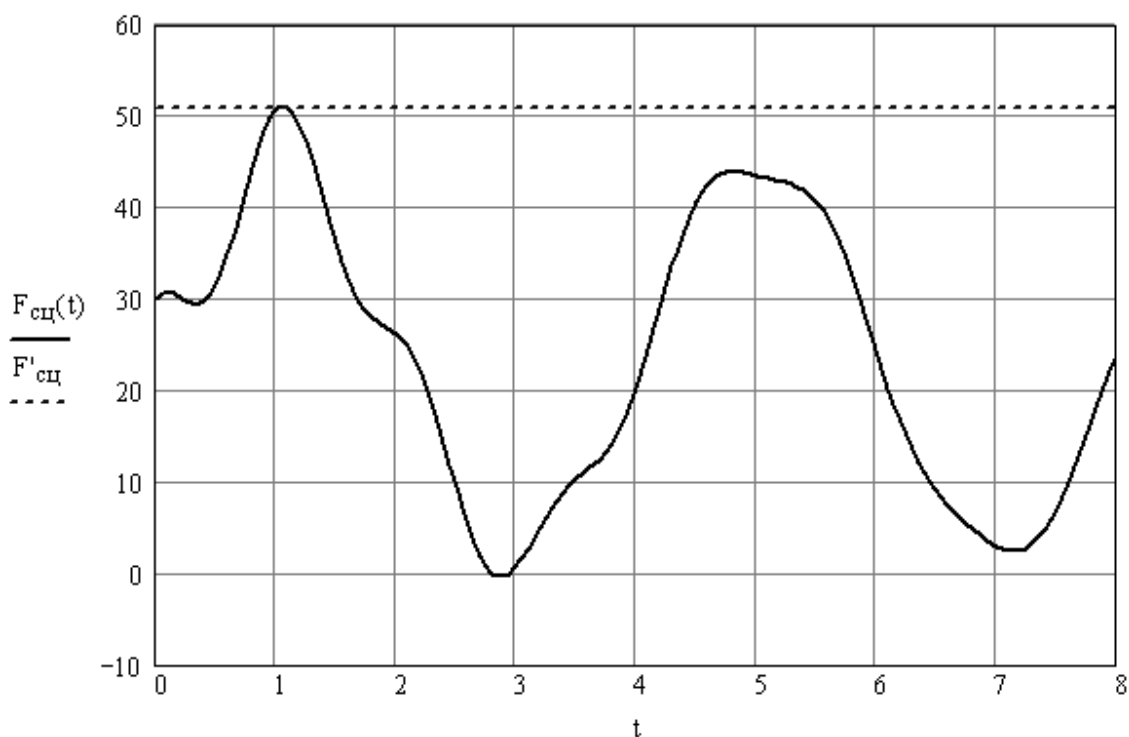


рис. 27. Силы сцепления $F_{cII}(t)$ и F'_{cII} .

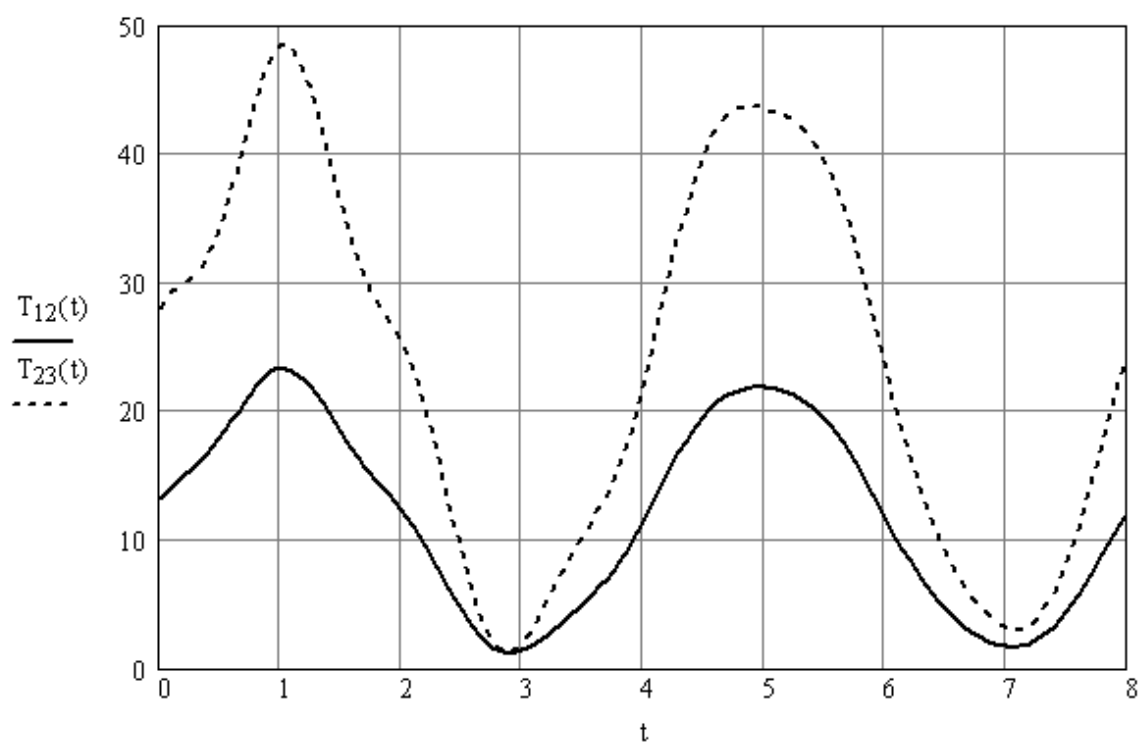


рис. 28. Силы натяжения в канатах T_{12} и T_{23}

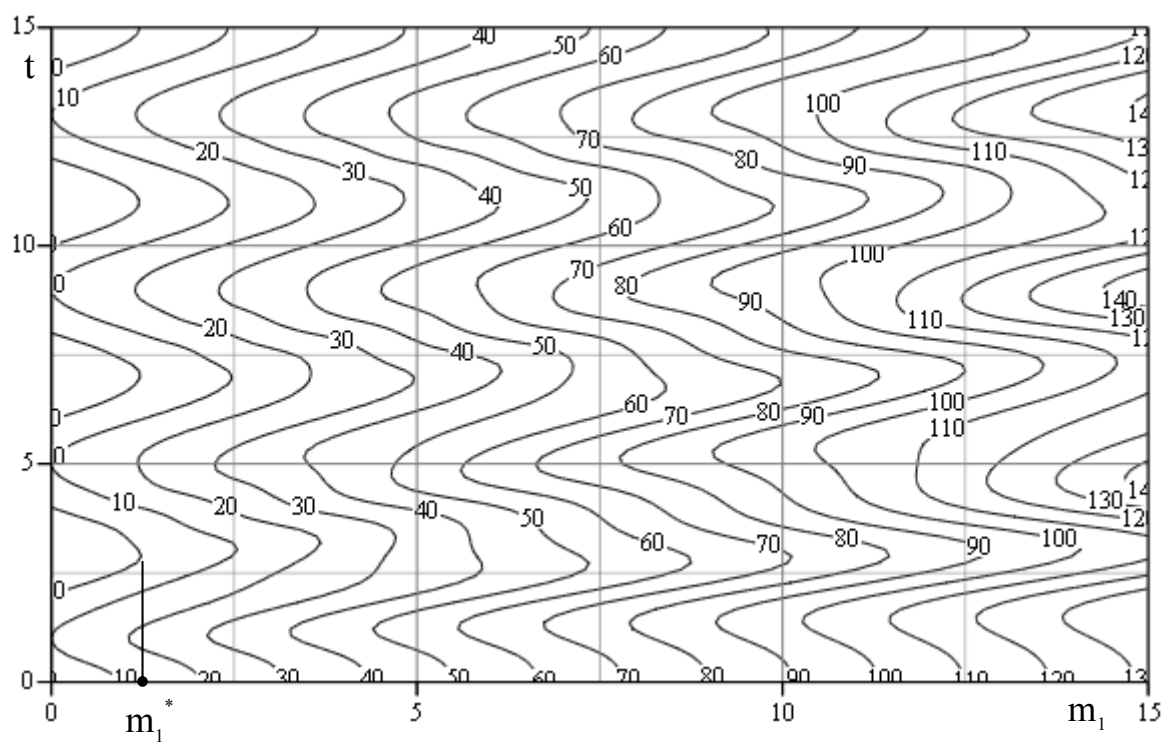


рис. 29. Зависимость $T_{12}(m_1, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

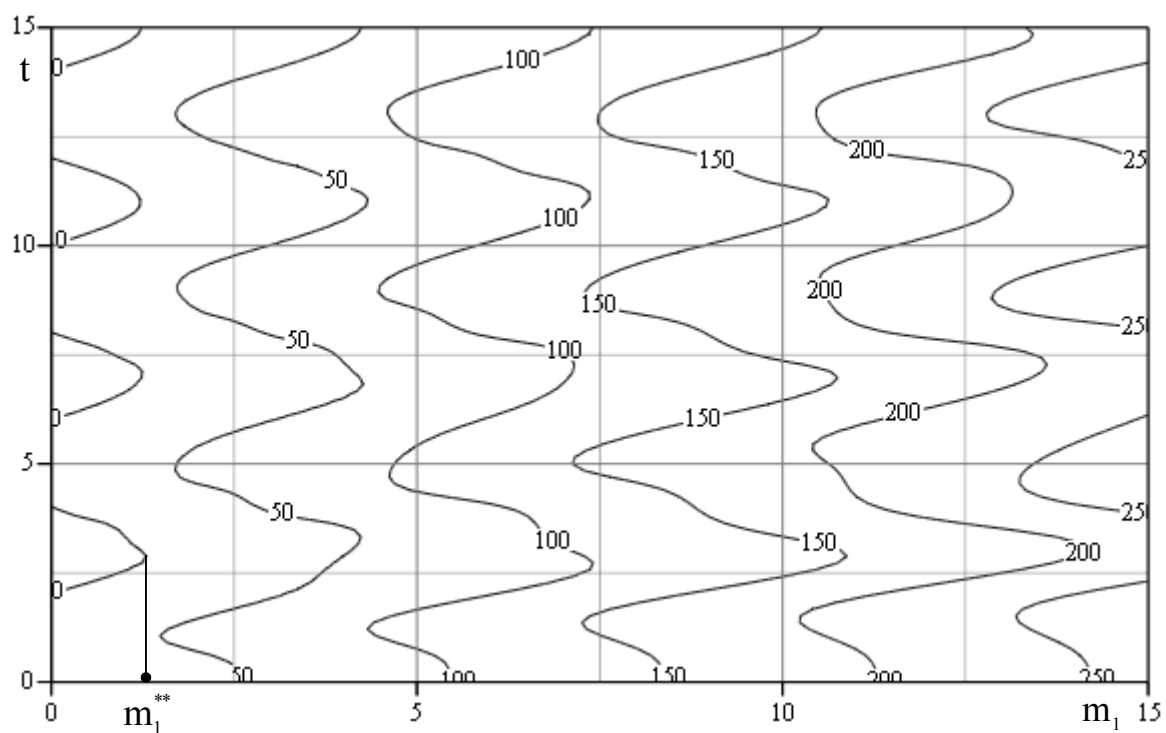


рис. 30. Зависимость $T_{23}(m_1, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

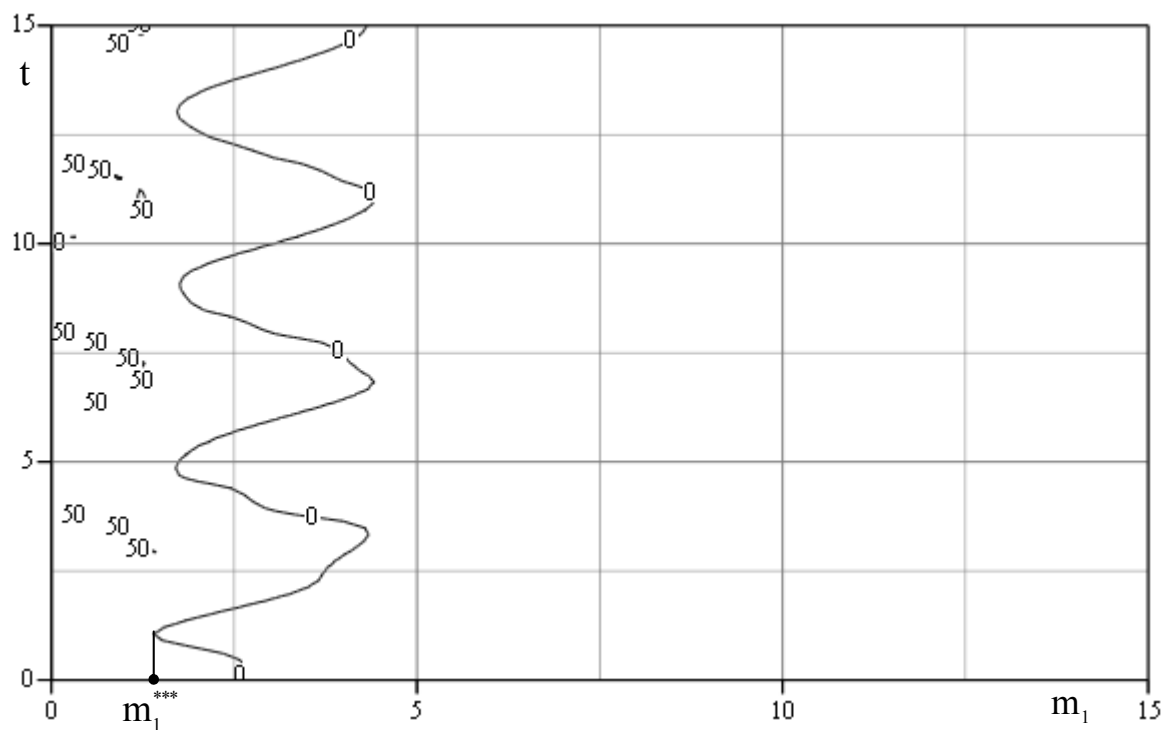


рис. 31. Зависимость $\Delta F(m_1, t)$ при $m_3 = 20 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $c = 2 \text{ кН/м}$

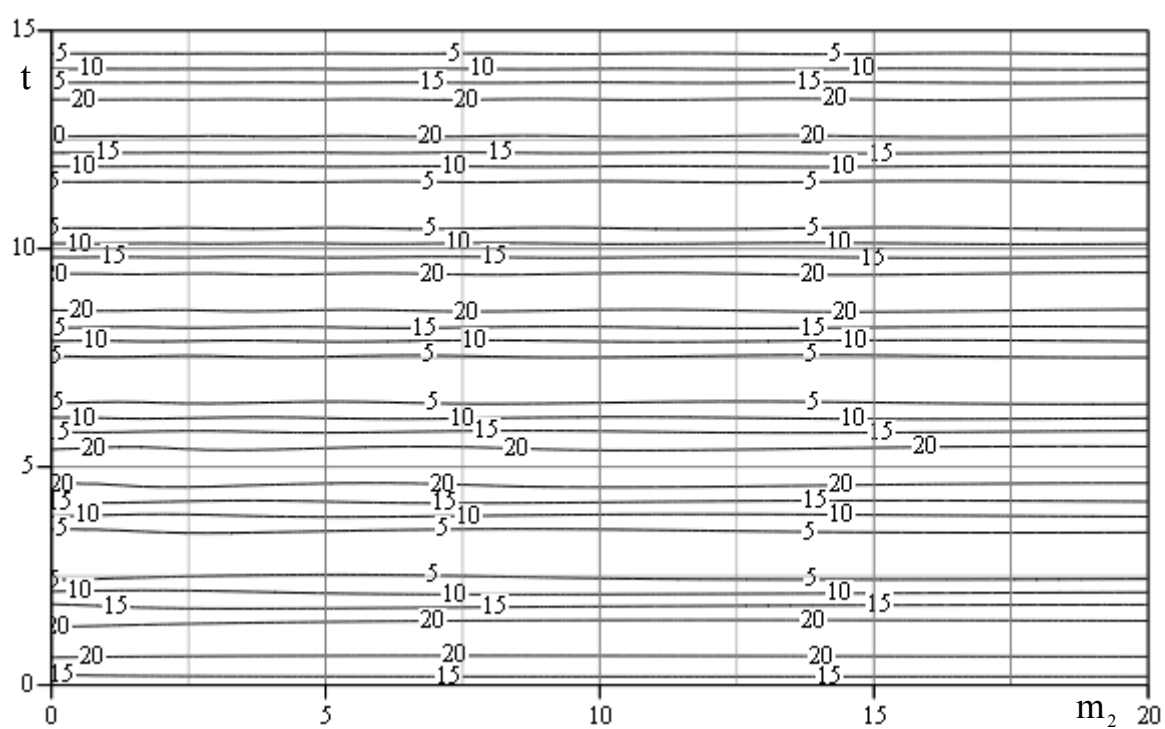


рис. 32. Зависимость $T_{12}(m_2, t)$ при $c = 2$ кН/м, $m_1 = 1.4$ кг, $m_3 = 20$ кг

