Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Н. А. Каратаева

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Дискретная обработка сигналов и цифровая фильтрация

Методические указания по выполнению курсовой работы

Томск
2018

Корректор: А. Н. Миронова

Каратаева Н. А.

Радиотехнические цепи и сигналы. Дискретная обработка сигналов и цифровая фильтрация : методические указания по выполнению курсовой работы / Н. А. Каратаева. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2018. – 79 с.

В пособие внесены изменения в 2020 г.

© Каратаева Н. А., 2018
© Оформление.
ФДО, ТУСУР, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 5
1 Задание 6
1.1 Задание на первую часть курсовой работы 6
1.2 Задание на вторую часть курсовой работы 7
2 Исходные данные к курсовой работе 9
2.1 Перечень исходных данных 9
2.2 Расчёт шифров 9
2.3 Табличное представление исходных данных и шифров 11
2.4 Пример выбора исходных данных по шифрам 32
3 Примерное содержание курсовой работы 33
3.1 Аналоговая обработка сигнала 33
3.2 Анализ аналоговой линейной электрической цепи 33
3.3 Расчет и построение отклика на выходе аналоговой ЛЭЦ 33
3.4 Дискретная обработка аналогового сигнала 33
3.5 Синтез цифровых фильтров по заданной аналоговой ЛЭЦ 34
3.6 Синтез рекурсивных цифровых фильтров по классическому НЧ-прототипу 35
3.7 Синтез трансверсальных цифровых фильтров методом оконных функций 35
4 Указания по оформлению курсовой работы 37
Литература 38
Приложение А Пример выполненной курсовой работы 40
А.1 Титульный лист 40
А.2 Содержание 41
А.3 Введение 44
А.4 Спектральный анализ аналогового сигнала 46
А.5 Анализ аналоговой линейной электрической цепи 53

А.6 Дискретизация аналогового сигнала 58
А.7 Синтез цифрового фильтра методом инвариантности импульсной характеристики 65
А.8 Синтез цифрового фильтра методом билинейного *Z*-преобразования 70
А.9 Синтез цифрового полосового фильтра Чебышева 73
А.10 Проверка результатов расчётов с помощью компьютерной системы визуализации результатов моделирования цифровых фильтров 79

ВВЕДЕНИЕ

Одним из новых и перспективных направлений современной обработки радиосигналов является цифровая фильтрация. В ее основе лежит преобразование аналоговых сигналов в последовательность чисел и обработка этой последовательности в цифровом вычислительном устройстве, роль которого может играть как универсальная ЭВМ, так и специализированный цифровой процессор.

Применение в радиоэлектронике цифровой фильтрации открывает дополнительные возможности при обработке сигналов. В частности, могут быть реализованы сложные алгоритмы фильтрации, которые аналоговыми методами в ряде случаев вообще не удается осуществить. С другой стороны, возможен синтез в цифровой форме аналогов известных радиотехнических устройств различного функционального назначения, а именно фильтров, преобразователей частоты, детекторов и т. п.

Выполнение курсовой работы имеет цель привить студентам практические навыки в области дискретной и цифровой обработки сигналов на примере решения конкретной задачи, включающей в себя элементы как синтеза, так и анализа цифрового фильтра.

Задание на курсовую работу состоит из двух частей. Первая часть включает подготовку аналогового сигнала к цифровой обработке. Вторая часть содержит синтез и анализ цифрового фильтра в двух вариантах ***по выбору студента***.

1 ЗАДАНИЕ

1.1 Задание на первую часть курсовой работы

1.1.1 Дискретизировать заданный шифром N_1N_2 (табл. 2.1) сигнал и восстановить аналоговый сигнал, используя ряд Котельникова. При определении наивысшей частоты спектра сигнала использовать пороговый критерий (для $f > f_{max}$ амплитуды спектральных составляющих не превышают уровня 0.1 от максимальной).

1.1.2 Рассчитать спектр дискретной последовательности, определенной в пункте 1.1. Построить график.

1.1.3 Найти *Z*-преобразование найденной в пункте 1.1.1 дискретной последовательности.

1.1.4 Определить дискретное преобразование Фурье (ДПФ) той же дискретной последовательности. Построить график. Восстановить аналоговый сигнал, используя тригонометрический ряд Фурье.

1.1.5 По результатам пункта 1.1.4 найти исходную дискретную последовательность. Построить график.

1.1.6 Произвести сравнение результатов вычислений:

1) сравнить форму спектра дискретизированной последовательности со спектром исходного аналогового сигнала;

2) установить связь между:

а) результатом *Z*-преобразования и спектральной плотностью дискретной последовательности;

б) между спектром исходного периодического аналогового сигнала и дискретными отсчетами его спектральной плотности.

1.2 Задание на вторую часть курсовой работы

Вариант I

1.2.1 Для заданной шифром N_5N_6 (табл. 2.3) аналоговой линейной электрической цепи найти операторное выражение передаточной функции $K(p)$ и импульсную характеристику $g(t)$.

1.2.2 Осуществить синтез цифровой цепи методом билинейного Z-преобразования по найденной в пункте 1.2.1 $K(p)$. Построить схему алгоритма цифрового фильтра (ЦФ).

1.2.3 Произвести синтез ЦФ с помощью метода инвариантности импульсной характеристики (ИИХ) по найденной в пункте 1.2.1 $g(t)$. Построить схему алгоритма ЦФ.

1.2.4 Найти отклик ЦФ в виде выходной дискретной последовательности на входную дискретную последовательность, полученную в пункте 1.1.1, на основе выполнения пунктов 1.2.2 или 1.2.3 с помощью обратного Z-преобразования либо с помощью алгоритма свертки (по выбору студента).

1.2.5 Сделать выводы о сравнении методов синтеза по трудоемкости, сложности конечного результата, о физической достоверности полученной формы отклика в реальных условиях прохождения дискретного сигнала через синтезированную цепь.

Вариант II

1.3.1 Синтезировать заданный шифром N_7N_8 (табл. 2.4) цифровой фильтр с бесконечной (БИХ) или конечной (КИХ) импульсной характеристикой требуемого назначения: фильтр нижних частот (ФНЧ), фильтр верхних частот (ФВЧ), полосовой фильтр (ПФ) или режекторный фильтр (РФ).

Метод синтеза цифрового фильтра, тип аппроксимации амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и наименование оконной функции также заданы шифром N_7N_8 (табл. 2.4).

Параметры затухания $A_п$ и $A_з$, характеризующие неравномерность АЧХ цифровых фильтров и нормированные граничные частоты полос пропускания $\widehat{\omega}_п$ и заграждения $\widehat{\omega}_з$, заданы шифром N_9N_{10} (табл. 2.5–2.8).

1.3.2 Рассчитать частотные (амплитудно-частотную и фазочастотную) характеристики синтезированного цифрового фильтра.

1.3.3 Рассчитать временные (импульсную и переходную) характеристики синтезированного цифрового фильтра.

1.3.4 Определить вид дискретного сигнала на выходе фильтра при воздействии на его вход последовательности отсчетов заданного входного сигнала $x(t)$.

2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

2.1 Перечень исходных данных

Исходными данными являются:

- графическая модель аналогового сигнала (табл. 2.1);
- временная структура аналогового сигнала (табл. 2.2);
- модель линейной электрической цепи (табл. 2.3);
- вариант цифрового фильтра (табл. 2.4);
- параметры затухания и граничные частоты цифрового фильтра нижних частот (ФНЧ) (табл. 2.5);
- параметры затухания и граничные частоты цифрового фильтра верхних частот (ФВЧ) (табл. 2.6);
- параметры затухания и граничные частоты цифрового полосового фильтра (ПФ) (табл. 2.7);
- параметры затухания и граничные частоты цифрового режекторного фильтра (РФ) (табл. 2.8).

2.2 Расчёт шифров

Выбор шифра осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$NN = (K \times N) \text{ div } 100,$$

где NN – искомый шифр,

N – общее количество вариантов,

div – целочисленное деление,

при $V = 0$ выбирается максимальный вариант,

K – код варианта.

Пример расчёта шифров на основании кода варианта 37:

$$N_1N_2 = \frac{37 \cdot 66}{100} = 24,4; \quad N_1N_2 = 24.$$

$$N_3N_4 = \frac{37 \cdot 39}{100} = 14,4; \quad N_3N_4 = 14.$$

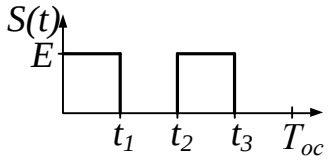
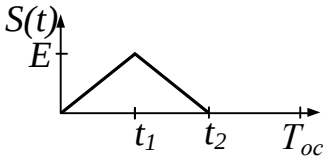
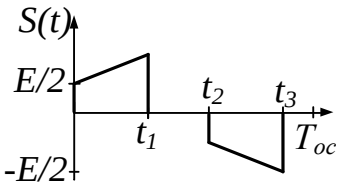
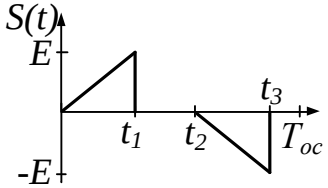
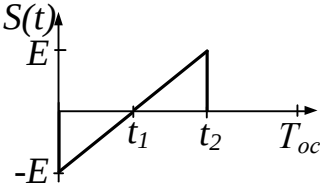
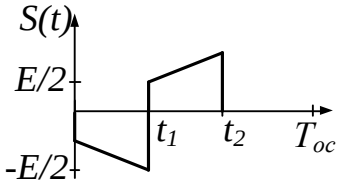
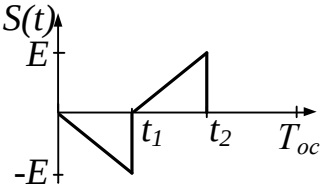
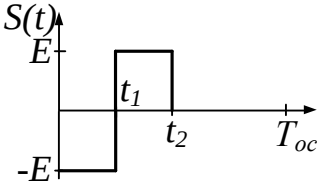
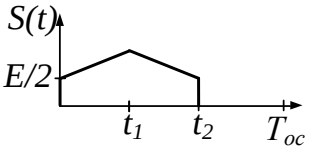
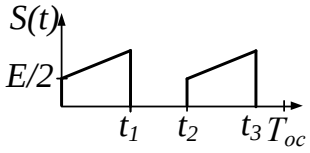
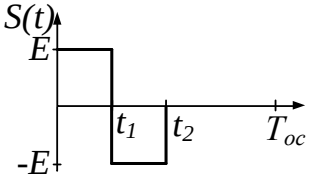
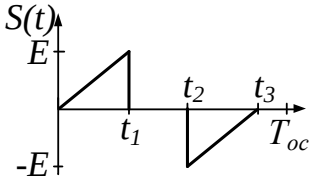
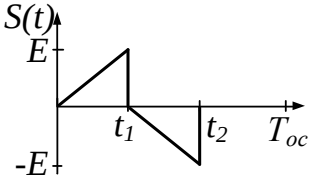
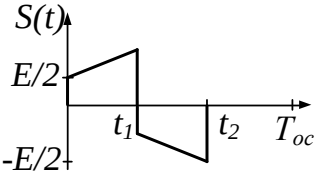
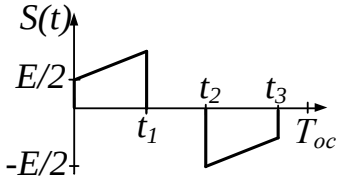
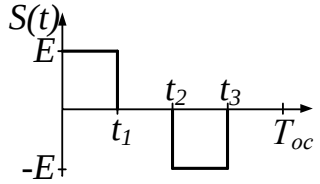
$$N_5N_6 = \frac{37 \cdot 43}{100} = 15,9; \quad N_5N_6 = 15.$$

