Вариант: 7828

Задача № 1

Условие задачи.

Для плоской фермы, состоящей из трёх деформируемых стержней и абсолютно жесткого тела, требуется:

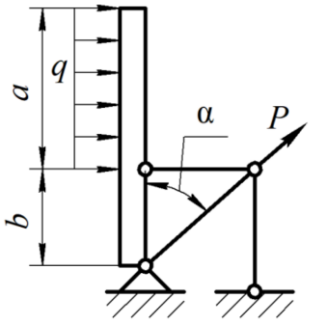
1) определить усилия в деформируемых стержнях (в долях ql);

2) из расчёта на прочность найти площади поперечных сечений стержней;

3) учитывая, что каждый стержень фермы состоит из двух одинаковых равнополочных уголков, подобрать по ГОСТ 8509-93 соответствующий номер профиля.

Исходные данные

7		**8**	**2**		**8**	
b/l	Материал	P, кН	a/l	α, град	Схема	β, град
3	Ст. 5	170	1	30	VIII	-



Заданная схема

Принять: $l = 50$ см $= 500$ мм;

$q = 200$ кН/м $= 200$ Н/мм;

$[n] = 1{,}4$.

Остальные данные из приложений: $\sigma_T = 240$ МПа.

Решение.

По исходным данным имеем:

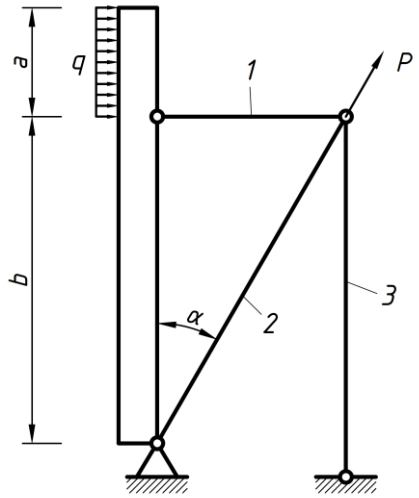
$$b = 3l;\ P = 170 \text{ кН};\ a = l;\ \alpha = 30°.$$

Выразим сосредоточенную силу P в долях ql:

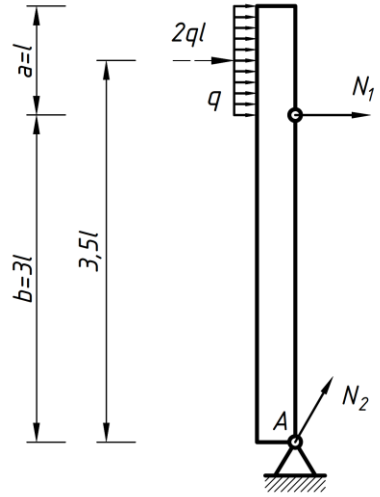
$$1ql = 200 \cdot 500 = 100000 \text{ Н} = 100 \text{ кН};$$

$$\frac{P}{1ql} = \frac{170}{100} = 1{,}7 \rightarrow P = 1{,}7ql.$$

По исходным данным составим расчетную схему фермы.



Рассмотрим равновесие абсолютно жёсткого тела. По методу сечений вдоль стержня 1 будет действовать неизвестная нормальная сила N_1.



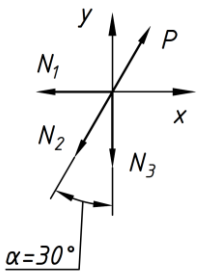
Составим уравнение моментов относительно точки A:

$$\sum mom_A = -N_1 \cdot 3l - ql \cdot 3{,}5l = 0.$$

Отсюда:

$$N_1 = \frac{-3{,}5ql^2}{3l} = -1{,}167ql.$$

Рассмотрим равновесие стержневой системы.



Составим уравнение проекций сил на оси x и y:

$$\sum x = -N_1 - N_2 \cdot \sin(\alpha) + P \cdot \sin(\alpha) = 0;$$

$$\sum y = -N_2 \cdot \cos(\alpha) - N_3 + P \cdot \cos(\alpha) = 0.$$

Отсюда:

$$N_2 = P - \frac{N_1}{\sin(\alpha)} = 1{,}7ql - \frac{-1{,}167ql}{\sin(30°)} = 4{,}033ql;$$

$$N_3 = (P - N_2) \cdot \cos(\alpha) = (1{,}7ql - 4{,}033ql) \cdot \cos(30°) = -2{,}021ql.$$

Из расчета на прочность найдем площади поперечных сечений стержней:

$$F_1 \geq \frac{N_1[n]}{\sigma_T} = \frac{1{,}167ql[n]}{\sigma_T} = \frac{1{,}167 \cdot 200 \cdot 500 \cdot 1{,}4}{240} = 680{,}75 \text{ мм}^2;$$

$$F_2 \geq \frac{N_2[n]}{\sigma_T} = \frac{4{,}033ql[n]}{\sigma_T} = \frac{4{,}033 \cdot 200 \cdot 500 \cdot 1{,}4}{240} = 2352{,}59 \text{ мм}^2;$$

$$F_3 \geq \frac{N_3[n]}{\sigma_T} = \frac{2{,}021ql[n]}{\sigma_T} = \frac{2{,}021 \cdot 200 \cdot 500 \cdot 1{,}4}{240} = 1178{,}92 \text{ мм}^2.$$

Минимально необходимые площади поперечных сечений уголков для стержней:

$$F_1^{\text{уг}} \geq \frac{F_1}{2} = \frac{680{,}75}{2} = 340{,}38 \text{ мм}^2 = 3{,}4038 \text{ см}^2;$$

$$F_2^{\text{уг}} \geq \frac{F_2}{2} = \frac{2352{,}59}{2} = 1176{,}30 \text{ мм}^2 = 11{,}7630 \text{ см}^2;$$

$$F_3^{\text{уг}} \geq \frac{F_3}{2} = \frac{1178{,}92}{2} = 589{,}46 \text{ мм}^2 = 5{,}8946 \text{ см}^2.$$

Профили равнобоких уголков для стержней по ГОСТ 8509-93:

- 1-ый стержень – профиль №4,5; уголок $45 \times 45 \times 4$; $F = 3{,}48$ см^2;
- 2-ой стержень – профиль №9; уголок $90 \times 90 \times 7$; $F = 12{,}28$ см^2;
- 3-ий стержень – профиль №6,3; уголок $63 \times 63 \times 5$; $F = 6{,}13$ см^2.