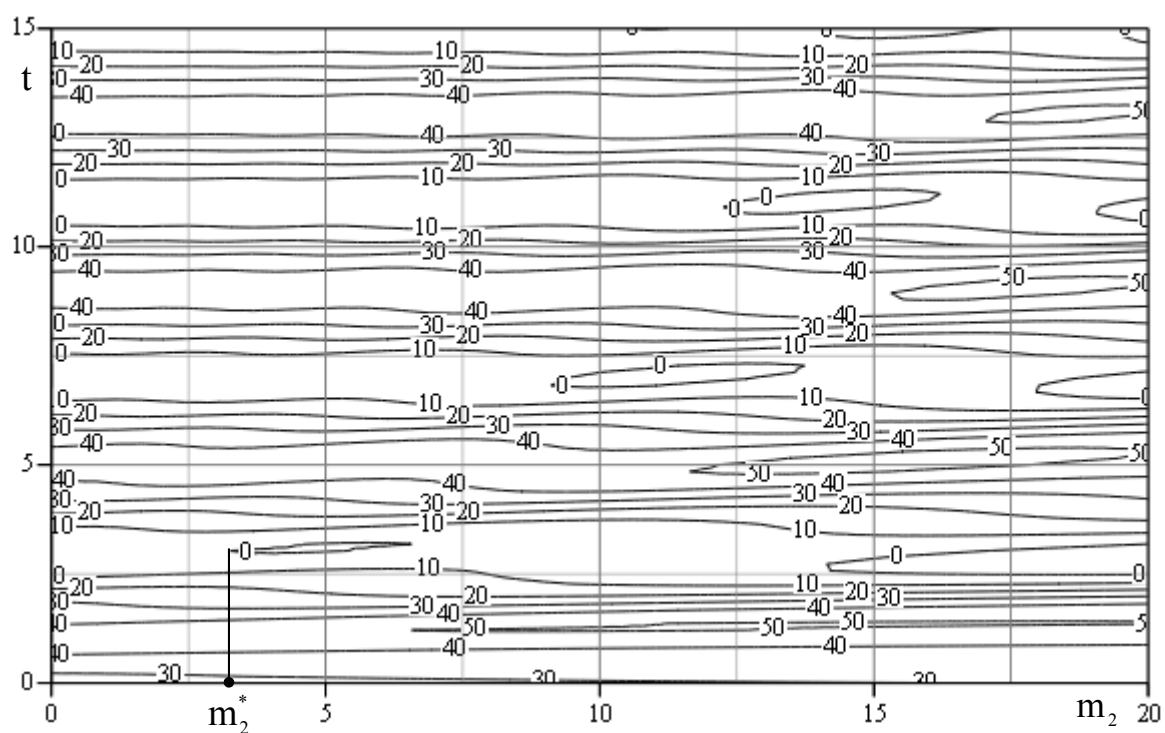


рис. 33. Зависимость $T_{23}(m_2, t)$ при $c = 2$ кН/м, $m_1 = 1.4$ кг, $m_3 = 20$ кг

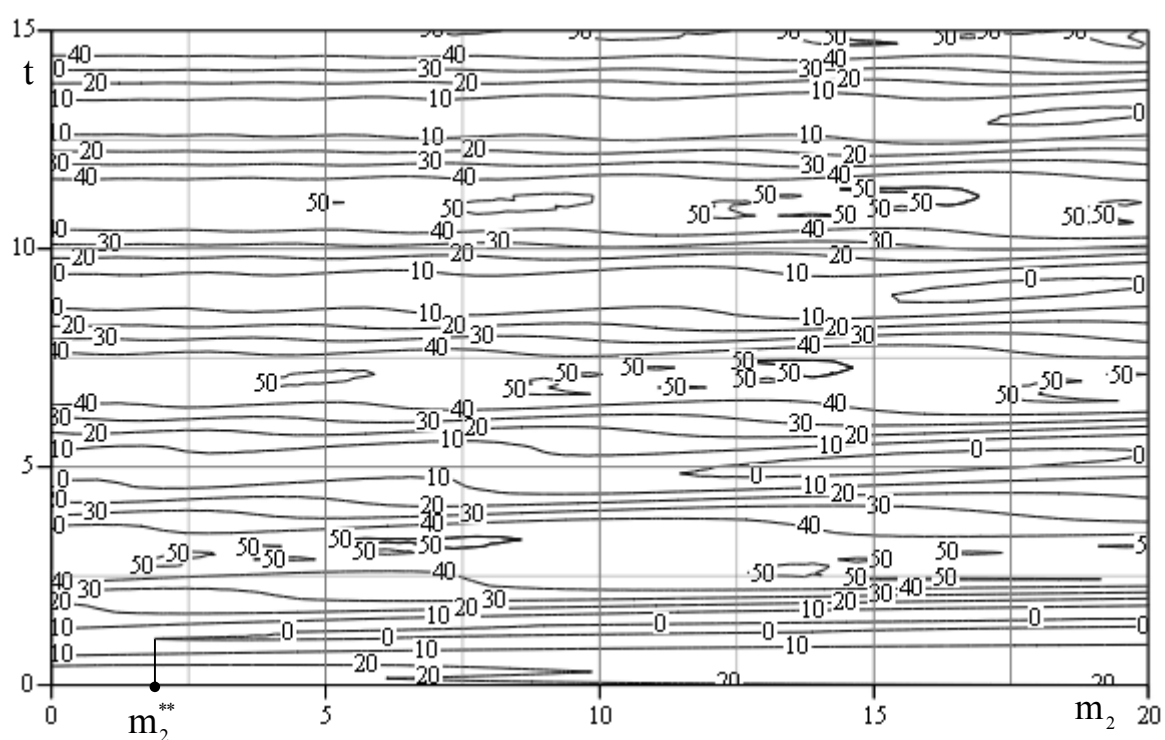


рис. 34. Зависимость $\Delta F(m_2, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$

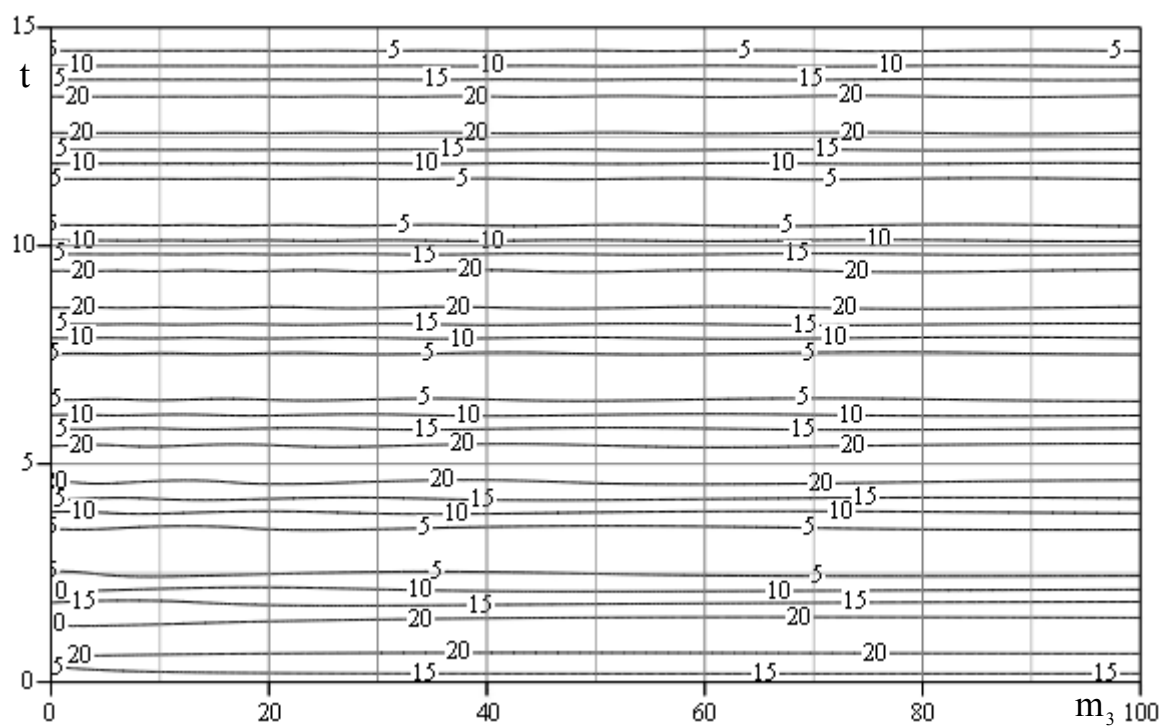


рис. 35. Зависимость $T_{12}(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

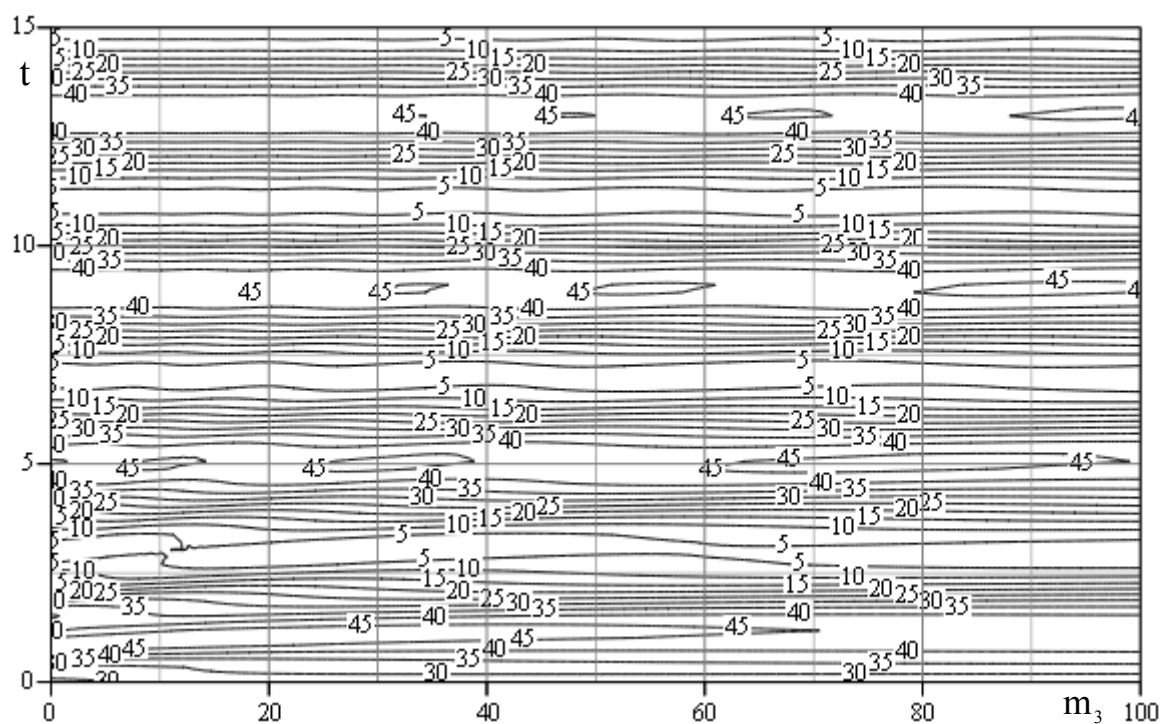


рис. 36. Зависимость $T_{23}(m_3, t)$ при $c = 2 \text{ кН/м}$, $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$

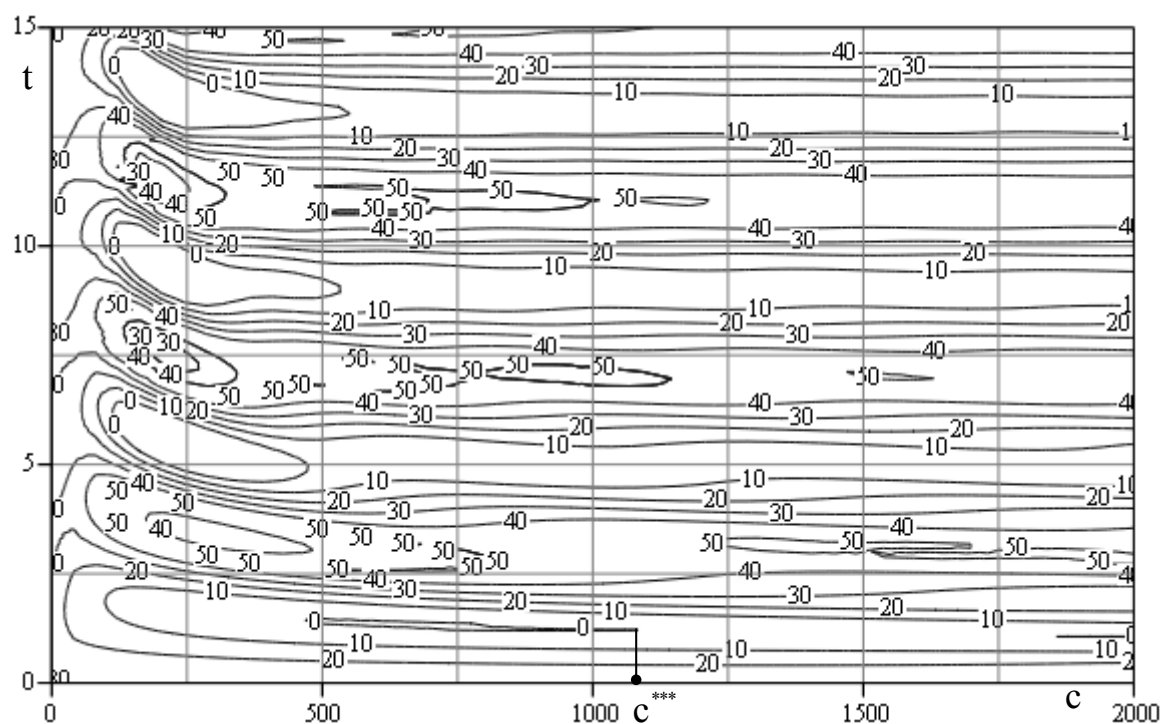


рис. 37. Зависимость $\Delta F(c, t)$ при $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$