$$N_7N_8 = \frac{37 \cdot 32}{100} = 11,8; \quad N_7N_8 = 11.$$

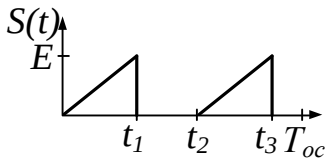
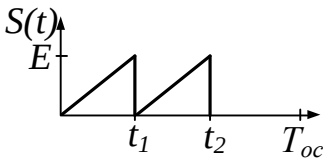
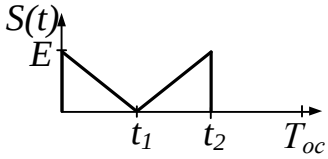
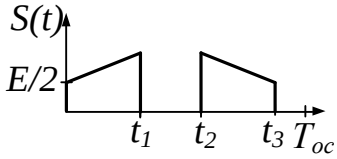
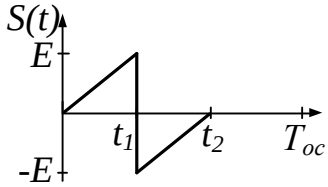
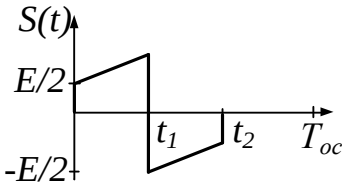
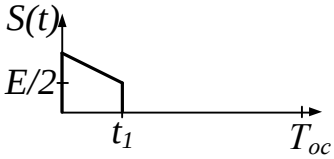
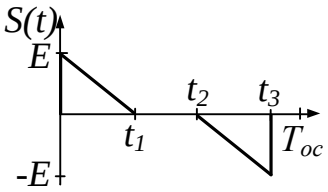
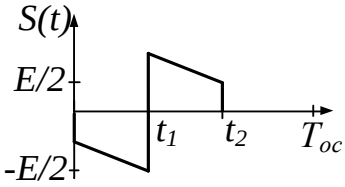
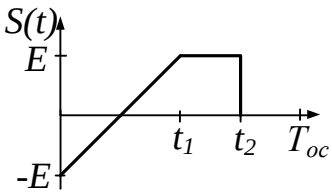
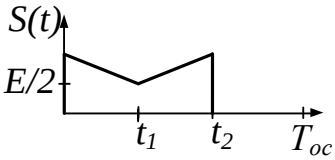
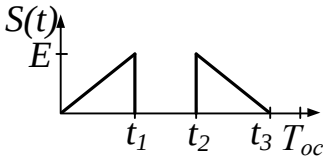
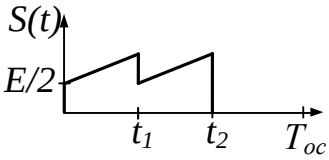
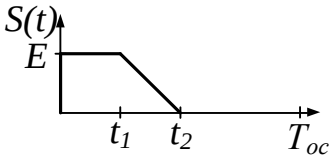
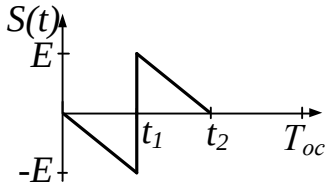
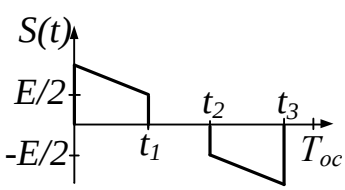
$$N_9N_{10} = \frac{37 \cdot 100}{100} = 37; \quad N_9N_{10} = 37.$$

2.3 Табличное представление исходных данных и шифров

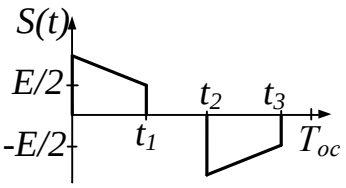
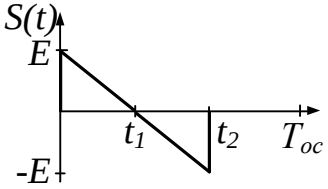
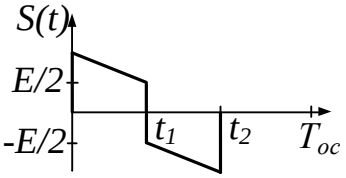
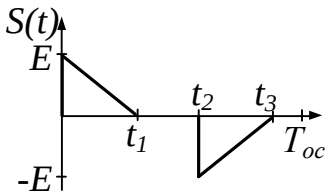
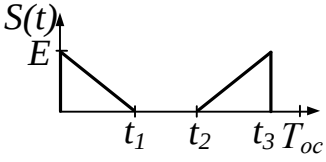
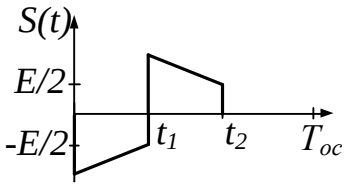
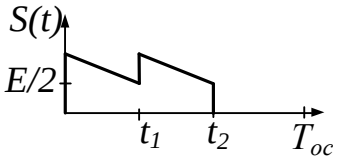
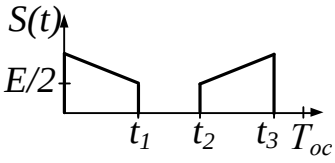
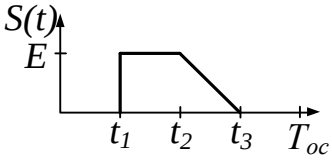
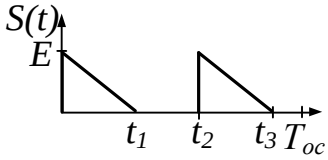
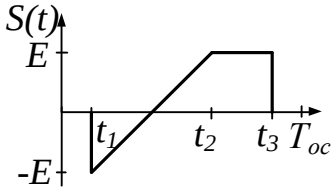
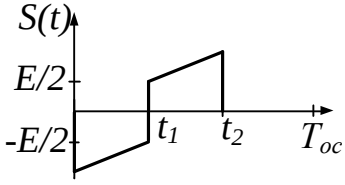
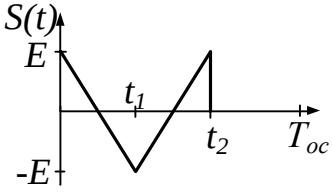
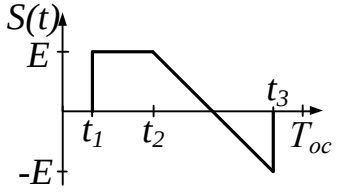
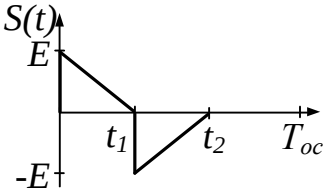
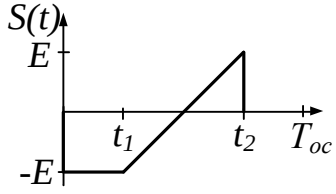
Таблица 2.1 – Модели аналоговых сигналов

Шифр N_1N_2	График сигнала	Шифр N_1N_2	График сигнала
01		09	
02		10	
03		11	
04		12	
05		13	
06		14	
07		15	
08		16	

Продолжение табл. 2.1

Шифр N_1N_2	График сигнала	Шифр N_1N_2	График сигнала
17		25	
18		26	
19		27	
20		28	
21		29	
22		30	
23		31	
24		32	

Продолжение табл. 2.1

Шифр N_1N_2	График сигнала	Шифр N_1N_2	График сигнала
33		41	
34		42	
35		43	
36		44	
37		45	
38		46	
39		47	
40		48	

Окончание табл. 2.1

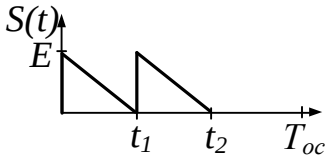
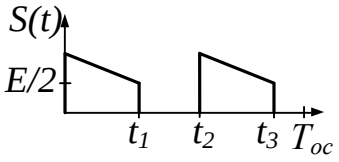
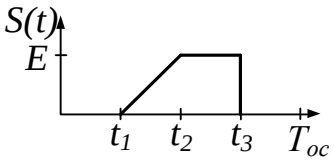
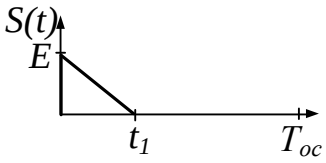
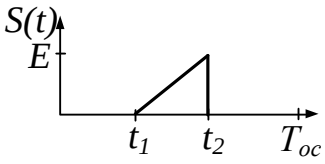
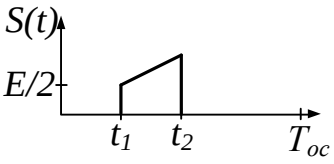
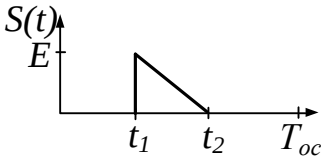
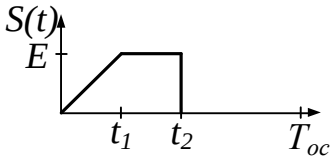
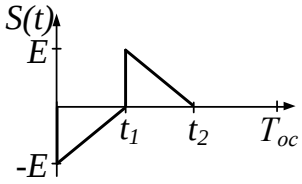
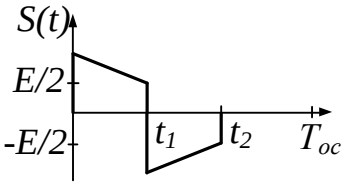
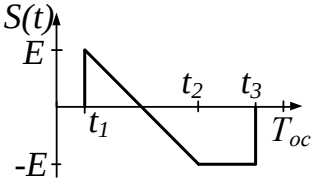
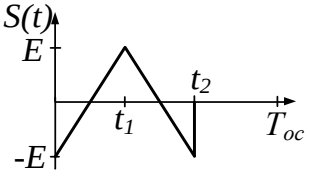
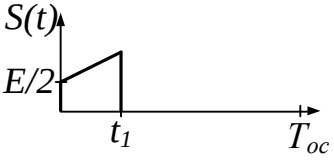
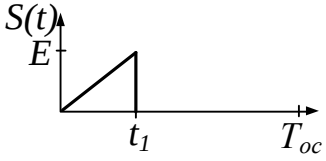
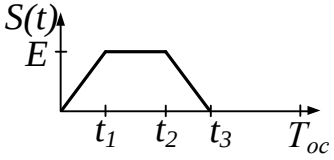
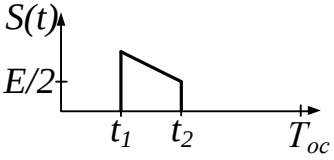
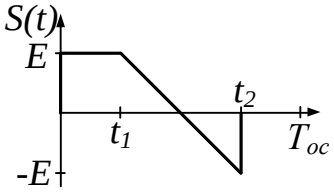
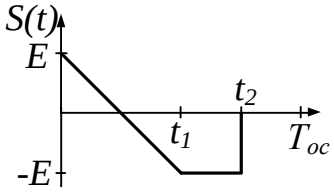
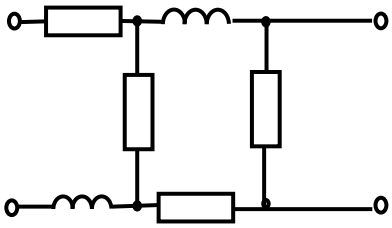
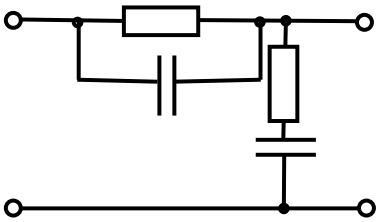
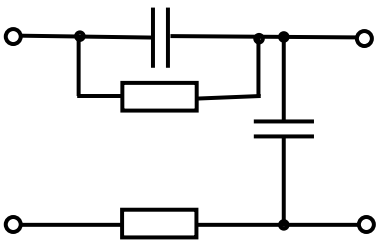
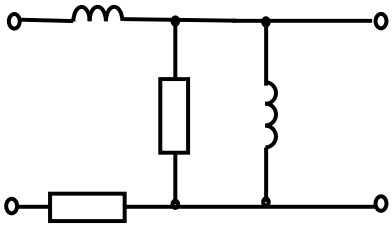
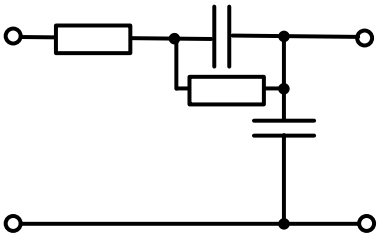
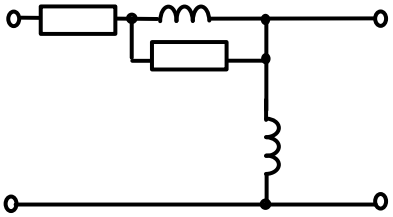
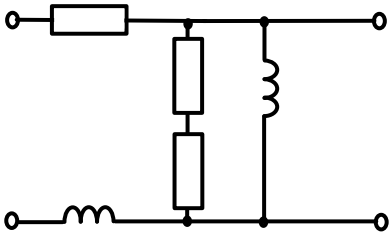
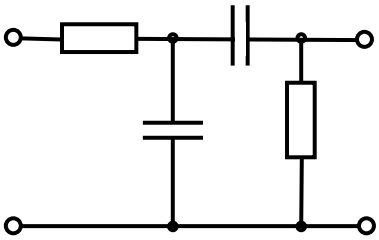
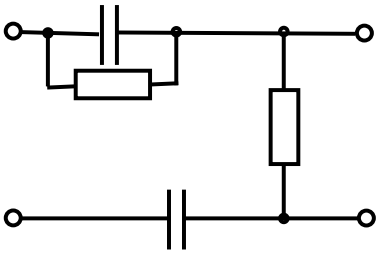
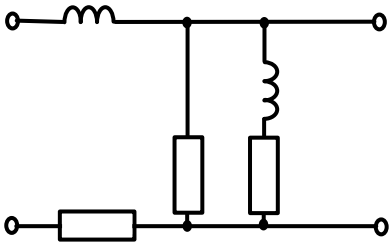
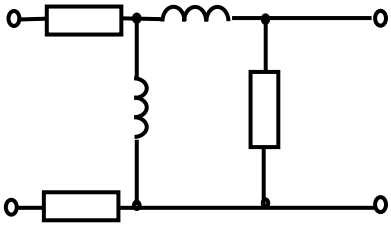
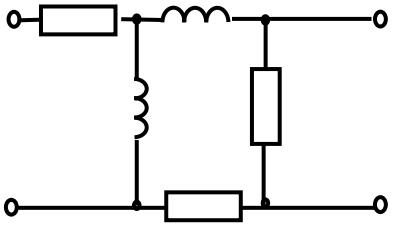
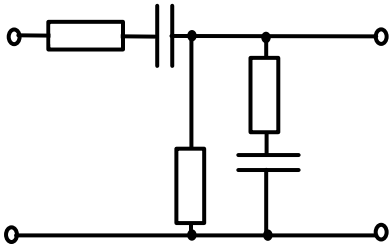
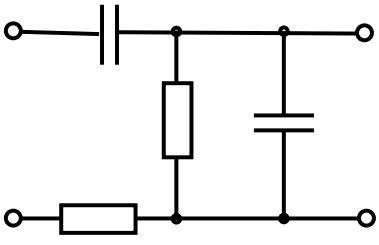
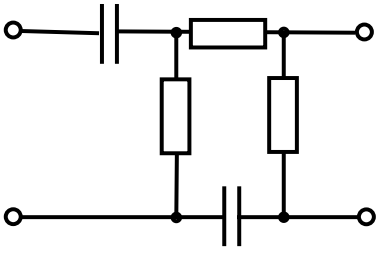
Шифр N_1N_2	График сигнала	Шифр N_1N_2	График сигнала
49		58	
50		59	
51		60	
52		61	
53		62	
54		63	
55		64	
56		65	
57		66	

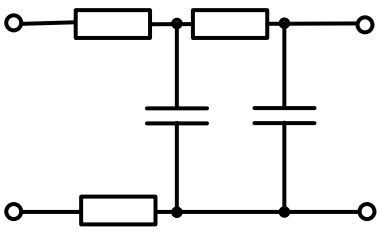
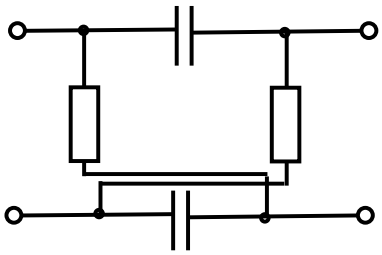
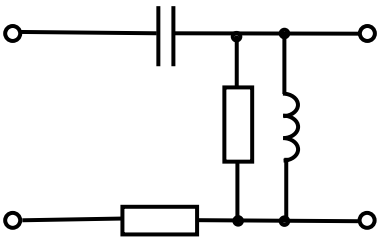
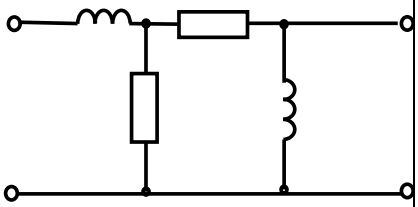
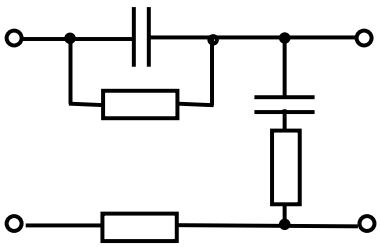
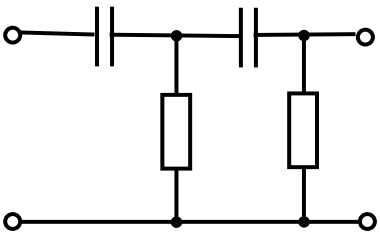
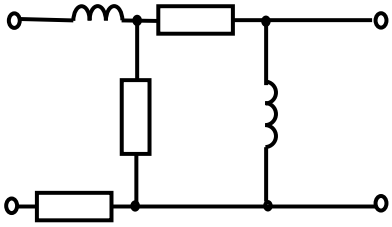
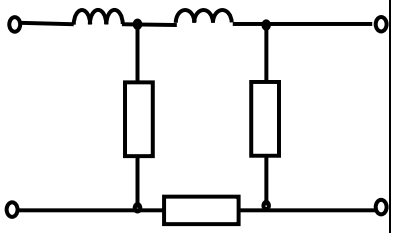
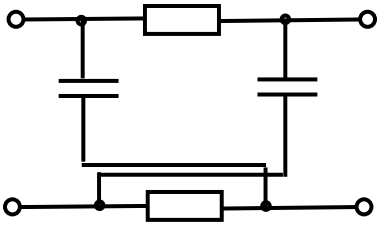
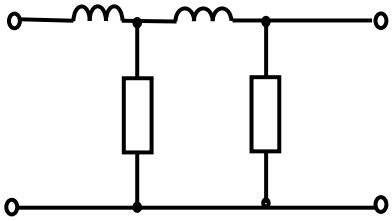
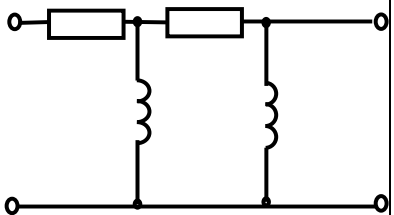
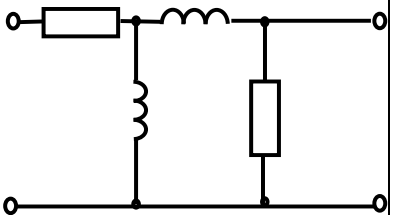
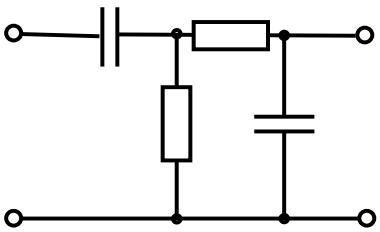
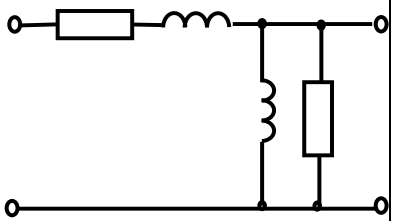
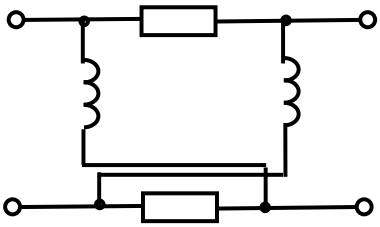
Таблица 2.2 – Временная структура аналоговых сигналов t_1, t_2, t_3, $T_{ос}$

N_3N_4	t_1	t_2	t_3	$T_{ос}$
01	10 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
02	20 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
03	30 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
04	40 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
05	50 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
06	60 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
07	70 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
08	80 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
09	90 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
10	100 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
11	110 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
12	120 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
13	130 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
14	140 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
15	150 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
16	160 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
17	170 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
18	180 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
19	190 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
20	200 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
21	210 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
22	220 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
23	230 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
24	240 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
25	250 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
26	260 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
27	270 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
28	280 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
29	290 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
30	300 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
31	310 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
32	320 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
33	330 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
34	340 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$
35	350 мкс	$1{,}5t_1$	$3t_1$	$4t_1$
36	360 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$4t_1$
37	370 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$3{,}5t_1$
38	380 мкс	$2t_1$	$3t_1$	$3{,}5t_1$
39	390 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$