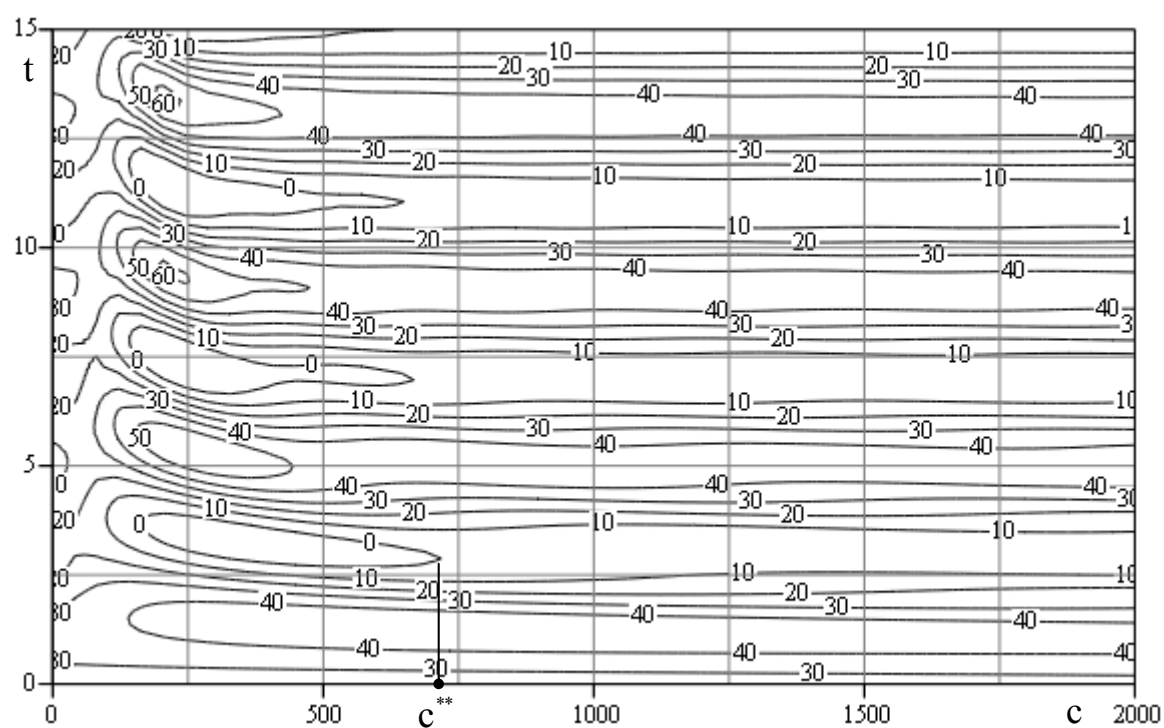


рис. 38. Зависимость $T_{23}(c, t)$ при $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$

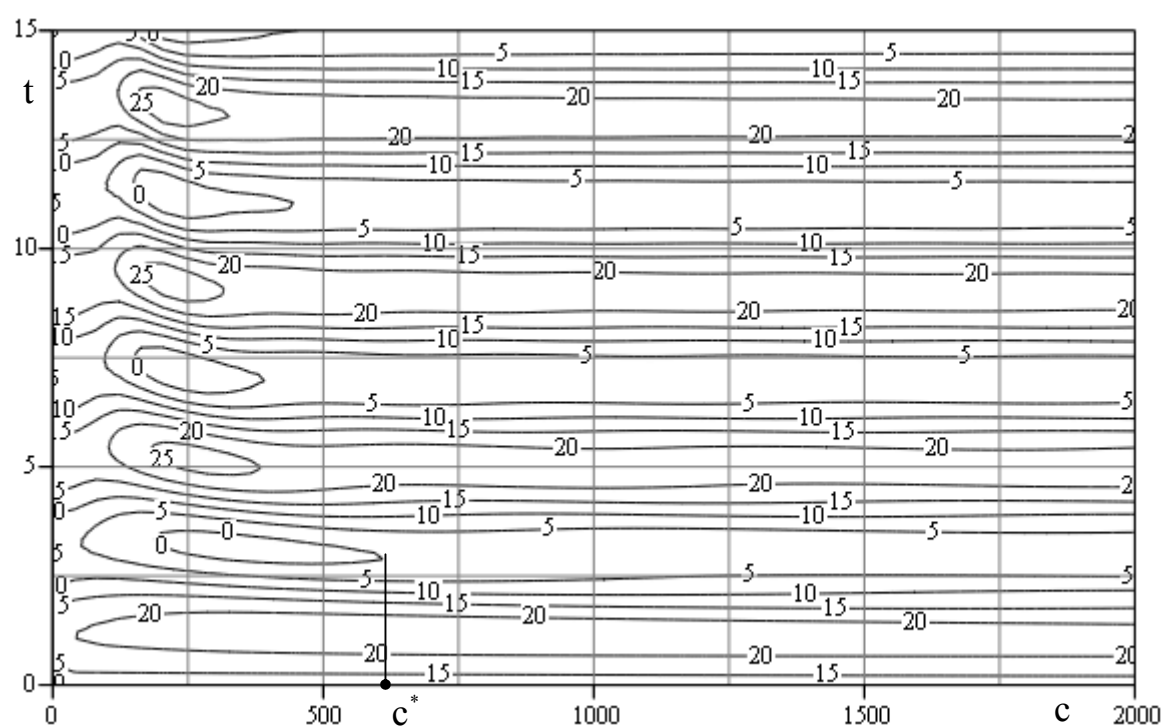


рис. 39. Зависимость $T_{12}(c, t)$ при $m_1 = 1.4 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 20 \text{ кг}$

Масса блока m_2 , удовлетворяющая условиям положительности сил натяжения нитей и движения катка без проскальзывания, лежит в интервале (рис. 32 — рис. 34): для $T_{12} \geq 0$ — от m_2 не зависит; для $T_{23} \geq 0$ — $m_2 < m_2^* = 3.2 \text{ кг}$; для $\Delta F \geq 0$ — $m_2 < m_2^{**} = 2.1 \text{ кг}$. Окончательно:

$$m_2 < m_2^{**} = 2.1 \text{ кг}$$

Масса катка m_3 , удовлетворяющая условиям положительности сил натяжения нитей и движения катка без проскальзывания, лежит в интервале (рис. 22, рис. 35, рис. 36): для $T_{12} \geq 0$ — от m_3 не зависит; для $T_{23} \geq 0$ — от m_3 не зависит; для $\Delta F \geq 0$ — $m_3 < m_3^* = 20 \text{ кг}$. Окончательно:

$$m_3 > m_3^* = 20 \text{ кг}$$

Жесткость упругого элемента c , удовлетворяющая условиям положительности сил натяжения нитей и движения катка без проскальзывания, лежит в интервале (рис. 37 — рис. 39): для $T_{12} \geq 0$ — $c^* = 615 \text{ Н/м}$; для $T_{23} \geq 0$ — $c^{**} = 715 \text{ Н/м}$; для $\Delta F \geq 0$ — $c^{***} = 1050 \text{ Н/м}$. Тогда:

$$c > c^{***} = 1050 \text{ Н/м}$$

Обобщая сделанные выводы, окончательно получим, что для обеспечения положительности сил натяжения канатов $T_{12} \geq 0$, $T_{23} \geq 0$ и движения тела 3 без проскальзывания $\Delta F \geq 0$ необходимо обеспечить значения масс тел механической системы и жесткости упругого элемента, удовлетворяющих следующим ограничениям:

$$\begin{aligned} m_1^{**} = 1.3 \text{ кг} &< m_1 < m_1^{***} = 1.5 \text{ кг}, \\ &m_2 < m_2^{**} = 2.1 \text{ кг} \\ m_3^* = 20 \text{ кг} &< m_3 \\ c^{***} = 1050 \text{ Н/м} &< c \end{aligned} \tag{7.1}$$

8. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В результате исследования динамического поведения механической системы, согласно условиям (7.1) примем

$$m_1 = 1.4 \text{ кг}, \quad m_2 = 20 \text{ кг}, \quad m_3 = 20 \text{ кг}, \quad c = 2000 \text{ Н/м}$$

Результаты расчетов приведены ниже на рис.40 — рис. 42

Студент: Иванов И.И. Группа: 660002 Вариант: 10

$c = 2000 \text{ Н/м}$	$m_1 = 2 \text{ кг}$	$m_2 = 2 \text{ кг}$	$m_3 = 25 \text{ кг}$
	$f_{cm} = -0.027 \text{ м}$		$F'_{CII} = 63.718 \text{ Н}$
$m_{np} = 5.233 \text{ кг}$	$k = 4.888 \text{ с}^{-1}$	$n = 0.212 \text{ с}^{-1}$	$k_1 = 4.883 \text{ с}^{-1}$
	$A_0 = 0.038 \text{ м}$		$\alpha_0 = 2.097$
	$B_0 = 0.089 \text{ м}$		$\beta_0 = 0.031$

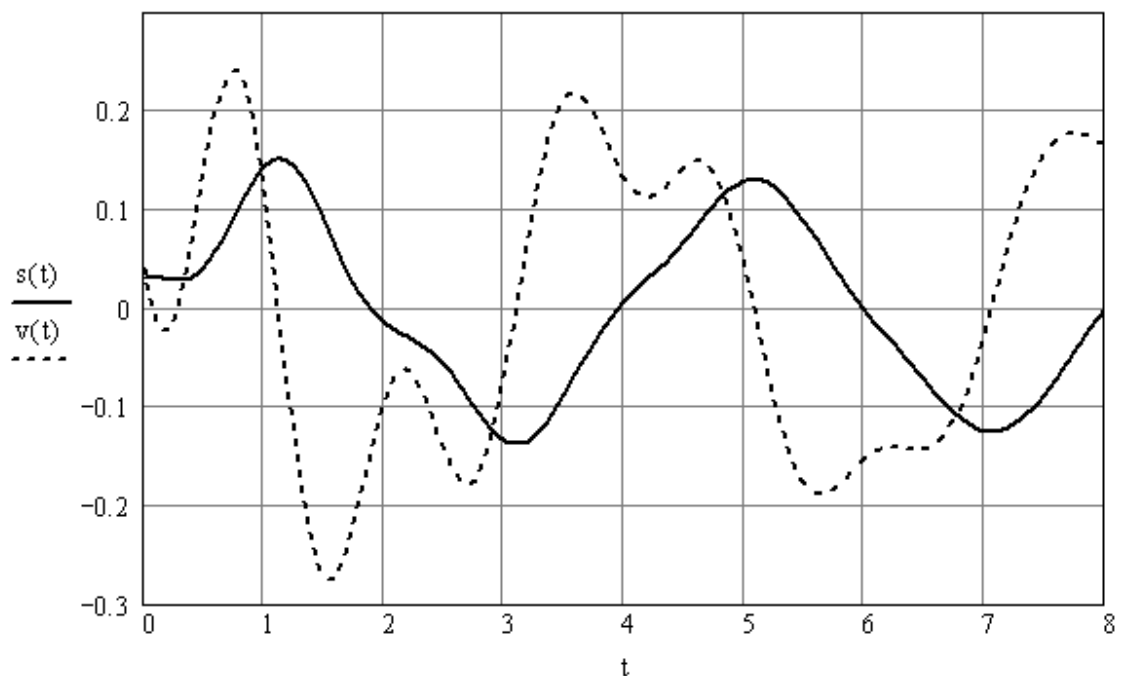


рис. 40. Перемещение $S(t)$ и скорость $V(t)$ груза 1.

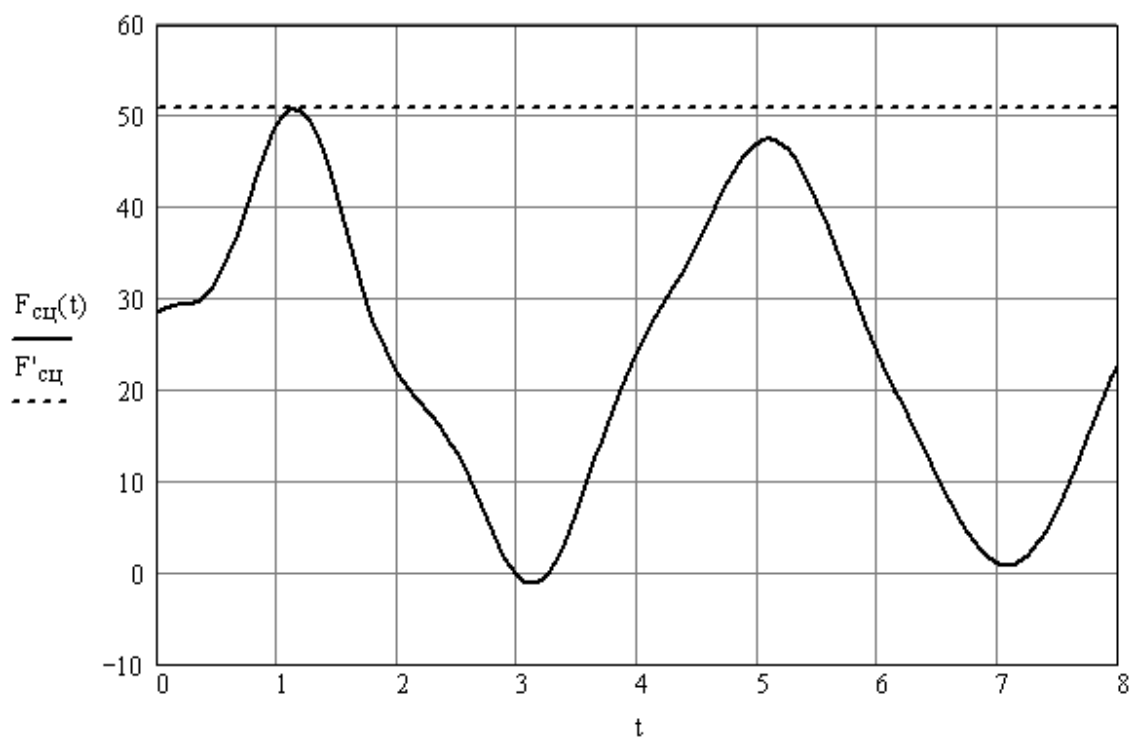


рис. 41. Силы сцепления $F_{\text{сцп}}(t)$ и $F'_{\text{сцп}}$.

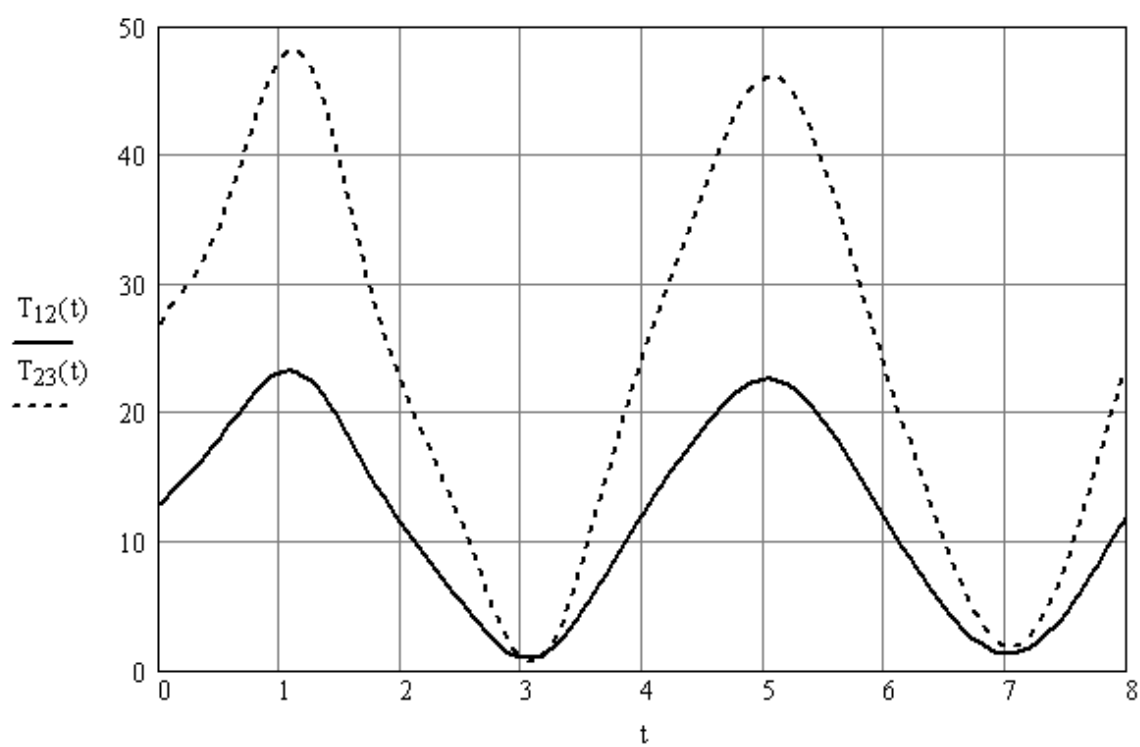


рис. 42. Силы натяжения в канатах T_{12} и T_{23}

9. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПТИМИЗАЦИИ

В результате решения полученного дифференциального уравнения движения механической системы были определены: закон движения первого груза, его скорость и ускорение как функции времени t . На основании этих результатов по разработанному алгоритму вычисляются значения реакций связей механической системы в зависимости от времени t . Так как значения параметров системы выбирались случайным образом, то получили, что в некоторые моменты времени натяжение нитей становятся отрицательными, а сила сцепления превышает свое предельное значение и, следовательно, математическая модель не соответствует поведению механической системы. Для устранения этой ситуации была определена область допустимых значений внутренних параметров механической системы

$$\begin{aligned} m_1^{**} = 1.3 \text{ кг} &< m_1 < m_1^{***} = 1.5 \text{ кг} \\ m_2 &< m_2^{**} = 2.1 \text{ кг} \\ m_3^* = 20 \text{ кг} &< m_3 \\ c^{***} = 1050 \text{ Н/м} &< c \end{aligned}$$

удовлетворяющих условиям

$$T_{12} \geq 0, T_{23} \geq 0 \text{ и } F_{CЦ} \leq F'_{CЦ} = |f_{CЦ} N_3|$$

В этой области предложены следующие значения указанных параметров, обеспечивающих вышеуказанные условия

$$m_1 = 1.4 \text{ кг}, \quad m_2 = 20 \text{ кг}, \quad m_3 = 20 \text{ кг}, \quad c = 2000 \text{ Н/м}$$

Результаты расчетов скорректированной механической системы представлены в виде графиков и аппроксимирующих зависимостей, иллюстрирующих изменение интересующих параметров в зависимости от времени.

Математическая модель механической системы, полученная с помощью описанных выше теорем и принципов теоретической механики, представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами вида:

$$\ddot{S} + 2n\dot{S} + k^2 S = F(t). \quad (1)$$

Найдем решение данного дифференциального уравнения.

Общее решение S неоднородного дифференциального уравнения (1) складывается из общего решения однородного уравнения S_{OD} и частного решения $S_{\text{ч}}$ неоднородного:

$$S = S_{OD} + S_{\text{ч}}.$$

Однородное дифференциальное уравнение, соответствующее данному неоднородному (1), имеет вид:

$$\ddot{S} + 2n\dot{S} + k^2 S = 0 \quad (2)$$

Решение этого уравнения ищем в виде функции

$$S = A e^{\chi t} \quad (3)$$

где A и χ — неопределенные постоянные величины.

Подставляя (3) в (2), получаем:

$$(\chi^2 + 2n\chi + k^2) A e^{\chi t} = 0.$$

Так как мы ищем нетривиальное решение, то $S = A e^{\chi t}$. Следовательно, должно выполняться условие

$$\chi^2 + 2n\chi + k^2 = 0 \quad (4)$$

Уравнение (4) называется характеристическим уравнением дифференциального уравнения (2). Это уравнение имеет два корня

$$\chi_{1,2} = -n \pm \sqrt{n^2 - k^2} \quad (5)$$

В зависимости от знака подкоренного выражения, корни характеристического уравнения могут быть комплексно-сопряженными или действительными. Возможны три случая:

- $n < k$ подкоренное выражение отрицательное, следовательно корни комплексно-сопряженные,
- $n = k$ подкоренное выражение равно нулю, корни действительные, кратные.
- $n > k$ подкоренное выражение больше нуля, корни действительные, разные.

В первом случае ($n < k$) общее решение уравнения (2) имеет вид:

$$S = (A_1 e^{i k_1 t} + A_2 e^{-i k_1 t}) e^{-nt} \quad (6)$$

где A_1, A_2 – постоянные интегрирования, $k_1 = \sqrt{k^2 - n^2}$

Решение (6), используя известные формулы Эйлера

$$\begin{aligned} e^{i k_1 t} &= \cos(k_1 t) + i \sin(k_1 t), \\ e^{-i k_1 t} &= \cos(k_1 t) - i \sin(k_1 t), \end{aligned}$$

нетрудно представить в виде:

$$S_{ОД} = A_0 e^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha_0) \quad (7)$$

где A_0, α_0 - постоянные интегрирования.

Во втором случае ($n = k$) общее решение имеет вид:

$$S_{ОД} = e^{-nt} (A_1 + A_2 t) \quad (8)$$

В третьем случае ($n > k$) общее решение имеет вид:

$$S_{ОД} = e^{-nt} (A_1 e^{k_2 t} + A_2 e^{-k_2 t}) \quad (9)$$

где $k_2 = \sqrt{n^2 - k^2}$.

Решение (9), используя так называемые гиперболические функции (гиперболические синус и косинус)

$$\begin{aligned} e^{k_2 t} &= ch(k_2 t) + sh(k_2 t), \\ e^{-k_2 t} &= ch(k_2 t) - sh(k_2 t), \end{aligned}$$

нетрудно представить в виде:

$$S_{OD} = A_0 e^{-nt} sh(k_2 t + \alpha_0) \quad (10)$$

Частное решение ищем в виде правой части дифференциального уравнения (1). В том случае, если в выражении правой части встречаются тригонометрические функции, частное решение будет иметь вид:

$$S_Q = B_1 \sin(pt) + B_2 \cos(pt) = B_0 \sin(pt + \beta_0) \quad (11)$$

где используется известное тригонометрическое соотношение

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta).$$

Тогда $B_1 = B_0 \cos(\beta_0)$, $B_2 = B_0 \sin(\beta_0)$ и окончательно

$$B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}, \quad \beta_0 = \arctg(B_2/B_1)$$

Подставляя (11) в (1), после несложных преобразований получим

$$\left[B_1(k^2 - p^2) - 2npB_2 \right] \sin(pt) + \left[2npB_1 + B_2(k^2 - p^2) \right] \cos(pt) = h_0 \sin(pt).$$

Приравнявая коэффициенты, справа и слева, при соответствующих тригонометрических функциях, получаем систему алгебраических уравнений для определения постоянных B_1 и B_2 :

$$\begin{aligned} (k^2 - p^2)B_1 - 2npB_2 &= h_0 \\ 2npB_1 - (k^2 - p^2)B_2 &= 0 \end{aligned}$$

Решая эту систему алгебраических уравнений, получаем выражения

для коэффициентов B_1, B_2 и B_0, β_0 :

$$B_1 = h_0 \frac{(k^2 - p^2)}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2} \quad B_2 = -h_0 \frac{2np}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}$$

$$B_0 = h_0 \sqrt{\frac{1}{(k^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}}; \quad \beta_0 = \arctg\left(-\frac{2np}{k^2 - p^2}\right).$$

Таким образом, решение (11) найдено.

Складывая $S_{\text{Ч}}$ и $S_{\text{ОД}}$, получаем общее решение неоднородного уравнения (1):

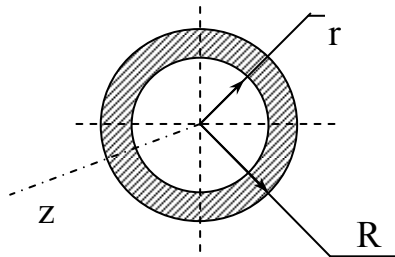
$$S = B_0 \sin(pt + \beta_0) + \begin{cases} A_0 e^{-nt} \sin(k_1 t + \alpha_0) & \text{при } n < k \\ A_0 e^{-nt} (1 + \alpha_0 t) & \text{при } n = k \\ A_0 e^{-nt} \operatorname{sh}(k_2 t + \alpha_0) & \text{при } n > k \end{cases}$$

Константы A_0 и α_0 определяются из начальных условий:

$$\text{при } t = 0 \Rightarrow S|_{t=0} = S_0, \quad \dot{S}|_{t=0} = \dot{S}_0.$$

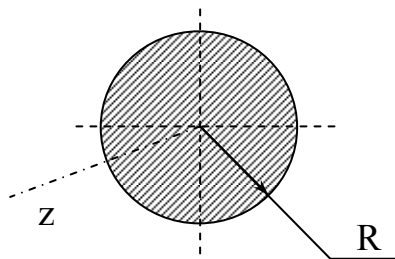
Примечание. В каждом варианте задания в зависимости от исходных данных реализуется только один из трех рассмотренных случаев. Следовательно, возможен только один из представленных выше (7), (8), (10) видов общего решения однородного дифференциального уравнения.

Применение теоремы об изменении кинетического момента и теоремы об изменении кинетической энергии связано с вычислением величины момента инерции тела относительно оси вращения. Приведём моменты инерции некоторых простейших тел.



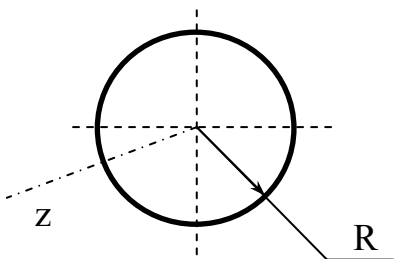
— круговое кольцо (круговой цилиндр)

$$J_{z_C} = \frac{1}{2} m (r^2 + R^2)$$



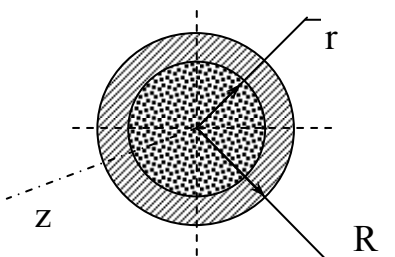
— сплошной цилиндр радиуса R

$$J_{z_C} = \frac{1}{2} m R^2$$



— тонкостенный цилиндр (труба) радиуса R

$$J_{z_C} = m R^2$$



— цилиндр с неоднородным распределением массы по сечению (i — радиус инерции)

$$J_{z_C} = m i^2$$

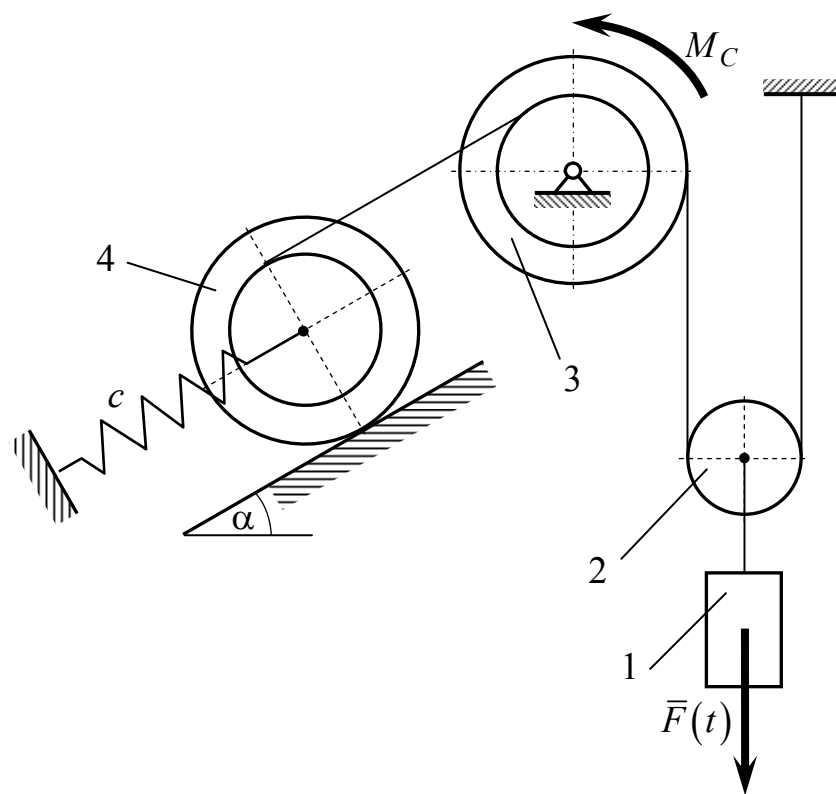


рис. 1

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3.5 r$	$2 r$	$2 r$	$4 r$	$2.5 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$3 r$	r^*	R^*	R^{**}	r^*	r^{**}	R^*	$2 r$	R^*	R^{**}