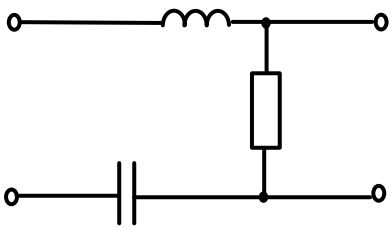
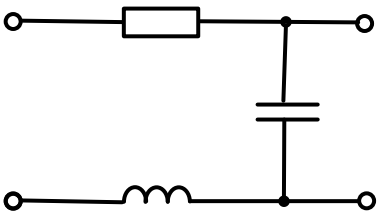
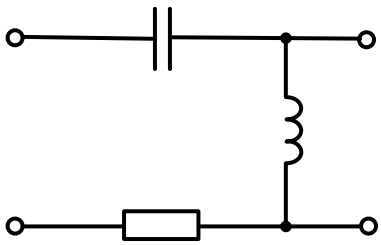
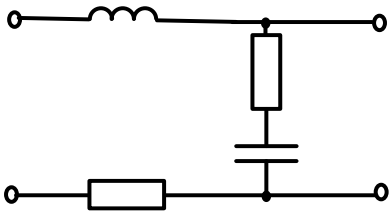
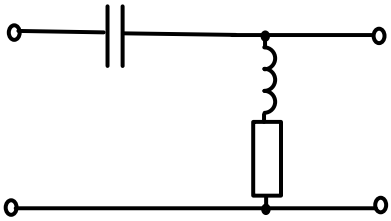
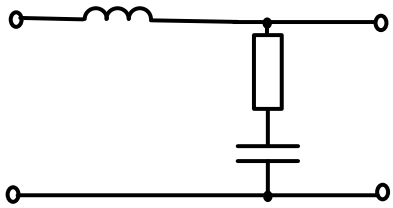
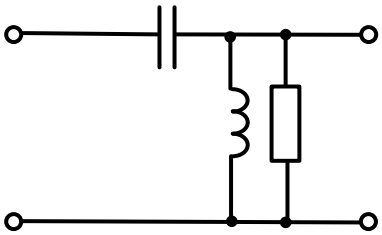
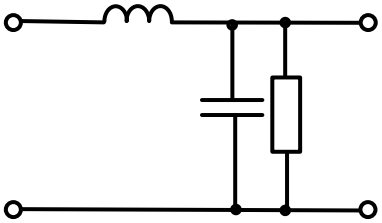
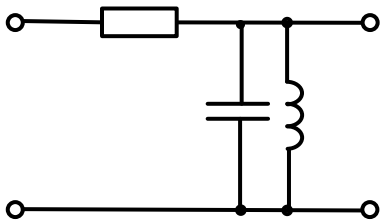
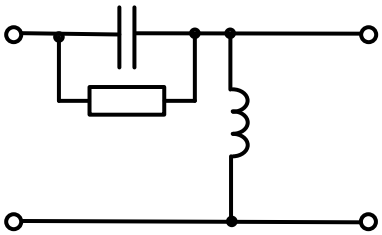
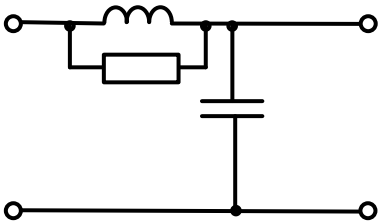
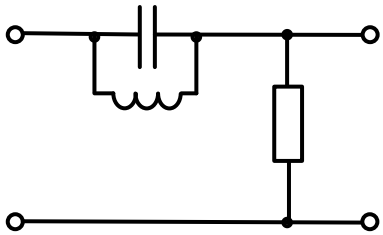
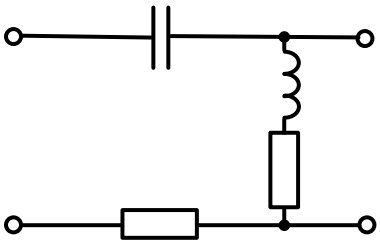
Таблица 2.3 – Модели линейных электрических цепей (аналоговых фильтров-прототипов). Шифр N_5N_6

01 	02 	03 
04 	05 	06 
07 	08 	09 
10 	11 	12 
13 	14 	15 

Продолжение табл. 2.3

16 	17 	18 
19 	20 	21 
22 	23 	24 
25 	26 	27 
28 	29 	30 

Окончание табл. 2.3

31 	32 	33 
34 	35 	36 
37 	38 	39 
40 	41 	42 
43 		

Примечание

Все электрические цепи составлены из сопротивлений *R*, индуктивностей *L*, емкостей *C*. Для вариантов 1–43 постоянные времени ЛЭЦ определяются из условий: $RC = t_1$, $\frac{L}{R} = t_1$ (см. табл. 2.2). Для вариантов 31–43 резонансная частота $\omega_д = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ определяется из условия $\omega_д = \frac{4\pi}{t_1}$.

Таблица 2.4 – Задание варианта цифрового фильтра

Вариант N_7N_8	Тип аппроксимации АЧХ (наименование окна)	Метод синтеза цифрового фильтра	Тип импульсных характеристик	Тип ЦФ
01	Баттерворта	Билинейное z-преобразование	БИХ (РЦФ)	ФНЧ
02	Чебышева			
03	Баттерворта	Метод ИИХ		
04	Чебышева			
05	Бартлетта	Метод частотной выборки	КИХ (ТЦФ)	
06	Ханна			
07	Хэмминга	Метод оконных функций		
08	Блэкмана			
09	Баттерворта	Билинейное z-преобразование	БИХ (РЦФ)	ФВЧ
10	Чебышева			
11	Баттерворта	Метод ИИХ		
12	Чебышева			
13	Бартлетта	Метод частотной выборки	КИХ (ТЦФ)	
14	Ханна			
15	Хэмминга	Метод оконных функций		
16	Блэкмана			
17	Баттерворта	Билинейное z-преобразование	БИХ (РЦФ)	ПФ
18	Чебышева			
19	Баттерворта	Метод ИИХ		
20	Чебышева			
21	Бартлетта	Метод частотной выборки	КИХ (ТЦФ)	
22	Ханна			
23	Хэмминга	Метод оконных функций		
24	Блэкмана			
25	Баттерворта	Билинейное z-преобразование	БИХ (РЦФ)	РФ
26	Чебышева			
27	Баттерворта	Метод ИИХ		
28	Чебышева			
29	Бартлетта	Метод частотной выборки	КИХ (ТЦФ)	
30	Ханна			
31	Хэмминга	Метод оконных функций		
32	Блэкмана			

Таблица 2.5 – Параметры затухания A_i и $A_ç$ АЧХ цифровых ФНЧ и нормированные граничные частоты полос пропускания $\widehat{\omega}_п$ и заграждения $\widehat{\omega}_з$

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
01	0,1	10	0,1	0,2
02	0,1	15		
03	0,1	20		
04	0,1	25		
05	0,2	10		
06	0,2	15		
07	0,2	20		
08	0,2	25		
09	0,3	10		
10	0,3	15		
11	0,3	20		
12	0,3	25		
13	0,5	10		
14	0,5	15		
15	0,5	20		
16	0,5	25		
17	1,0	10	0,1	0,15
18	1,0	15		
19	1,0	20		
20	1,0	25		
21	1,5	10		
22	1,5	15		
23	1,5	20		
24	1,5	25		
25	2,0	10		
26	2,0	15		
27	2,0	20		
28	2,0	25		
29	2,5	10		
30	2,5	15		
31	2,5	20		
32	2,5	25		

Продолжение табл. 2.5

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
33	0,5	10	0,15	0,2
34	0,5	15		
35	1,0	10		
36	1,0	15		
37	1,5	10		
38	1,5	15		
39	2,0	10		
40	2,0	15		
41	0,5	10	0,2	0,25
42	0,5	15		
43	1,0	10		
44	1,0	15		
45	1,5	10		
46	1,5	15		
47	2,0	10		
48	2,0	15		
49	0,3	20	0,15	0,25
50	0,3	30		
51	0,3	35		
52	0,3	40		
53	0,5	20		
54	0,5	30		
55	0,5	35		
56	0,5	40		
57	1,0	20		
58	1,0	30		
59	1,0	35		
60	1,0	40		
61	1,5	20		
62	1,5	30		
63	1,5	35		
64	1,5	40		
65	2,0	20		
66	2,0	30		

Окончание табл. 2.5

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
67	2,0	35	0,15	0,25
68	2,0	40		
69	2,5	20		
70	2,5	30		
71	2,5	35		
72	2,5	40		
73	3,0	20		
74	3,0	30		
75	3,0	35		
76	3,0	40		
77	0,1	20	0,125	0,25
78	0,2	20		
79	0,3	20		
80	0,5	20		
81	1,0	30		
82	1,5	30		
83	2,0	30		
84	2,5	30		
85	3,0	30		
86	1,0	40		
87	1,5	40		
88	2,0	40		
89	2,5	40		
90	3,0	40		
91	1,0	50		
92	1,5	50		
93	2,0	50		
94	2,5	50		
95	3,0	50		
96	1,0	60		
97	1,5	60		
98	2,0	60		
99	2,5	60		
00	3,0	60		

Таблица 2.6 – Параметры затухания A_i и $A_ç$ АЧХ цифровых ФВЧ и нормированные граничные частоты полос пропускания $\widehat{\omega}_п$ и заграждения $\widehat{\omega}_з$

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
01	0,1	10	0,2	0,1
02	0,1	15		
03	0,1	20		
04	0,1	25		
05	0,2	10		
06	0,2	15		
07	0,2	20		
08	0,2	25		
09	0,3	10		
10	0,3	15		
11	0,3	20		
12	0,3	25		
13	0,5	10		
14	0,5	15		
15	0,5	20		
16	0,5	25		
17	1,0	10	0,15	0,1
18	1,0	15		
19	1,0	20		
20	1,0	25		
21	1,5	10		
22	1,5	15		
23	1,5	20		
24	1,5	25		
25	2,0	10		
26	2,0	15		
27	2,0	20		
28	2,0	25		
29	2,5	10		
30	2,5	15		
31	2,5	20		
32	2,5	25		

Продолжение табл. 2.6

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
33	0,5	10	0,2	0,15
34	0,5	15		
35	1,0	10		
36	1,0	15		
37	1,5	10		
38	1,5	15		
39	2,0	10		
40	2,0	15		
41	0,5	10	0,25	0,2
42	0,5	15		
43	1,0	10		
44	1,0	15		
45	1,5	10		
46	1,5	15		
47	2,0	10		
48	2,0	15		
49	0,3	20	0,25	0,15
50	0,3	30		
51	0,3	35		
52	0,3	40		
53	0,5	20		
54	0,5	30		
55	0,5	35		
56	0,5	40		
57	1,0	20		
58	1,0	30		
59	1,0	35		
60	1,0	40		
61	1,5	20		
62	1,5	30		
63	1,5	35		
64	1,5	40		
65	2,0	20		
66	2,0	30		

Окончание табл. 2.6

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения	
			$\widehat{\omega}_п$	$\widehat{\omega}_з$
67	2,0	35	0,25	0,15
68	2,0	40		
69	2,5	20		
70	2,5	30		
71	2,5	35		
72	2,5	40		
73	3,0	20		
74	3,0	30		
75	3,0	35		
76	3,0	40		
77	0,1	20	0,25	0,125
78	0,2	20		
79	0,3	20		
80	0,5	20		
81	1,0	30		
82	1,5	30		
83	2,0	30		
84	2,5	30		
85	3,0	30		
86	1,0	40		
87	1,5	40		
88	2,0	40		
89	2,5	40		
90	3,0	40		
91	1,0	50		
92	1,5	50		
93	2,0	50		
94	2,5	50		
95	3,0	50		
96	1,0	60		
97	1,5	60		
98	2,0	60		
99	2,5	60		
00	3,0	60		

Таблица 2.7 – Параметры затухания $A_{\text{і}}$ и $A_{\text{ç}}$ АЧХ цифровых ПФ и нормированные граничные частоты полос пропускания $\widehat{\omega}_{\text{п}_1}$, $\widehat{\omega}_{\text{п}_2}$ и заграждения $\widehat{\omega}_{\text{з}_1}$, $\widehat{\omega}_{\text{з}_2}$