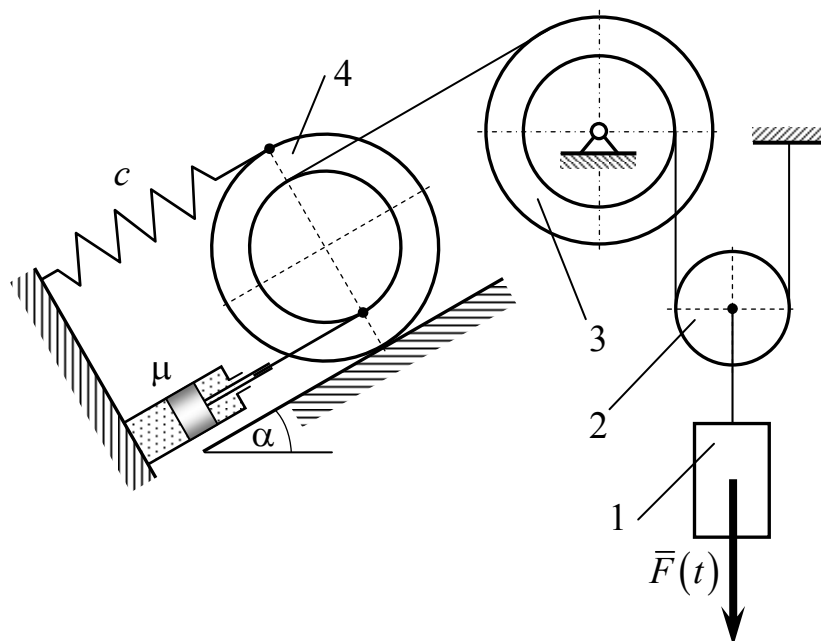


рис. 2

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

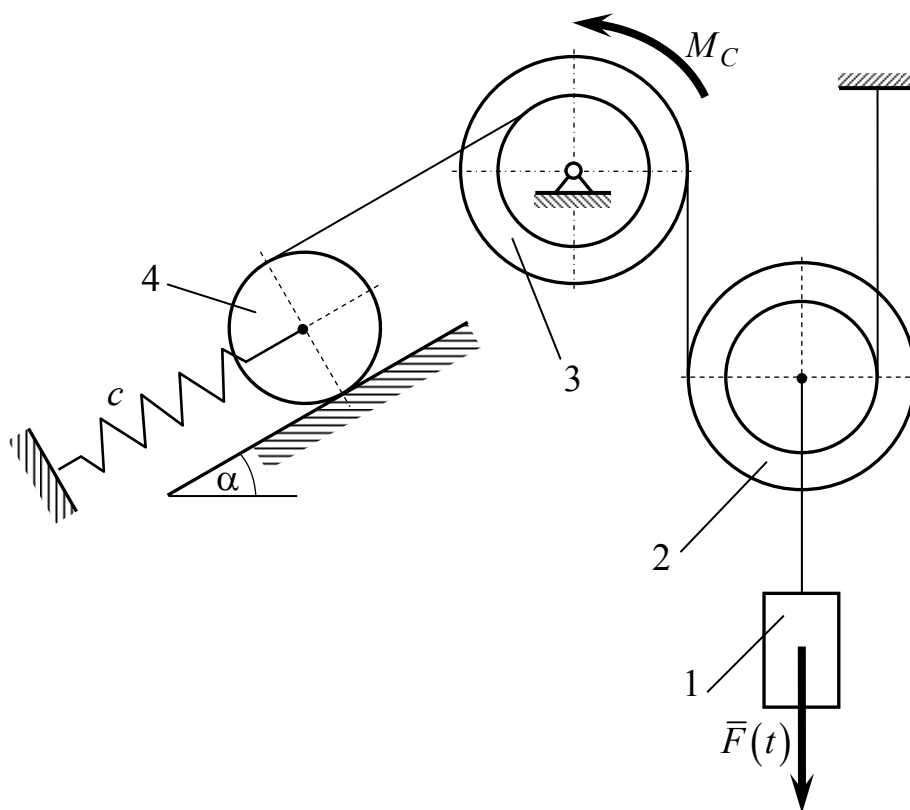


рис. 3

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

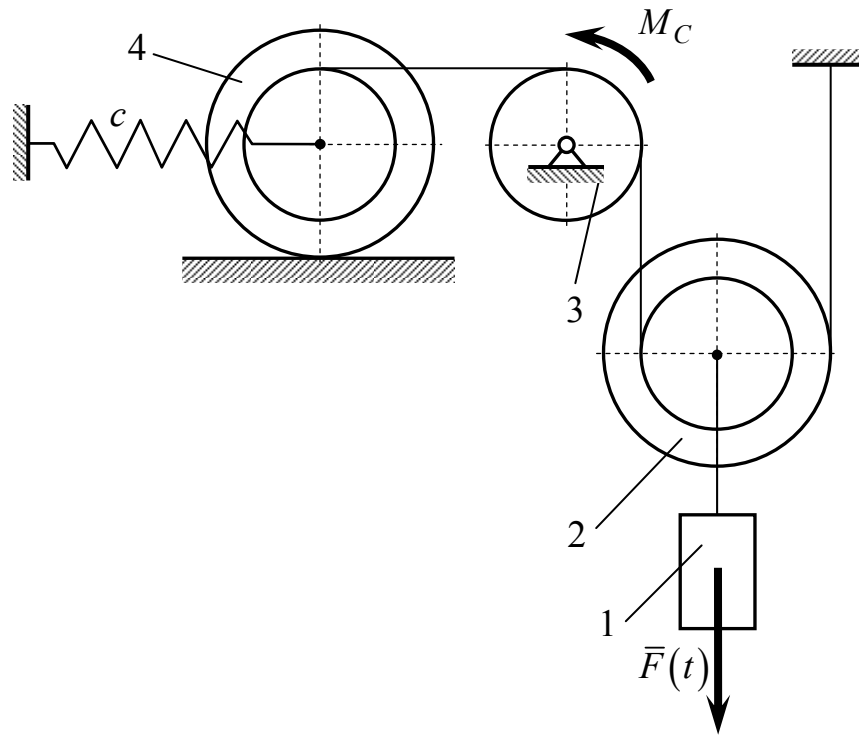


рис. 4

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

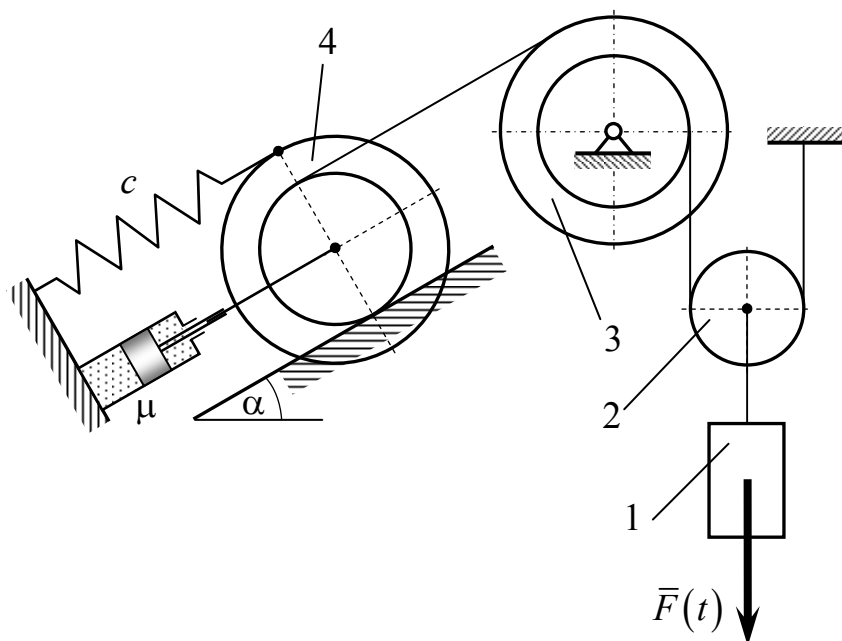


рис. 5

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$3 r$
i_4	$2 r$	R^*	r	R^{**}	$2 r$	r^*	$2 r$	r^*	r	r^{**}

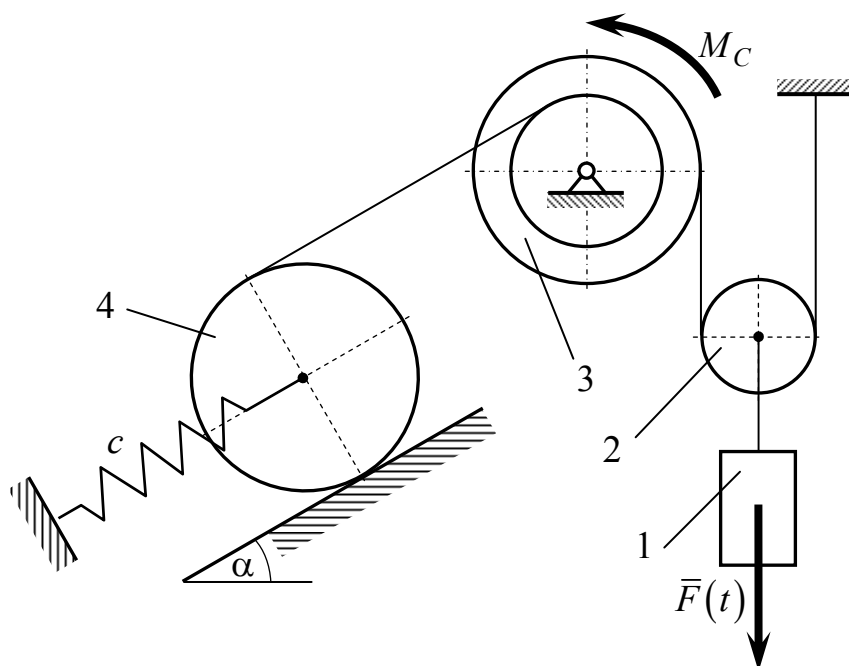


рис. 6

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

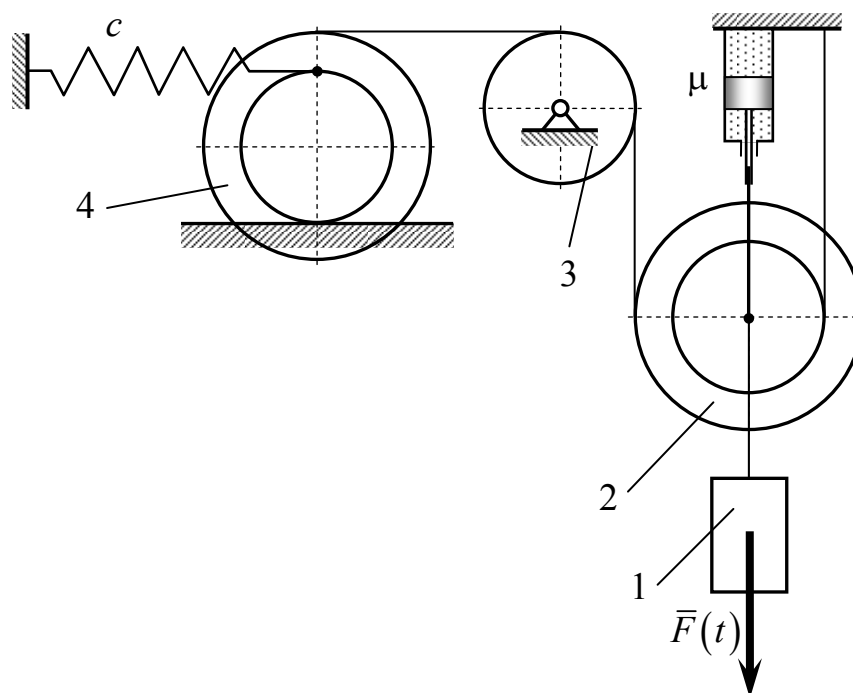


рис. 7

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

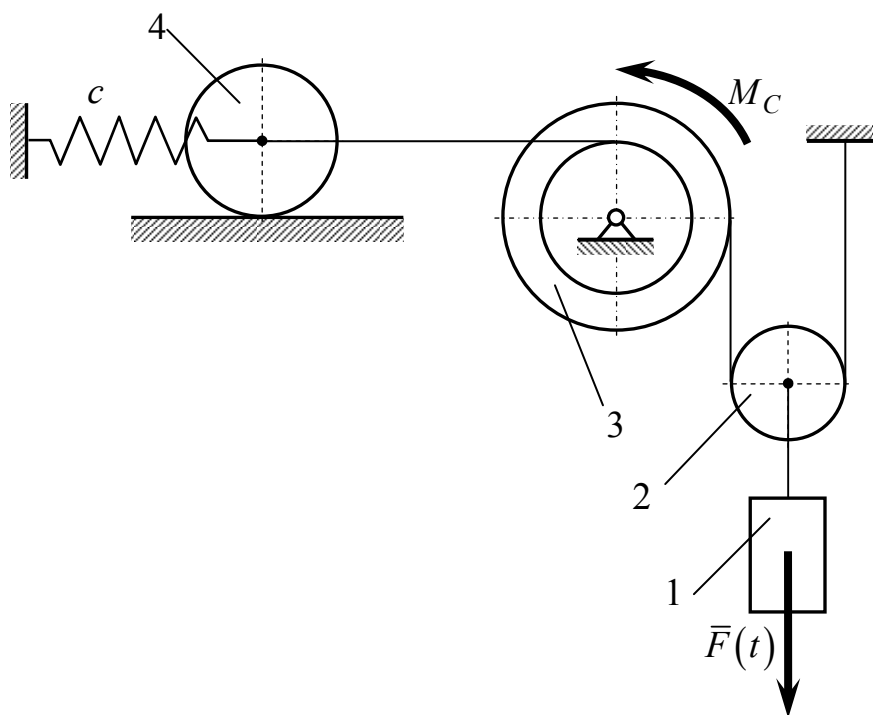


рис. 8

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

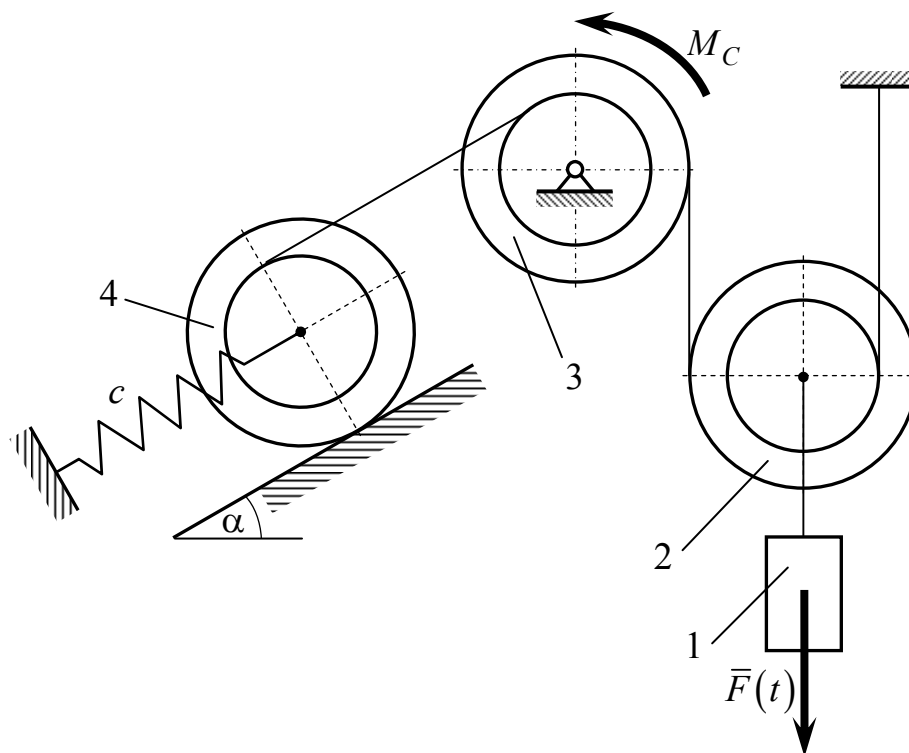


рис. 9

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

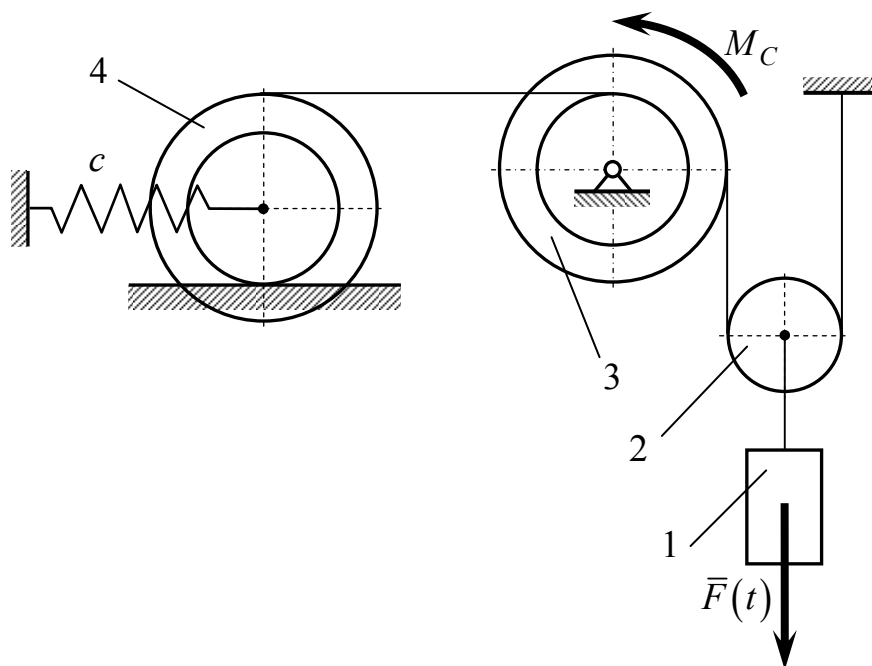


рис. 10

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

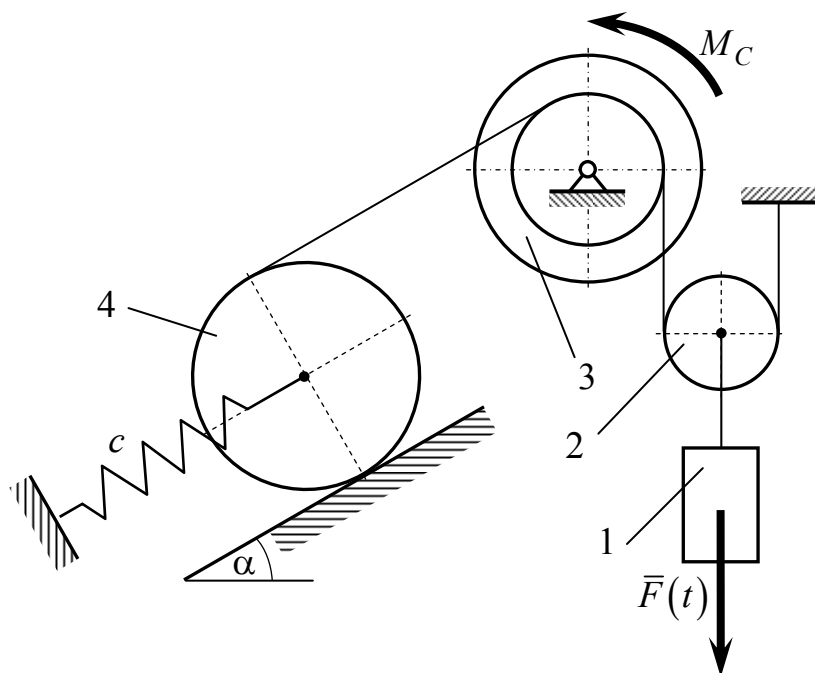


рис. 11

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

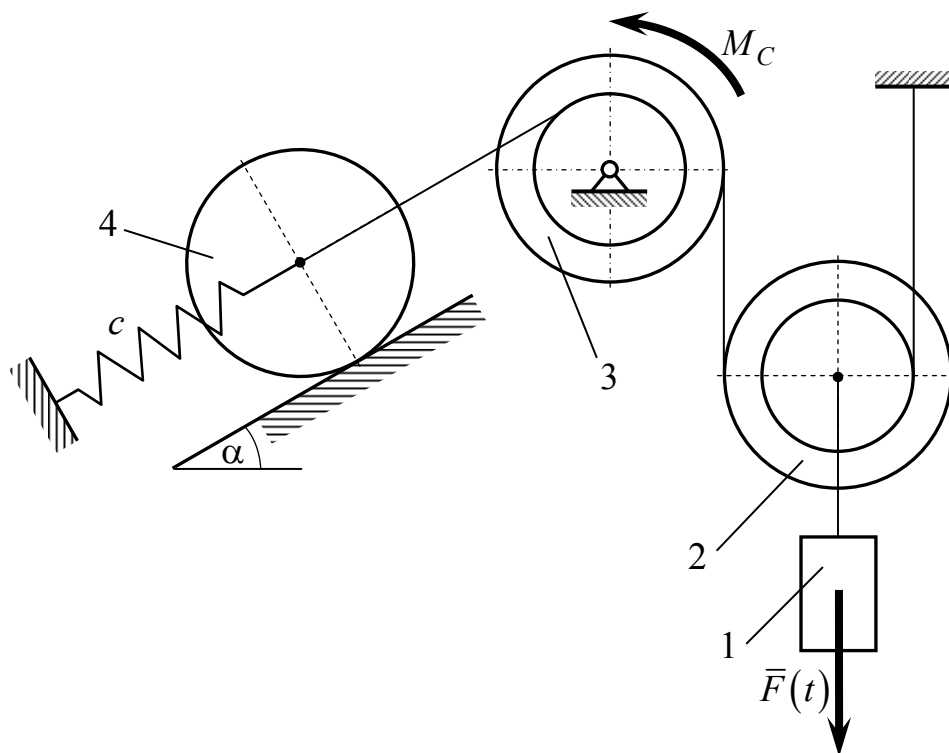


рис. 12

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

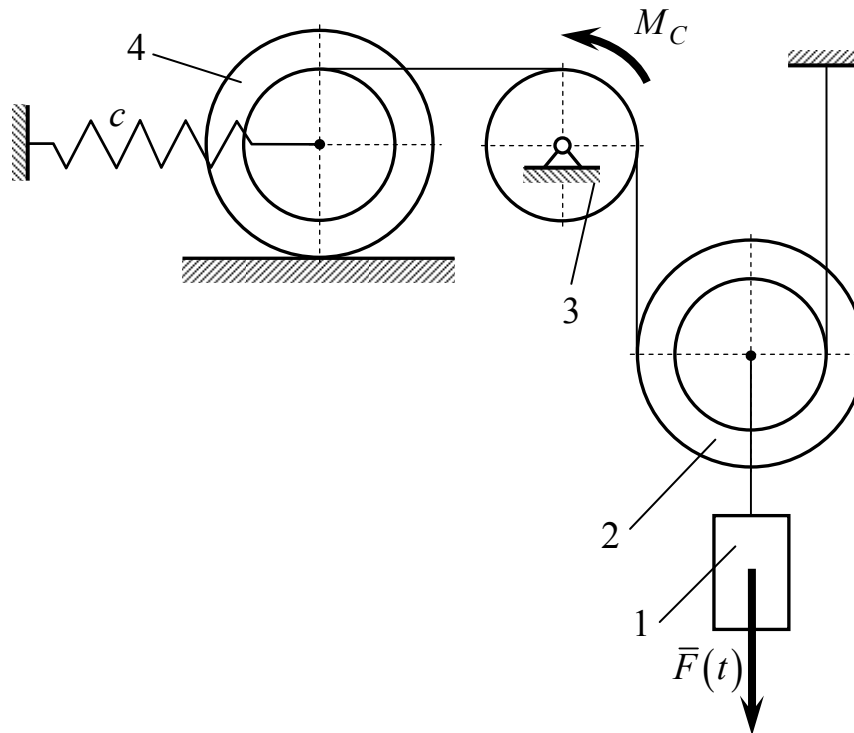


рис. 13

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

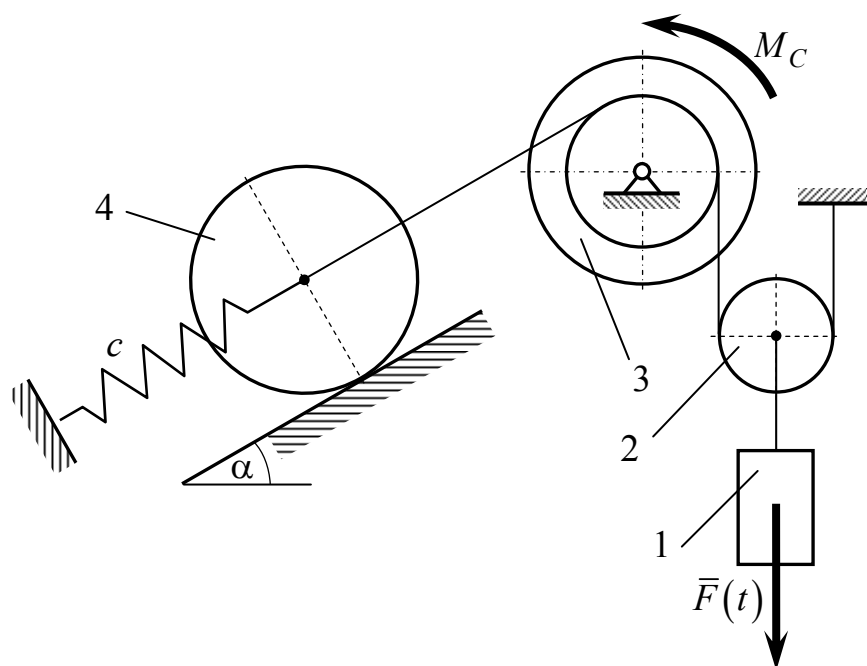


рис. 14

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

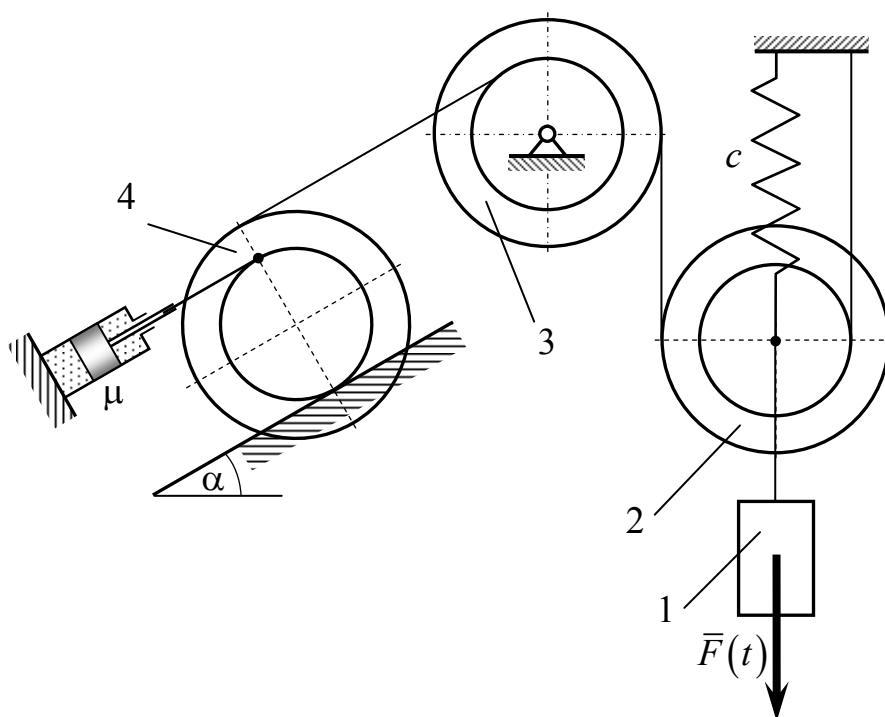


рис. 15

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

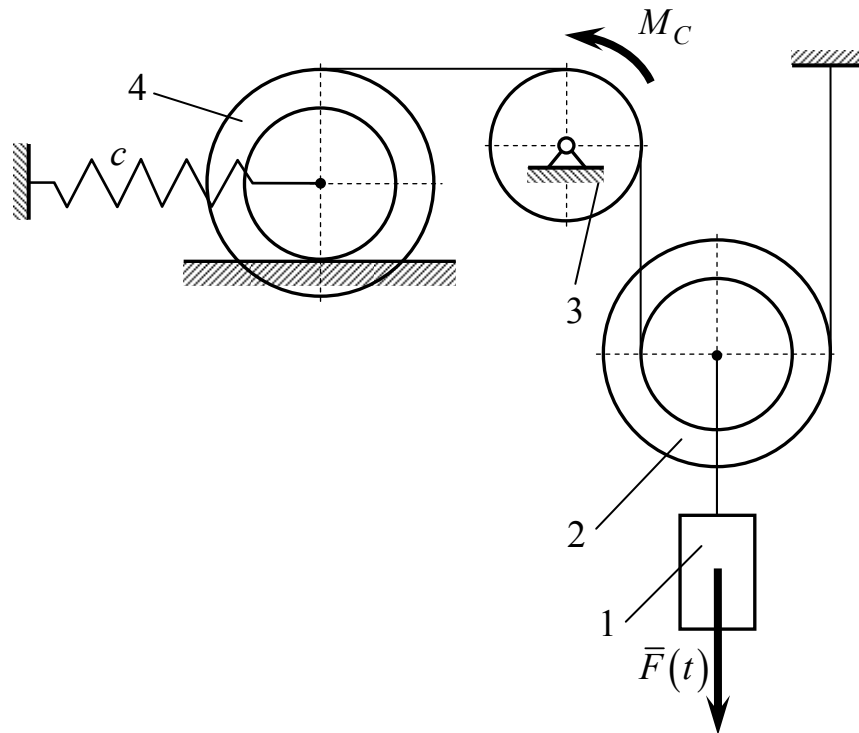


рис. 16

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$2.5 r$	$2 r$	$3 r$	$2.5 r$	$1.5 r$	$2.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

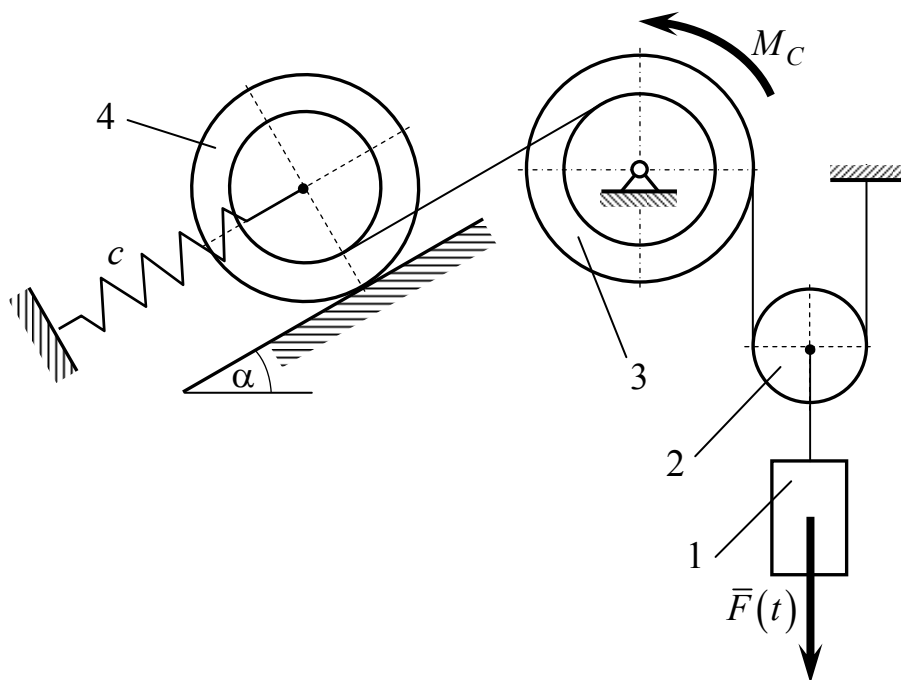


рис. 17

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

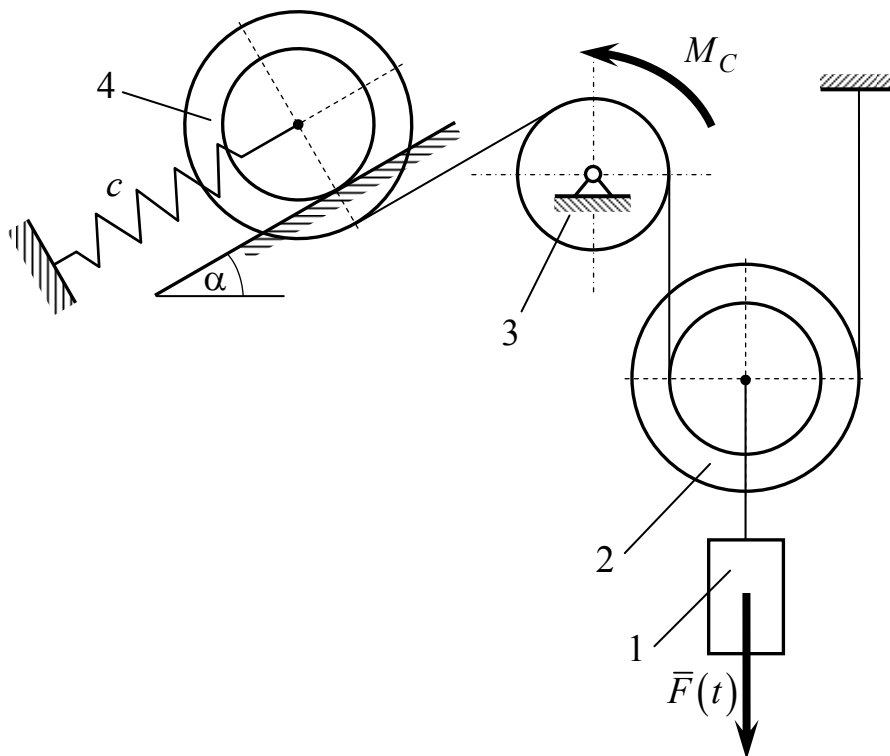


рис. 18

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	1.5 r	2 r	1.5 r	r	2 r	r	2 r	1.5 r	r
R_2	1.5r	3r	3r	2r	2r	3r	1.5r	3r	3r	2 r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	2 r	r^*	3 r	r^*	r^{**}
r_3	2 r	r	1.5 r	r	2 r	1.5 r	1.5 r	r	2 r	2 r
i_3	r^*	2 r	r^*	r^{**}	r^{**}	2 r	r^*	r	r^{**}	3 r
r_4	r	1.5 r	1.5 r	r	1.5 r	1.5 r	r	1.5 r	2 r	r
R_4	2 r	3 r	2 r	3 r	2 r	3 r	2 r	2 r	3 r	2 r
i_4	2 r	r^*	r	R^*	2 r	R^{**}	2 r	r^{**}	2.5 r	R^*