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_{\text{П}}$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_{\text{З}}$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{\text{п}_1}$	$\widehat{\omega}_{\text{п}_2}$	$\widehat{\omega}_{\text{з}_1}$	$\widehat{\omega}_{\text{з}_2}$
01	1,0	10	0,1	0,15	0,05	0,2
02	1,0	15				
03	1,0	20				
04	1,5	10				
05	1,5	15				
06	1,5	20				
07	2,0	10				
08	2,0	15				
09	2,0	20				
10	2,5	10				
11	2,5	15				
12	2,5	20				
13	3,0	10				
14	3,0	15				
15	3,0	20				
16	3,0	25				
17	1,0	10	0,1	0,2	0,05	0,25
18	1,5	10				
19	2,0	10				
20	2,5	10				
21	3,0	10				
22	0,2	10	0,2	0,25	0,1	0,35
23	0,2	15				
24	0,2	20				
25	0,2	25				
26	0,2	30				
27	0,3	10				
28	0,3	15				
29	0,3	20				
30	0,3	25				
31	0,3	30				
32	0,5	10				

Продолжение табл. 2.7

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{п_1}$	$\widehat{\omega}_{п_2}$	$\widehat{\omega}_{з_1}$	$\widehat{\omega}_{з_2}$
33	0,5	15	0,15	0,2	0,05	0,3
34	0,5	20				
35	0,5	25				
36	0,5	30				
37	1,0	10				
38	1,0	15				
39	1,0	20				
40	1,0	25				
41	1,0	30				
42	1,5	10				
43	1,5	15				
44	1,5	20				
45	1,5	25				
46	1,5	30				
47	2,0	10	0,15	0,25	0,05	0,35
48	2,0	15				
49	2,0	20				
50	2,0	25				
51	2,0	30				
52	2,5	10				
53	2,5	15				
54	2,5	20				
55	2,5	25				
56	2,5	30				
57	3,0	10				
58	3,0	15				
59	3,0	20				
60	3,0	25				
61	3,0	30				
62	1,0	10	0,2	0,3	0,1	0,35
63	1,0	15				
64	1,5	10				
65	1,5	15				
66	2,0	10				

Окончание табл. 2.7

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{п_1}$	$\widehat{\omega}_{п_2}$	$\widehat{\omega}_{з_1}$	$\widehat{\omega}_{з_2}$
67	2,0	15	0,2	0,3	0,1	0,35
68	2,5	10				
69	2,5	15				
70	3,0	10				
71	3,0	15				
72	1,0	10	0,25	0,3	0,2	0,35
73	1,0	15				
74	1,0	20				
75	1,5	10				
76	1,5	15				
77	1,5	20				
78	2,0	10				
79	2,0	15				
80	2,0	20				
81	2,5	10				
82	2,5	15				
83	2,5	20				
84	3,0	10				
85	3,0	15				
86	3,0	20				
87	1,0	10	0,25	0,35	0,2	0,4
88	1,5	10				
89	2,0	10				
90	2,5	10				
91	3,0	10				
92	1,0	10	0,3	0,4	0,25	0,45
93	1,5	10				
94	2,0	10				
95	2,5	10				
96	3,0	10				
97	1,0	20	0,3	0,35	0,25	0,4
98	1,5	20				
99	2,5	20				
00	3,0	20				

Таблица 2.8 – Параметры затухания $A_{\text{і}}$ и $A_{\text{ç}}$ АЧХ цифровых РФ и нормированные граничные частоты полос пропускания $\widehat{\omega}_{\text{п}_1}$, $\widehat{\omega}_{\text{п}_2}$ и заграждения $\widehat{\omega}_{\text{з}_1}$, $\widehat{\omega}_{\text{з}_2}$

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_{\text{П}}$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_{\text{З}}$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{\text{п}_1}$	$\widehat{\omega}_{\text{п}_2}$	$\widehat{\omega}_{\text{з}_1}$	$\widehat{\omega}_{\text{з}_2}$
01	1,0	10	0,05	0,2	0,1	0,15
02	1,0	15				
03	1,5	10				
04	1,5	15				
05	2,0	10				
06	2,0	15				
07	2,5	10				
08	2,5	15				
09	3,0	10				
10	3,0	15				
11	1,0	10	0,05	0,25	0,1	0,2
12	1,5	10				
13	2,0	10				
14	2,5	10				
15	3,0	10				
16	0,1	10	0,1	0,35	0,2	0,25
17	0,1	15				
18	0,1	20				
19	0,1	25				
20	0,1	30				
21	0,2	10				
22	0,2	15				
23	0,2	20				
24	0,2	25				
25	0,2	30				
26	0,3	10				
27	0,3	15				
28	0,3	20				
29	0,3	25				
30	0,3	30				
31	0,5	10				
32	0,5	15				

Продолжение табл. 2.8

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{п_1}$	$\widehat{\omega}_{п_2}$	$\widehat{\omega}_{з_1}$	$\widehat{\omega}_{з_2}$
33	0,5	20	0,1	0,35	0,2	0,25
34	0,5	25				
35	0,5	30				
36	1,0	10				
37	1,0	15				
38	1,0	20				
39	1,0	25				
40	1,0	30				
41	1,5	10				
42	1,5	15				
43	1,5	20				
44	1,5	25				
45	1,5	30				
46	1,5	35				
47	2,0	10	0,05	0,3	0,15	0,2
48	2,0	15				
49	2,0	20				
50	2,0	25				
51	2,0	30				
52	2,5	10				
53	2,5	15				
54	2,5	20				
55	2,5	25				
56	2,5	30				
57	3,0	10				
58	3,0	15				
59	3,0	20				
60	3,0	25				
61	3,0	30				
62	1,0	10	0,1	0,35	0,2	0,3
63	1,0	14				
64	1,5	10				
65	1,5	14				
66	2,0	10				

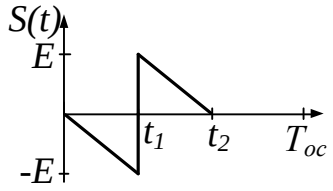
Окончание табл. 2.8

Шифр N_9N_{10}	Неравномерность ($A_П$) АЧХ в пределах полосы пропускания, дБ	Затухание ($A_З$) АЧХ в полосе заграждения, дБ	Нормированные граничные частоты полос пропускания и заграждения			
			$\widehat{\omega}_{п_1}$	$\widehat{\omega}_{п_2}$	$\widehat{\omega}_{з_1}$	$\widehat{\omega}_{з_2}$
67	2,0	14	0,1	0,35	0,2	0,3
68	2,5	10				
69	2,5	14				
70	3,0	10				
71	3,0	14				
72	1,0	10	0,2	0,35	0,25	0,3
73	1,0	15				
74	1,0	20				
75	1,5	10				
76	1,5	15				
77	1,5	20				
78	2,0	10				
79	2,0	15				
80	2,0	20				
81	2,5	10				
82	2,5	15				
83	2,5	20				
84	3,0	10				
85	3,0	15				
86	3,0	20				
87	1,0	10	0,2	0,4	0,25	0,35
88	1,5	10				
89	2,0	10				
90	2,5	10				
91	3,0	10				
92	1,0	10	0,25	0,45	0,3	0,4
93	1,5	10				
94	2,0	10				
95	2,5	10				
96	3,0	10				
97	1,0	15	0,25	0,4	0,3	0,35
98	1,5	15				
99	2,5	20				
00	3,0	20				

2.4 Пример выбора исходных данных по шифрам

Пример выбора исходных данных по таблицам 2.1–2.8 на основании 10 (десяти) цифр шифра.

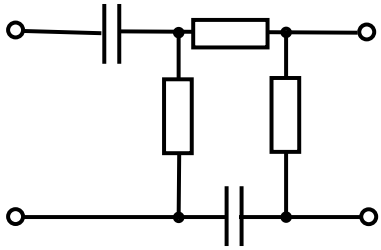
- По таблице 2.1 выбирается сигнал (шифр $N_1N_2 = 24$).



- По таблице 2.2 выбирается структура сигнала (шифр $N_3N_4 = 14$).

14	140 мкс	$1{,}5t_1$	$2{,}5t_1$	$4t_1$

- По таблице 2.3 выбирается схема ЛЭЦ (шифр $N_5N_6 = 15$).



- По таблице 2.4 выбирается вид аппроксимации, метод синтеза, тип цифрового фильтра и его назначение (шифр $N_7N_8 = 11$).

11	Баттерворта	Метод ИИХ	БИХ (РЦФ)	ФВЧ

- На основании назначения цифрового фильтра (ФВЧ) выбирается таблица 2.6.

- По таблице 2.6 выбираются параметры затухания и граничные частоты цифрового ФВЧ (шифр $N_9N_{10} = 37$).

37	1,5	10	0,2	0,15

3 ПРИМЕРНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1 Аналоговая обработка сигнала

- Представление непериодического аналогового сигнала в виде элементарных односторонних функций.
- Определение изображения элементарных сигналов по Лапласу.
- Расчет спектральной плотности аналогового непериодического сигнала.
- Определение ширины спектра сигнала с помощью порогового критерия.

3.2 Анализ аналоговой линейной электрической цепи

- Расчет и построение АЧХ и ФЧХ.
- Расчет и построение переходной и импульсной характеристик.
- Проверка выполнения предельных соотношений.

3.3 Расчет и построение отклика на выходе аналоговой ЛЭЦ

3.4 Дискретная обработка аналогового сигнала

- Дискретизация заданного сигнала и восстановление аналогового сигнала с использованием ряда Котельникова.
- Расчет спектра предварительно определенной дискретной последовательности и построение графика.
- Вычисление Z-преобразования предварительно определенной дискретной последовательности.
- Определение дискретного преобразования Фурье той же последовательности. Построение графика комплексных коэффициентов C_k.
- Восстановление аналогового сигнала с использованием тригонометрического ряда Фурье.

- Нахождение исходной дискретной последовательности с применением обратного дискретного преобразования Фурье к C_k. Построение графика.

3.5 Синтез цифровых фильтров по заданной аналоговой ЛЭЦ

3.5.1 Синтез цифровых фильтров методом билинейного *Z*-преобразования.

- Расчет рекурсивного цифрового фильтра (РЦФ) методом билинейного *Z*-преобразования.
- Построение структурной схемы РЦФ.
- Составление алгоритма работы РЦФ.
- Расчет и построение частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) РЦФ, синтезированного методом билинейного *Z*-преобразования.
- Расчет и построение импульсной и переходной характеристик РЦФ, синтезированного методом билинейного *Z*-преобразования.

3.5.2 Синтез цифровых фильтров методом инвариантности импульсной характеристики (ИИХ).

- Дискретизация импульсной характеристики аналоговой ЛЭЦ.
- Расчет трансверсального цифрового фильтра (ТЦФ) методом ИИХ.
- Расчет РЦФ методом ИИХ.
- Построение структурных схем ТЦФ и РЦФ.
- Составление алгоритмов работы ТЦФ и РЦФ.
- Расчет и построение частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) ТЦФ и РЦФ, синтезированных методом ИИХ.
- Расчет и построение импульсной и переходной характеристик ТЦФ и РЦФ, синтезированных методом ИИХ.

3.6 Синтез рекурсивных цифровых фильтров по классическому НЧ-прототипу

3.6.1 Синтез цифровых фильтров Баттерворта или Чебышева методом билинейного *Z*-преобразования.

- Расчет классического ФНЧ-прототипа.
- Расчет рекурсивного цифрового фильтра (РЦФ) методом билинейного *Z*-преобразования.
- Построение структурной схемы РЦФ.
- Составление алгоритма работы РЦФ.
- Расчет и построение частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) РЦФ, синтезированного методом билинейного *Z*-преобразования.
- Расчет и построение импульсной и переходной характеристик РЦФ, синтезированного методом билинейного *Z*-преобразования.

3.6.2 Синтез цифровых фильтров Баттерворта или Чебышева методом инвариантности импульсной характеристики (ИИХ).

- Расчет классического ФНЧ-прототипа.
- Расчет рекурсивного цифрового фильтра (РЦФ) методом ИИХ.
- Построение структурной схемы РЦФ.
- Составление алгоритма работы РЦФ.
- Расчет и построение частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) РЦФ, синтезированного методом ИИХ.
- Расчет и построение импульсной и переходной характеристик РЦФ, синтезированного методом ИИХ.

3.7 Синтез трансверсальных цифровых фильтров методом оконных функций

- Расчёт трансверсального цифрового фильтра методом частотной выборки или методом взвешивания.

- Определение импульсной характеристики ТЦФ.
- Выбор подходящей функции окна.
- Расчёт сглаженной импульсной характеристики ТЦФ.
- Расчет и построение частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) ТЦФ, синтезированного методом оконных функций.

4 УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

В пояснительную записку должен войти следующий материал:

1) задание к курсовой работе;

2) разделы, содержащие дискретное представление и анализ сигнала во временной и частотной областях, подробный расчет цифрового фильтра в соответствии с настоящими методическими указаниями. В пояснительную записку необходимо включить ряд иллюстраций:

- график амплитудного спектра $\left|\dot{X}\left(\omega\right)\right|$ входного непрерывного сигнала, построенного согласно требованиям п. 1.1;
- графическое изображение последовательности отсчетов $x(nT_д)$ входного сигнала;
- изображение спектральной плотности дискретизированного сигнала;
- схемы реализации синтезируемых фильтров (прямую и каноническую);
- построенные в общих координатных осях графики АЧХ цифровых фильтров и АЧХ аналогового фильтра-прототипа;
- графические изображения импульсной и переходной характеристик цифрового фильтра;

3) список используемых источников.

Оформление пояснительной записки должно соответствовать требованиям образовательного стандарта вуза ОС ТУСУР 01–2013 «Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления». Текст стандарта можно найти по ссылке:
https://regulations.tusur.ru/documents/70

ЛИТЕРАТУРА

1. Каратаева Н. А. Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. 2 : Дискретная обработка сигналов и цифровая фильтрация : учеб. пособие / Н. А. Каратаева. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2018. – 237 с.

2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы / И. С. Гоноровский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Радио и связь, 1986. – 512 с.

3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк, 1988. – 448 с.

4. Хемминг Р. В. Цифровые фильтры : пер. с англ. / Р. В. Хемминг ; под ред. А. М. Трахтмана. – М. : Сов. радио, 1980. – 224 с.

5. Гольденберг Л. М. Цифровая обработка сигналов : справочник / Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк. – М. : Радио и связь, 1985. – 312 с.

6. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

7. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация / Г. Лэм ; пер. с англ. В. Л. Левина, М. Н. Микшиса, И. И. Теплюка ; под ред. И. Н. Теплюка. – М. : Мир, 1982. – 592 с.

8. Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез / Ш. Карни. – М. : Связь, 1973.

9. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М. : Наука, 1977.

10. Айфичер Э., Эммануил С., Джервис, Барри У. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Э. Айфичер, С. Эммануил, Барри У. Джервис ; пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2004. – 992 с.

11. Литюк В. И. Методы цифровой многопроцессорной обработки ансамблей радиосигналов / В. И. Литюк, Л. В. Литюк. – М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2007. – 592 с.

12. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов : учебник для вузов / А. Б. Сергиенко. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2006. – 751 с.

13. Основы цифровой обработки сигналов : курс лекций / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов, Е. Б. Соловьева. – 2-е изд., испр. и перераб. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.

14. Каратаева Н. А. Компьютерная система визуализации результатов моделирования рекурсивных и трансверсальных цифровых фильтров различного назначения / Н. А. Каратаева, А. В. Платонов, К. Н. Филиппов. – М. : ВНТИЦ, 2008. – № 50200800875 (Свидетельство № 10433 об отраслевой регистрации разработки в «Отраслевом фонде алгоритмов и программ» от 25.04.2008, Москва.)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Пример выполненной курсовой работы

А.1 Титульный лист

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)

Кафедра телекоммуникаций и основ радиотехники (ТОР)

Курсовая работа
по дисциплине «Радиотехнические цепи и сигналы»

ДИСКРЕТНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ
И ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Выполнил: студент гр. з-165
Д. А. Иванов_____
«___» _____ 20_ г.

Проверил: профессор каф. ТОР
Н. А. Каратаева _____
«___» _____ 20_ г.

Томск 20_

А.2 Содержание

1 Введение

2 Спектральный анализ аналогового сигнала

2.1 Исходные данные

2.2 Разложение сигнала на типовые составляющие

2.3 Нахождение спектральной плотности сигнала

2.4 Построение спектральной плотности сигнала

2.4.1 Амплитудно-частотная характеристика

2.4.2 Фазочастотная характеристика

2.5 Нахождение коэффициентов комплексного ряда Фурье

2.6 Построение спектра коэффициентов комплексного ряда Фурье

2.6.1 Спектр модулей коэффициентов комплексного ряда Фурье

2.6.2 Спектр фаз коэффициентов комплексного ряда Фурье

2.7 Нахождение ширины спектра сигнала

2.8 Восстановление сигнала усечённым рядом Фурье

3 Спектральный анализ аналогового фильтра

3.1 Исходные данные

3.2 Нахождение передаточной функции аналогового фильтра

3.3 Построение частотных характеристик аналогового фильтра

3.3.1 Амплитудно-частотная характеристика

3.3.2 Фазочастотная характеристика

3.4 Нахождение временных характеристик аналогового фильтра

3.5 Построение временных характеристик аналогового фильтра

3.5.1 Импульсная характеристика

3.5.2 Переходная характеристика

3.6 Нахождение отклика аналогового фильтра на сигнал

3.7 Построение отклика аналогового фильтра на сигнал

4 Спектральный анализ дискретного сигнала
4.1 Дискретизация исходного сигнала
4.2 Разложение дискретного сигнала на типовые составляющие
4.3 Нахождение спектральной плотности дискретного сигнала
4.4 Построение спектральной плотности дискретного сигнала
4.4.1 Амплитудно-частотная характеристика
4.4.2 Фазочастотная характеристика
4.5 Нахождение комплексных коэффициентов ДПФ
4.6 Построение спектра комплексных коэффициентов ДПФ
4.6.1 Спектр модулей комплексных коэффициентов ДПФ
4.6.2 Спектр фаз комплексных коэффициентов ДПФ
4.7 Восстановление аналогового сигнала
4.7.1 Восстановление с помощью теоремы Котельникова
4.7.2 Восстановление по Фурье
5 Спектральный анализ цифрового фильтра
5.1 Дискретизация импульсной характеристики аналогового фильтра
5.2 Расчет ТЦФ методом ИИХ
5.2.1 Нахождение системной функции ТЦФ
5.2.2 Построение частотных характеристик ТЦФ
5.2.2.1 Амплитудно-частотная характеристика
5.2.2.2 Фазочастотная характеристика
5.3 Расчет РЦФ методом ИИХ
5.3.1 Нахождение системной функции РЦФ
5.3.2 Построение частотных характеристик РЦФ
5.3.2.1 Амплитудно-частотная характеристика
5.3.2.2 Фазочастотная характеристика
5.4 Расчет РЦФ методом билинейного *Z*-преобразования
5.4.1 Нахождение системной функции РЦФ
5.4.2 Построение частотных характеристик РЦФ

5.4.2.1 Амплитудно-частотная характеристика

5.4.2.2 Фазочастотная характеристика

5.5 Расчет отклика ЦФ на дискретный сигнал

6 Синтез цифрового полосового фильтра Чебышева

6.1 Анализ исходных данных

6.2 Анализ аналогового фильтра Чебышева

6.3 Синтез цифрового фильтра Чебышева

6.4 Проверка результатов расчётов с помощью компьютерной системы

А.3 Введение

Одним из новых перспективных направлений обработки радиосигналов является цифровая фильтрация. В ее основе лежит преобразование аналоговых сигналов в последовательность чисел и обработка этой последовательности в цифровых вычислительных устройствах.

Применение в радиоэлектронике цифровой фильтрации открывает дополнительные возможности при обработке сигналов. В частности, могут быть реализованы сложные алгоритмы фильтрации, которые аналоговыми методами в ряде случаев вообще не удается осуществить. С другой стороны, возможен синтез в цифровой форме аналогов известных радиотехнических устройств различного функционального назначения, а именно фильтров, преобразователей частоты, детекторов и т. п.

Курсовая работа состоит из пяти частей:

- Первая часть представляет собой анализ аналогового сигнала, нахождение его спектра, разложение в ряд Фурье, нахождение необходимой полосы пропускания канала связи, по которому сигнал пройдет без значительных искажений.

- Вторая часть содержит анализ аналогового фильтра-прототипа, нахождение и анализ его частотных и временных характеристик для последующего использования их при синтезе цифровых фильтров.

- Третья часть представляет собой нахождение минимального количества степеней свободы для описания заданного сигнала в дискретной форме, анализ выборки сигнала, нахождение его спектра с помощью Z-преобразования, нахождение комплексных коэффициентов дискретного преобразования Фурье, восстановление сигнала с использованием теоремы Котельникова и по Фурье.

- В четвертой части по аналоговым фильтрам-прототипам методом инвариантной импульсной характеристики и методом билинейного Z-пре-

образования рассчитываются трансверсальные и рекурсивные фильтры по аналоговому фильтру-прототипу, находится отклик цифровых фильтров на дискретный сигнал.

- В пятой последней части анализируется аналоговый фильтр Чебышева, удовлетворяющий заданным параметрам, по его характеристикам синтезируется цифровой фильтр, а также методом дискретной свертки находится отклик полученного фильтра на дискретный сигнал.

А.4 Спектральный анализ аналогового сигнала

Известны следующие исходные данные:

– $E = 8$ В – входное напряжение;

– $T_{\text{ос}} = 2.4$ мс – период описания сигнала;

– $t_1 = 800$ мкс – треть периода описания сигнала;

– $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_{\text{ос}}}$ – циклическая частота сигнала.

Временное представление аналогового сигнала дано на рис. А.1, ось абсцисс.