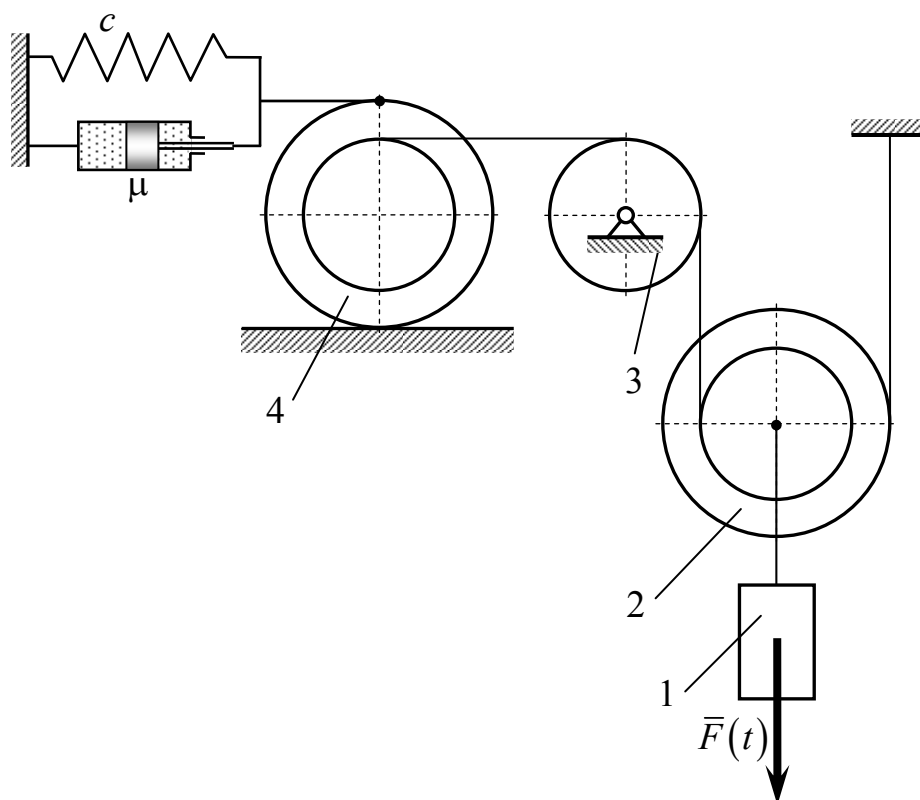


рис. 19

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

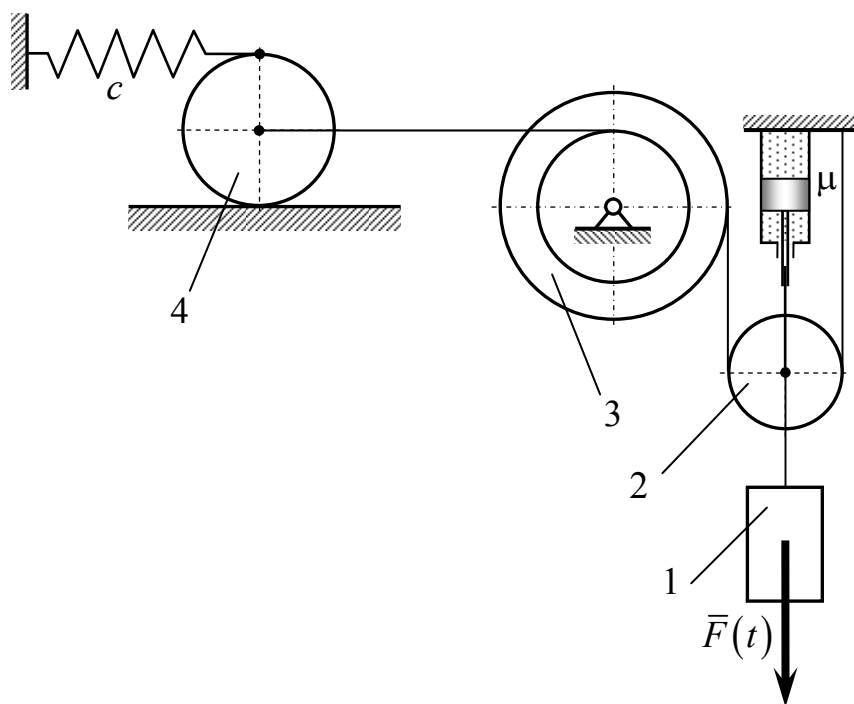


рис. 20

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

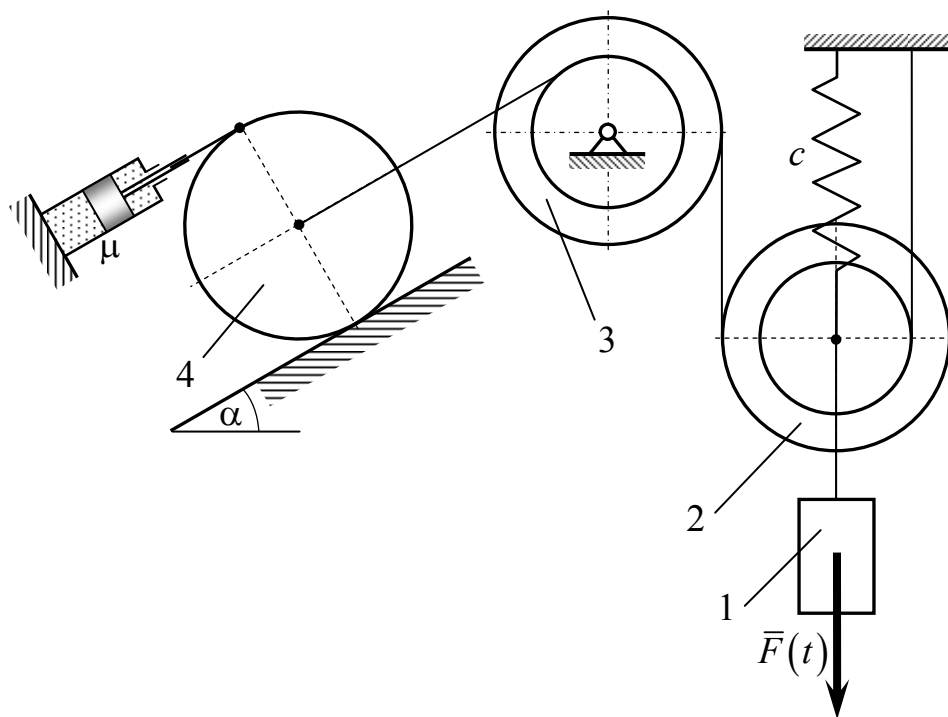


рис. 21

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

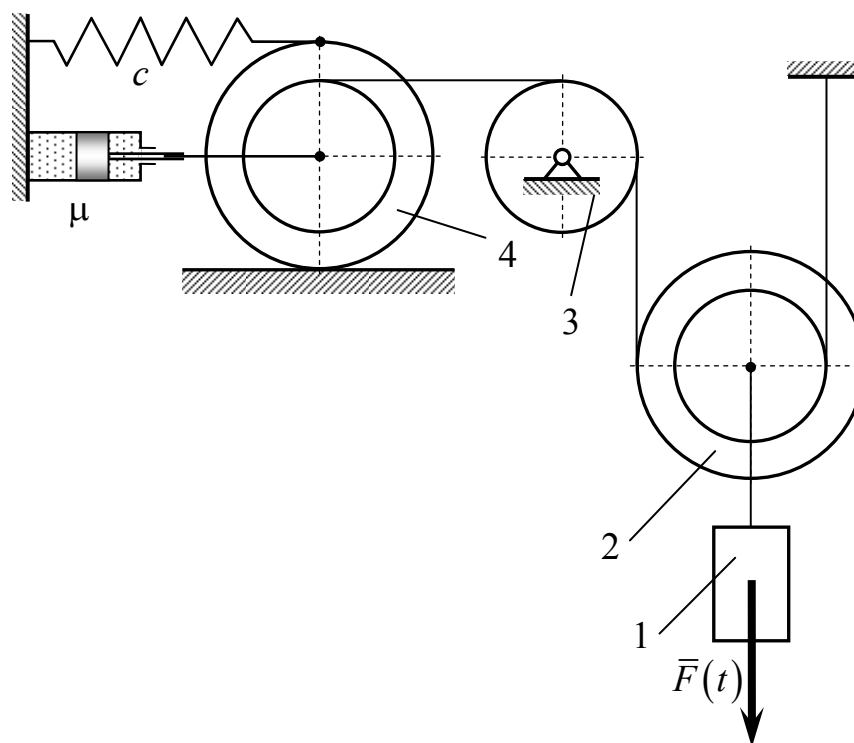
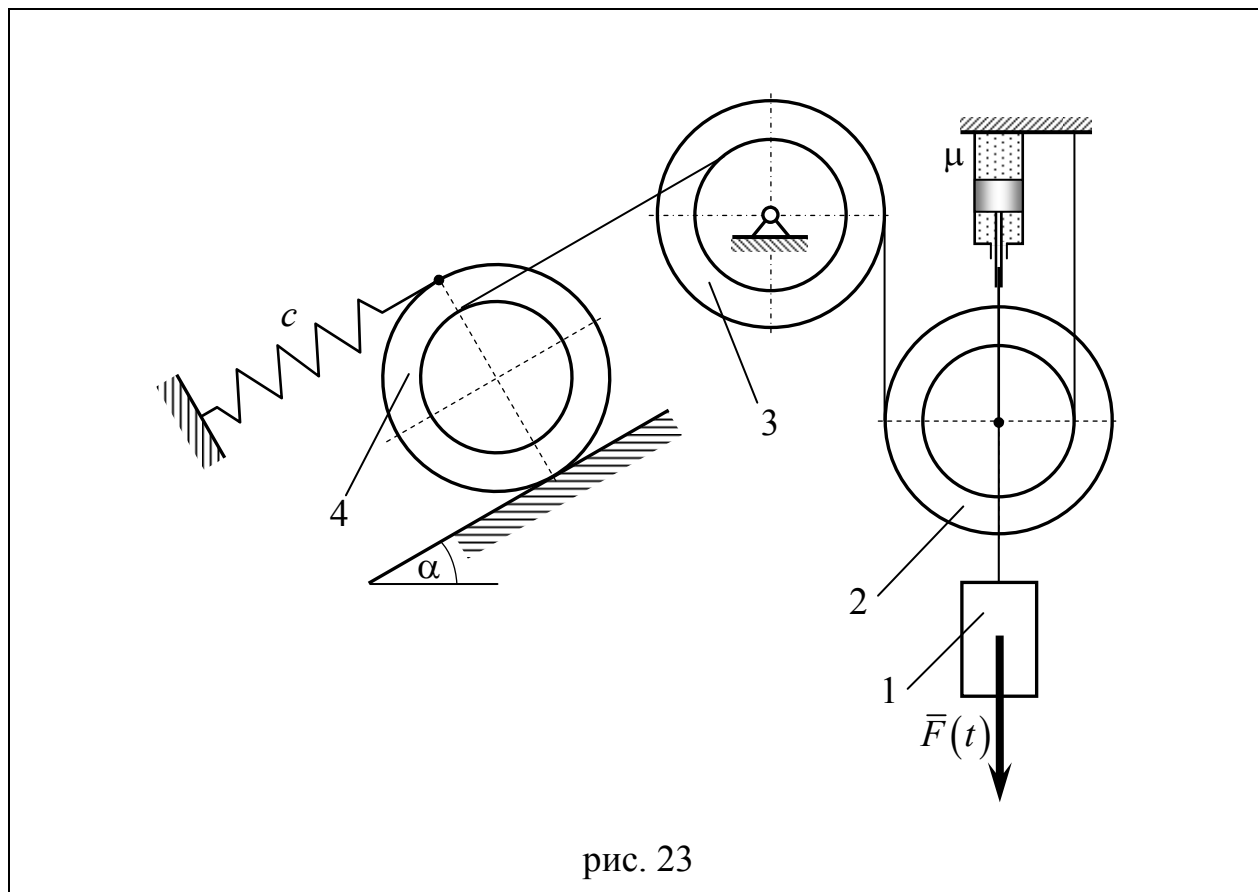


рис. 22

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*



Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

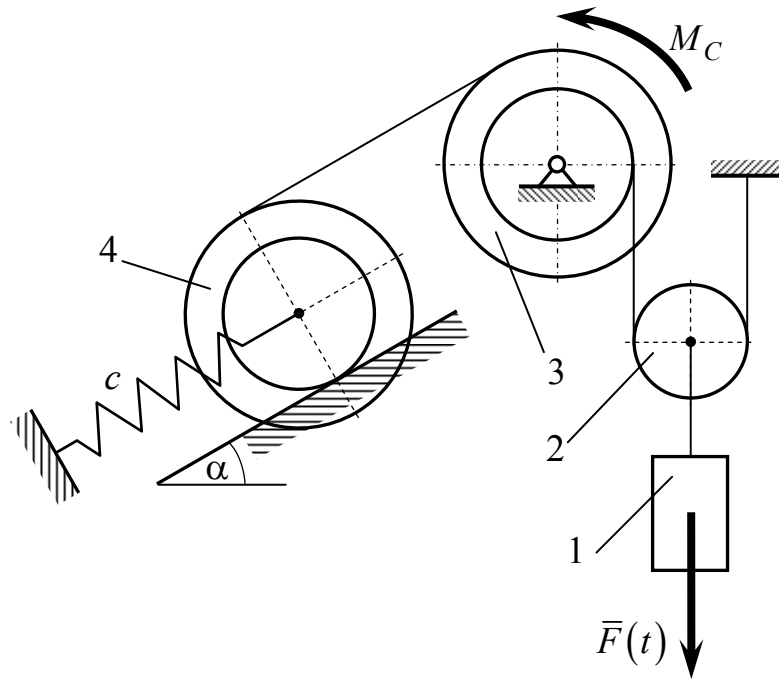


рис. 24

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$3 r$
i_4	$2 r$	R^*	r	R^{**}	$2 r$	r^*	$2 r$	r^*	r	r^{**}