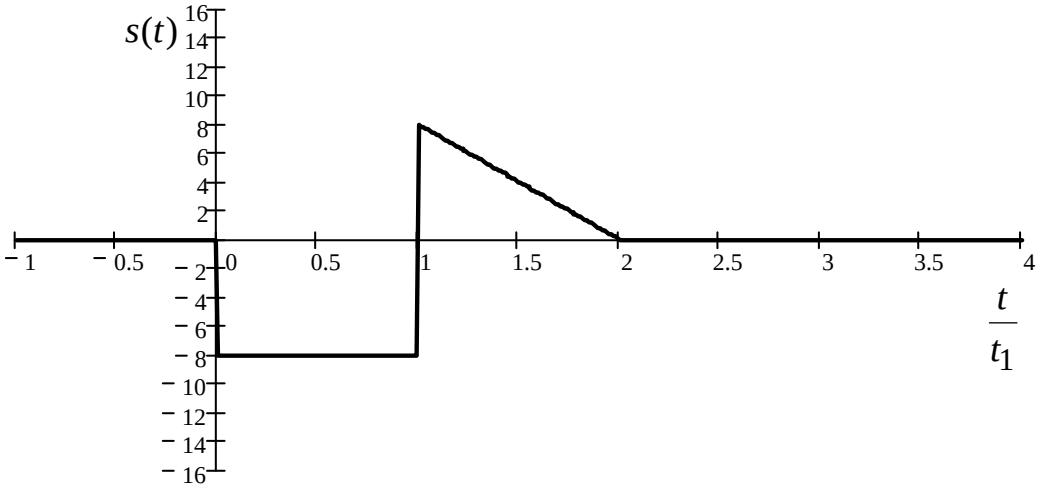


Рис. А.1 – Временное представление аналогового сигнала сложной формы

Разложение сигнала на типовые составляющие

Для упрощения нахождения спектральной плотности с помощью преобразования Лапласа исходя из временного представления сигнала разложим его на типовые составляющие, включающиеся в определенный момент времени (рис. А.2). Для этого используем единичную функцию включения $\sigma(t)$.

$$s_1(t) = -E\sigma(t),\ s_2(t) = 2E\sigma(t - t_1),\ s_3(t) = -\frac{E}{t_1}(t - t_1)\sigma(t - t_1),$$

$$s_4(t) = \frac{E}{t_1}(t - 2t_1)\sigma(t - 2t_1).$$

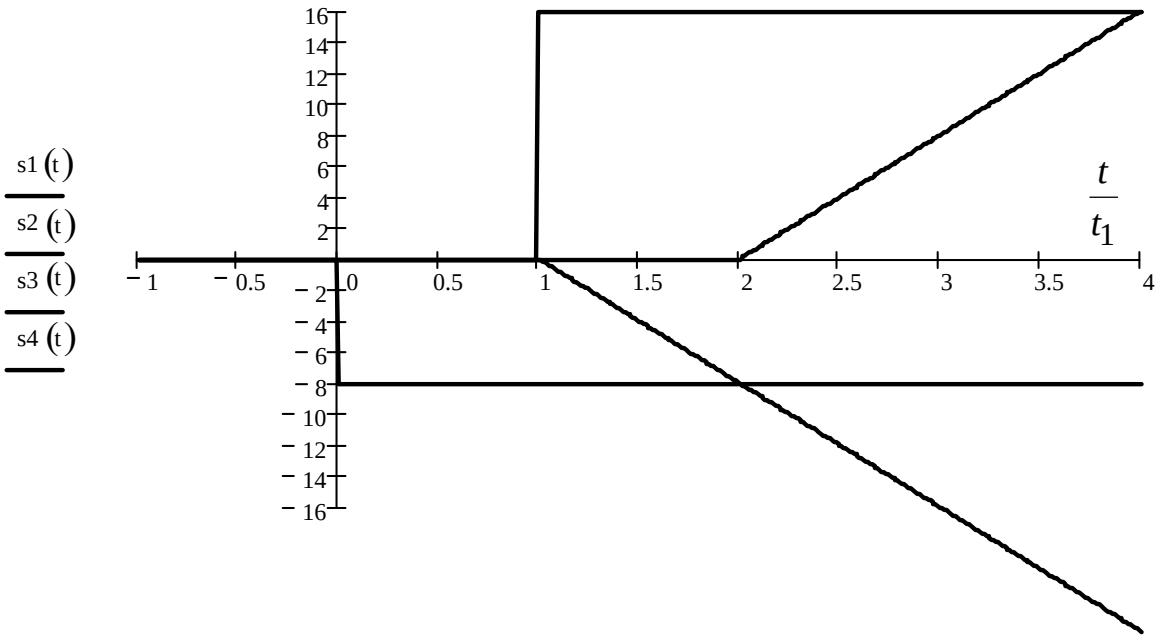


Рис. А.2 – Временное представление типовых составляющих аналогового сигнала

Нахождение спектральной плотности аналогового сигнала

Для нахождения спектральной плотности аналогового сигнала используем прямое преобразование Лапласа. Применив его к типовым составляющим, просуммируем:

$$S_1(p) = -\frac{E}{p},\ S_2(p) = \frac{2E}{p}e^{-pt_1},\ S_3(p) = -\frac{E}{p^2 t_1}e^{-pt_1},\ S_4(p) = \frac{E}{p^2 t_1}e^{-2pt_1}.$$

$$S(p) = S_1(p) + S_2(p) + S_3(p) + S_4(p).$$

Из полученного выражения путем замены $p = j\omega$ найдем спектральную плотность аналогового сигнала:

$$S(\omega) = -\frac{E}{j\omega} + \frac{2E}{j\omega}e^{-j\omega t_1} - \frac{E}{\omega^2 t_1}e^{-j\omega t_1} - \frac{E}{\omega^2 t_1}e^{-2j\omega t_1}.$$

Спектральная плотность является комплексной величиной. Модуль спектральной плотности аналогового сигнала называют его амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), аргумент спектральной плотности – фазочастотной характеристикой (ФЧХ).

Построение частотных характеристик аналогового сигнала

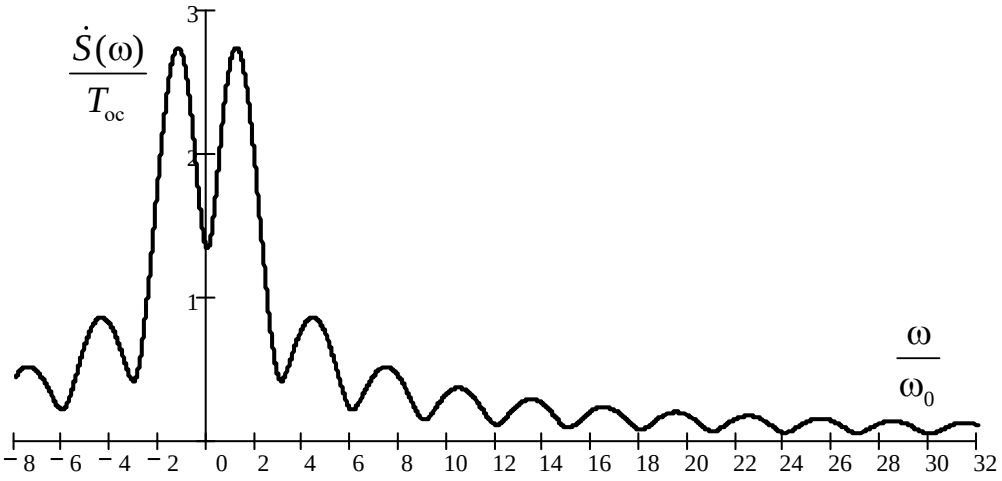


Рис. А.3 – АЧХ аналогового сигнала
(частота нормирована относительно $\omega_0 = 2\pi/T_{oc}$)

На рисунке А.3 изображена АЧХ аналогового сигнала. Из рисунка видно, что АЧХ пульсирует. Это происходит по причине того, что сигнал имеет ограниченный интервал описания во временной области.

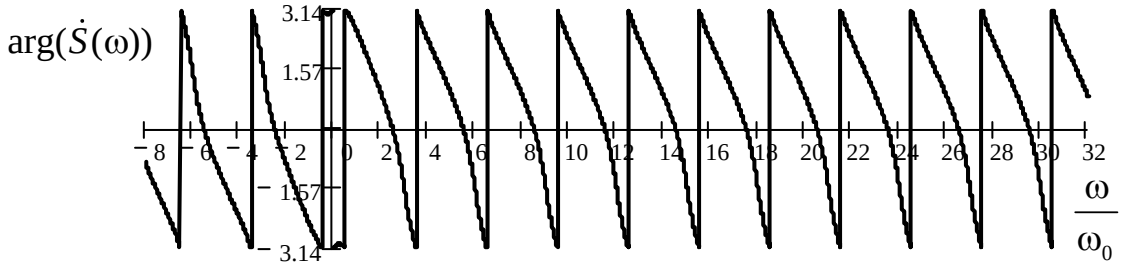


Рис. А.4 – ФЧХ аналогового сигнала

На рисунке А.4 изображена ФЧХ аналогового сигнала. Она имеет большую линейную составляющую, которая мешает увидеть значимую часть ФЧХ. Для компенсации линейной составляющей ФЧХ умножим спектральную плотность на $e^{j\omega t_1}$, тогда ФЧХ примет следующий вид (рис. А.5).

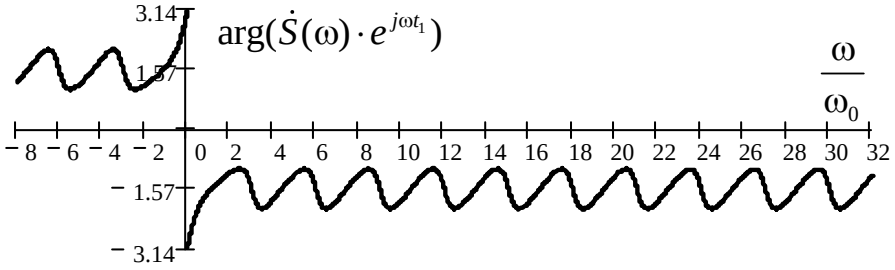


Рис. А.5 – ФЧХ аналогового сигнала с компенсированной линейной составляющей

Нахождение коэффициентов комплексного ряда Фурье

Для восстановления аналогового сигнала с помощью комплексного ряда Фурье необходимо найти его комплексные коэффициенты. Коэффициенты определим путем дискретизации спектральной плотности аналогового сигнала:

$$C_k = \frac{S(k\omega_0)}{T_{\text{ос}}}.$$

Построение спектра коэффициентов комплексного ряда Фурье

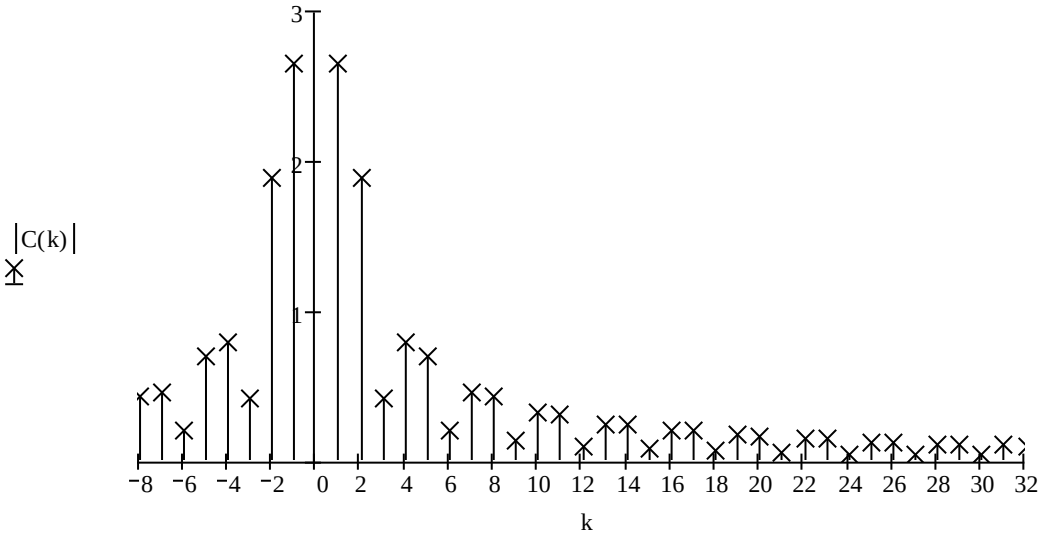


Рис. А.6 – Спектр коэффициентов комплексного ряда Фурье

Для сравнения с комплексными коэффициентами ряда (рис. А.6) постоянную составляющую исходного аналогового сигнала определим отдельно. Она равна:

$$\frac{1}{T_{\text{ос}}}\int_0^{T_{\text{ос}}} s(t)dt = -\frac{E}{6}.$$

Нетрудно заметить, что наибольшей энергией обладает первая гармоника, поэтому пороговый критерий для нахождения ширины спектра сигнала в пункте определим именно по первому коэффициенту.