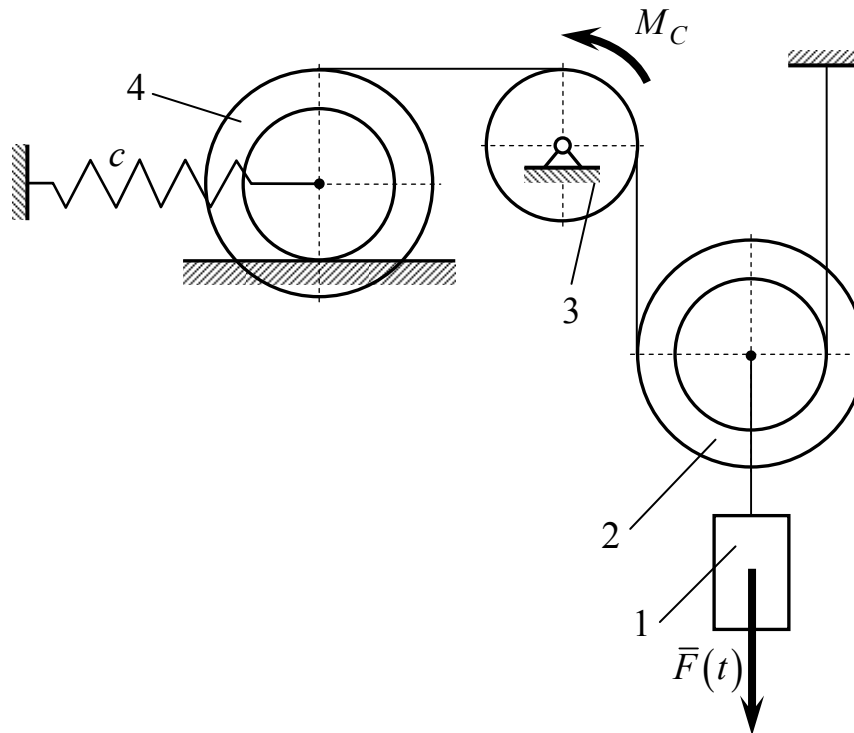


рис. 25

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

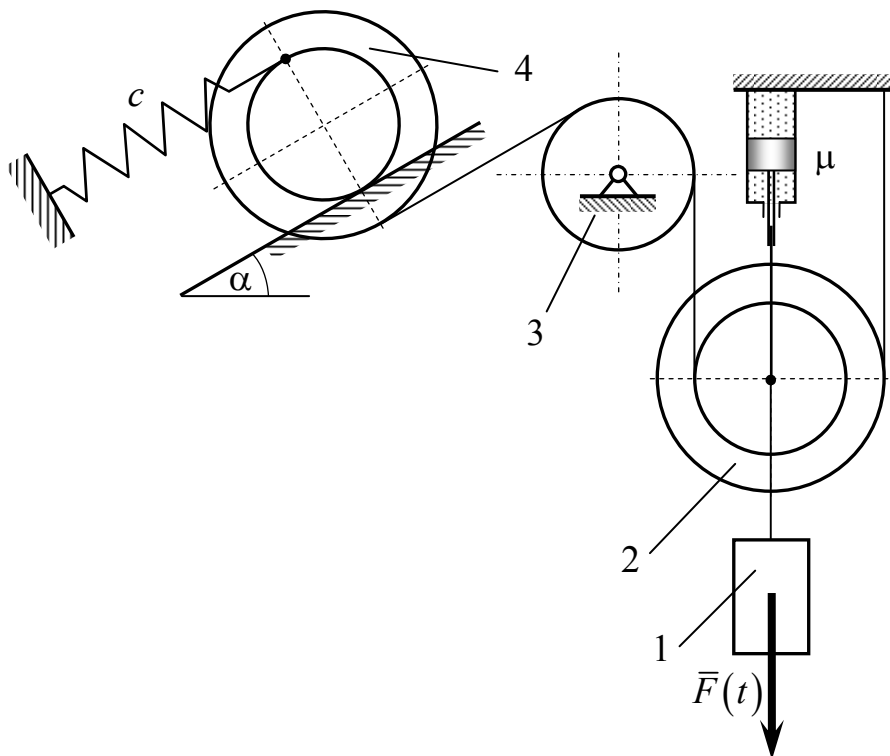


рис. 26

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

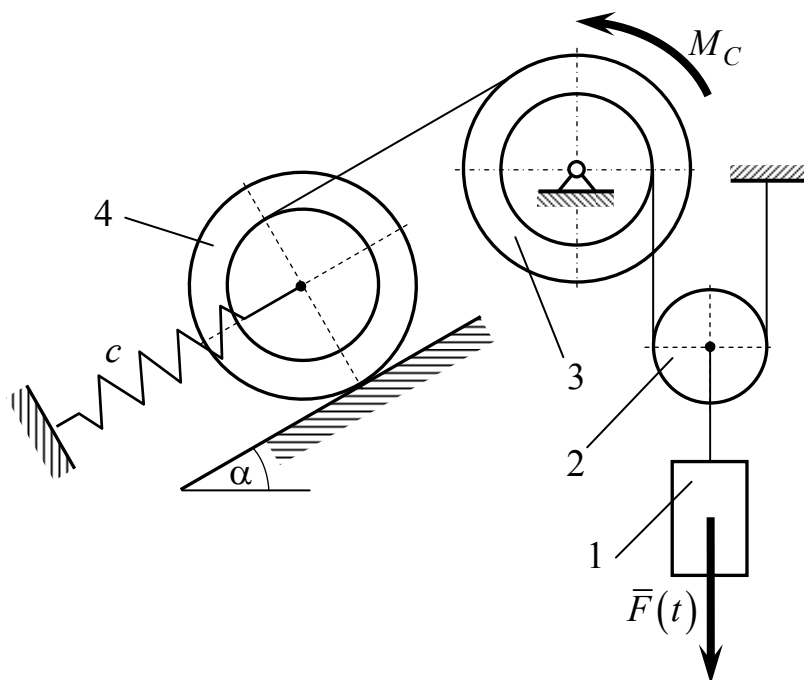


рис. 27

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

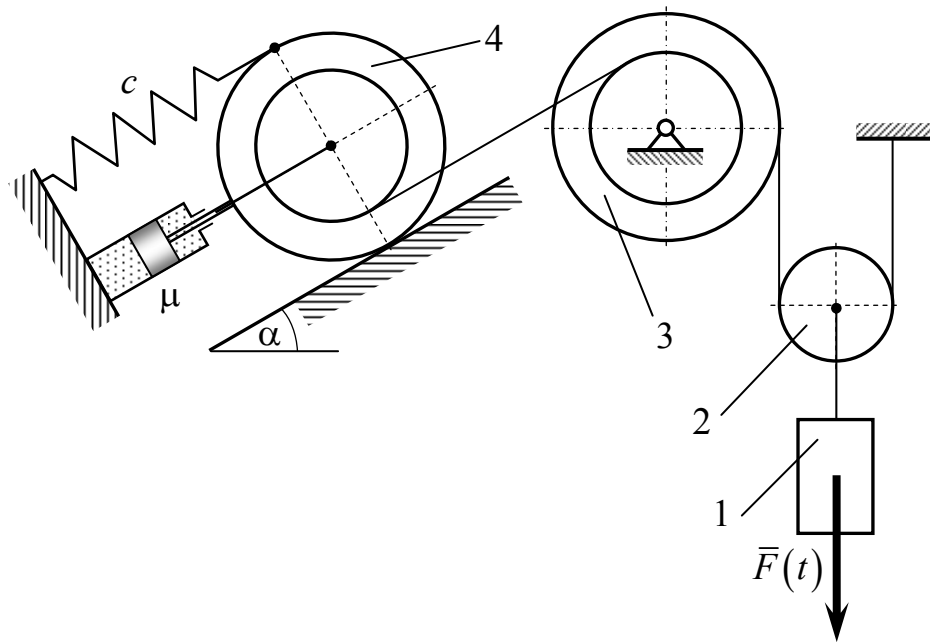


рис. 28

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

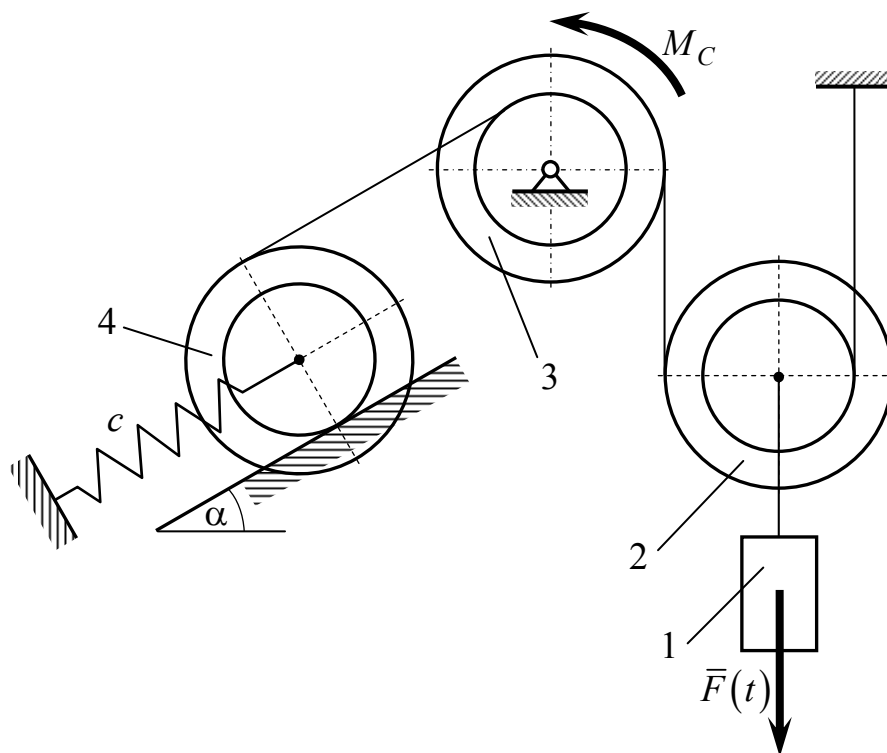


рис. 29

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
R_2	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$2 r$
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$	$2 r$	r
R_4	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	R^*	$2 r$	R^{**}	$2 r$	r^{**}	$2.5 r$	R^*

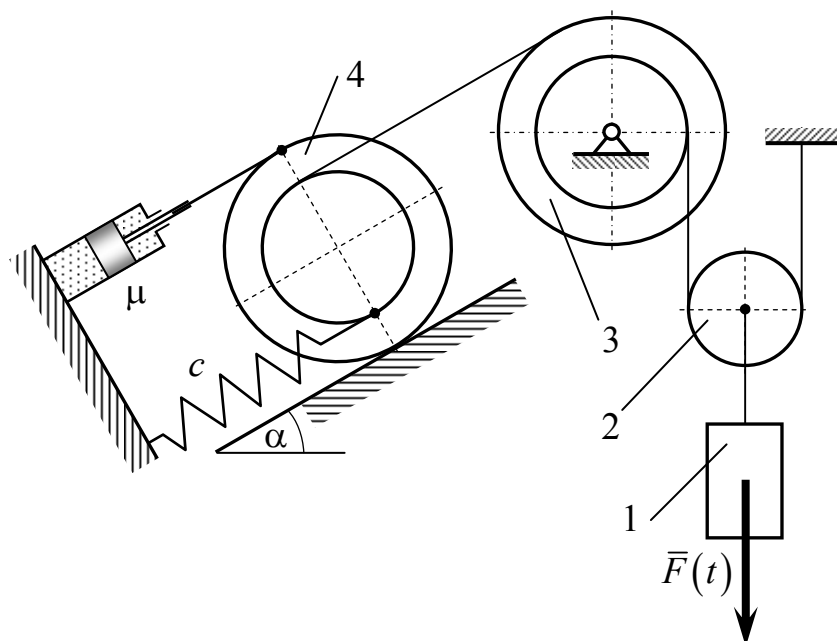


рис. 30

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_2	r	$1.5 r$	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r
i_2	r	r^*	r^{**}	r^*	r^{**}	$2 r$	r^*	$3 r$	r^*	r^{**}
r_3	$2 r$	r	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$2 r$
R_3	$3 r$	$2 r$	$2 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$3 r$	$2 r$	$4 r$	$3 r$
i_3	r^*	$2 r$	r^*	r^{**}	r^{**}	$2 r$	r^*	r	r^{**}	$3 r$
r_4	$1.5 r$	$2 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$2 r$	$1.5 r$	r	$1.5 r$
R_4	$2 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$3 r$	$1.5 r$	$3 r$	$2 r$	$1.5 r$	$2 r$
i_4	$2 r$	r^*	r	r^*	$2 r$	r^{**}	$3 r$	r^{**}	r	r^*

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Вариант	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	m	2m	m	3m	4m	2m	3m	4m	2m	m
m_3	2m	3m	4m	m	m	3m	2m	5m	4m	2m
m_4	5m	4m	5m	2m	3m	4m	m	m	5m	3m
μ , кг/с	0.5	1.0	1.5	0.75	1.25	1.0	0.75	1.25	0.5	1.5
ν , Н м с	1	0.5	0.75	1.25	1.5	2	0.5	0.75	1	1.25
c , Н/м	1500	2000	3000	3500	4000	2500	2500	2000	3500	4000
f_{cy}	0.20	0.25	0.30	0.15	0.10	0.25	0.30	0.20	0.15	0.10
F_0 , Н	50	20	30	40	60	50	40	30	20	50
p , с ⁻¹	π	2π	$\frac{5}{2}\pi$	2π	π	$\frac{3}{2}\pi$	3π	3π	$\frac{3}{2}\pi$	π
x_0 , м	0.1	0.05	0.03	0	0.02	0.06	0.07	0	0.08	0.09
$\dot{x}_0$, м/с	0.03	0	0.06	0.05	0.07	0	0.05	0.10	0.02	0
α°	30	45	60	45	60	30	45	60	30	45

Во всех вариантах задания принять:

$$m = 1 \text{ кг},$$

$$r = 0.10 \text{ м}.$$

На груз 1 действует возмущающая сила $F(t) = F_0 \sin(pt)$.

На блок действует момент сопротивления $M_c = -\mu \omega$.

r^* — сплошной однородный цилиндр радиуса " r_k ",

r^{**} — масса цилиндра распределена по ободу радиуса " r_k ",

R^* — сплошной однородный цилиндр радиуса " R_k ",

R^{**} — масса цилиндра распределена по ободу радиуса " R_k ".

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ
ФГБОУ ВПО ТУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра теоретической механики

КУРСОВАЯ РАБОТА
ПО РАЗДЕЛУ "ДИНАМИКА"
«ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ»

Вариант № 10

Выполнил: студент гр. 660002 Иванов И.И., шифр 146810

Научный руководитель: доцент Сидоров С.С.

Тула, 2010

АННОТАЦИЯ.

Исследуется движение механической системы с одной степенью свободы, на которую действуют момент сопротивления $M_C = -\mu \omega$ и возмущающая гармоническая сила $F(t)$. Трением качения и скольжения пренебрегаем. Качение катков происходит без скольжения, проскальзывание нитей на блоках отсутствует. Требуется, используя основные теоремы динамики системы и аналитические методы теоретической механики, определить закон движения первого тела и реакции внешних и внутренних связей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Аннотация	3 с
Схема механизма и данные для выполнения задания	4 с
1 Вывод дифференциального уравнения движения с использованием теоремы об изменении кинетической энергии механической системы	5 с
2 Определение закона движения системы	...с
3 Определение реакций внешних и внутренних связей	...с
4 Составление дифференциального уравнения движения механизма с помощью принципа Даламбера-Лагранжа	...с
5 Составление дифференциального уравнения движения механизма с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода	...с
7 Результаты вычислений	...с
8 Исследование и оптимизация механической системы	...с
9 Результаты исследований	...с

Учебное издание

В.Д. Бертяев, Л.А. Булатов, О.А. Ткач

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ**

Учебное пособие

Авторское редактирование

Изд. лиц. ЛР № 020300 от 12.02.97. Подписано в печать 20.06.10

Формат бумаги 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 4.8, Уч. – изд. л. 5.8.

Тираж 250 экз. Заказ № ____

Оригинал-макет отпечатан на кафедре «Теоретическая механика»
Тульского государственного университета

Тульский государственный университет
300600, Тула, просп. Ленина, 92.

Отпечатано в издательстве ТулГУ
300012, г. Тула, просп. Ленина, 95.