Спектр фаз коэффициентов комплексного ряда Фурье

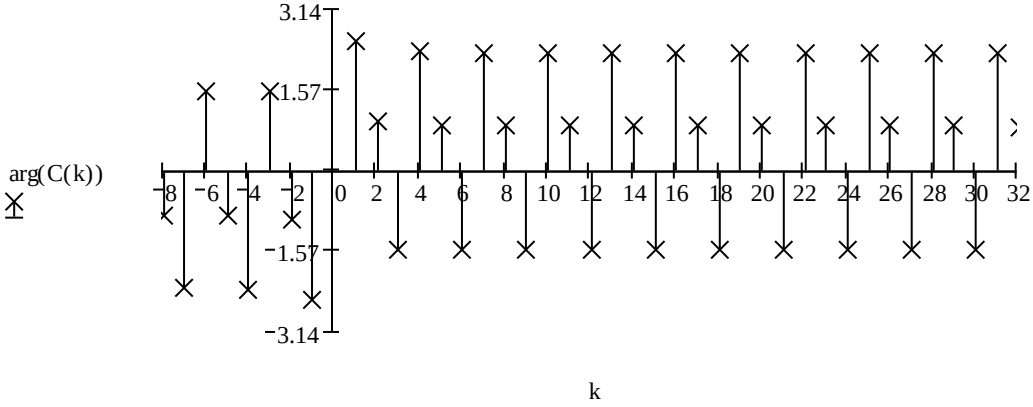


Рис. А.7 – Спектр фаз коэффициентов комплексного ряда Фурье

Из рисунка А.7 видно, что симметричные относительно начала координат коэффициенты являются комплексно-сопряженными.

Нахождение ширины спектра сигнала

Для ограничения спектра сигнала необходимо задаться пороговым критерием. Из соображений, приведенных выше, порог определим как десятую часть амплитуды первой гармоники.

На рисунке А.8 изображен спектр коэффициентов комплексного ряда Фурье. Прямая линия, параллельная частотной оси, определяется пороговым критерием.

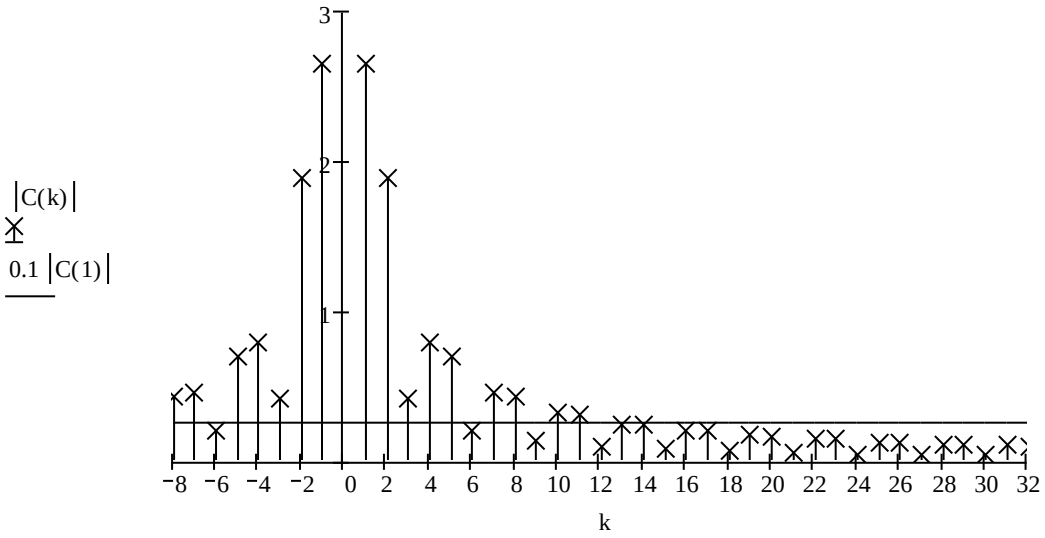


Рис. А.8 – Определение ширины спектра аналогового сигнала

Из рисунка видно, что одиннадцатый коэффициент – это последний коэффициент с амплитудой, превышающей порог, значит, сигнал будем восстанавливать по двенадцати гармоникам, то есть $\omega_{max} = 12\omega_0$.

Восстановление сигнала усеченным рядом Фурье

Восстановление сигнала определяется следующей формулой:

$$s_{\text{восст}}(t) = -\frac{E}{6} + \sum_{k=1}^{12}(2|C_k|\cos(\omega_0 kt + \arg(C_k))).$$

Для анализа восстановленного сигнала на рисунке А.9 приведено его временное представление.

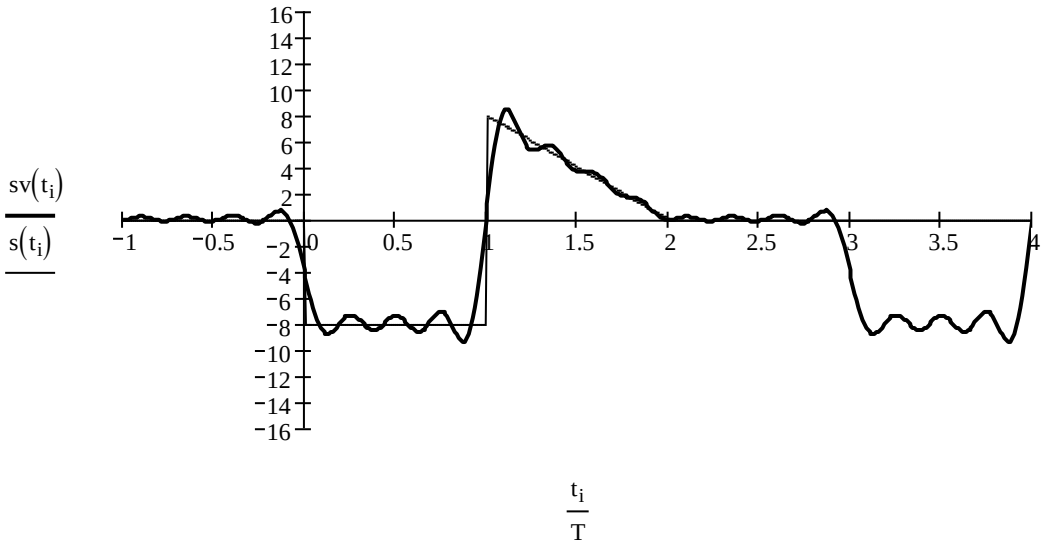


Рис. А.9 – Восстановление сигнала усеченным рядом Фурье

Восстановленный сигнал имеет периодический, пульсирующий характер. Периодизация сигнала произошла из-за дискретизации спектральной плотности в частотной области, а пульсирует восстановленный сигнал из-за ограниченной двенадцатью гармониками ширины спектра сигнала.

А.5 Анализ аналоговой линейной электрической цепи

Схема заданного четырехполюсника представлена на рисунке А.10.

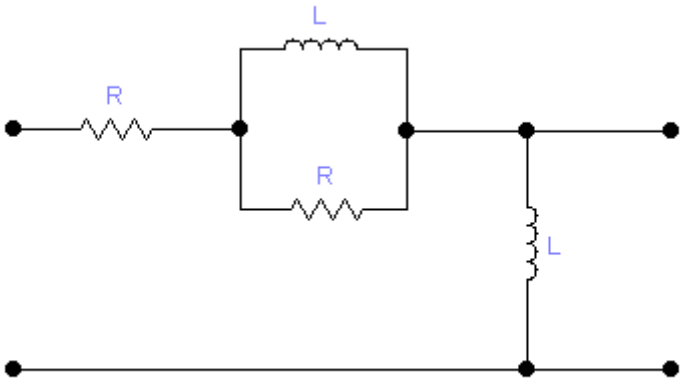


Рис. А.10 – Схема исходного аналогового фильтра-прототипа

При этом известно соотношение между постоянной времени цепи τ и интервалом описания фрагмента сигнала t_1:

$$\tau = \frac{L}{R} = t_1 \text{ или } \alpha = \frac{R}{L} = \frac{1}{t_1}.$$

Нахождение передаточной функции аналогового фильтра

Передаточную функцию в операторной форме записи цепи находим методами ОТЦ:

$$K_u(p) = \frac{pL}{R + \frac{R \cdot pL}{R + pL} + pL} = \frac{RpL + p^2L^2}{R^2 + 3RpL + p^2L^2} =$$

$$= \frac{p^2 + \frac{R}{L}p}{p^2 + 3\frac{R}{L}p + \frac{R^2}{L^2}} = \frac{p^2 + \alpha p}{p^2 + 3\alpha p + \alpha^2}.$$

Построение частотных характеристик аналогового фильтра

Переход от передаточной функции в операторной форме записи к частотным характеристикам производится путем замены $p = j\omega$.

Построим АЧХ сигнала, для того чтобы определить частоту среза, частоту ω_{max} и другие величины, которые понадобятся при синтезе цифровых фильтров на основе данного аналогового фильтра-прототипа.

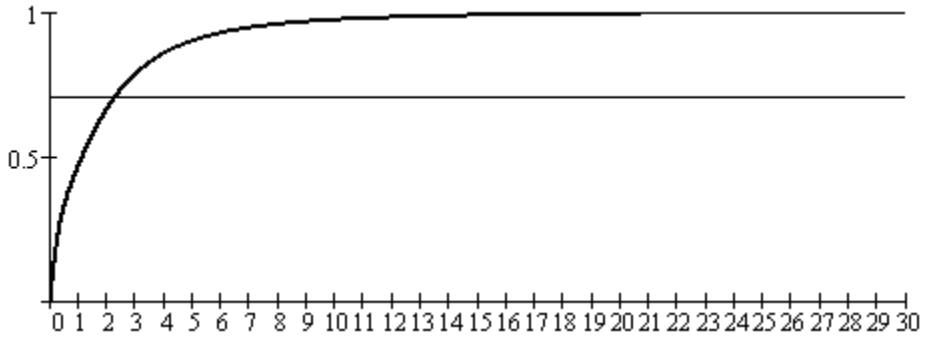


Рис. А.11 – АЧХ аналогового фильтра-прототипа

Из рисунка А.11 видно, что фильтр не пропускает частоты, близкие к нулю, то есть является фильтром верхних частот. Прямая параллельная оси частот определяет пороговый уровень, по которому определяется частота среза $\omega_{ср} = 2.275\alpha$ (вычислена с помощью ЭВМ).

Величину ω_{max} определим следующим образом. Сначала преобразуем передаточную функцию, выделив целую часть.

$$K_u(p) = \frac{p^2 + \alpha p}{p^2 + 3\alpha p + \alpha^2} = 1 - \frac{\alpha^2 + 2\alpha p}{p^2 + 3\alpha p + \alpha^2} = 1 - K_{\sim}(p).$$

Затем применим пороговый критерий к переменной составляющей $K_{\sim}(p)$, заменяя p на $j\omega$.

$$\dot{K}_{\sim}(\omega) = \frac{\alpha^2 + 2\alpha j\omega}{-\omega^2 + 3\alpha j\omega + \alpha^2}.$$

По порогу 0,1 определим $\omega_{max} = 20\alpha$ (рис. А.12).

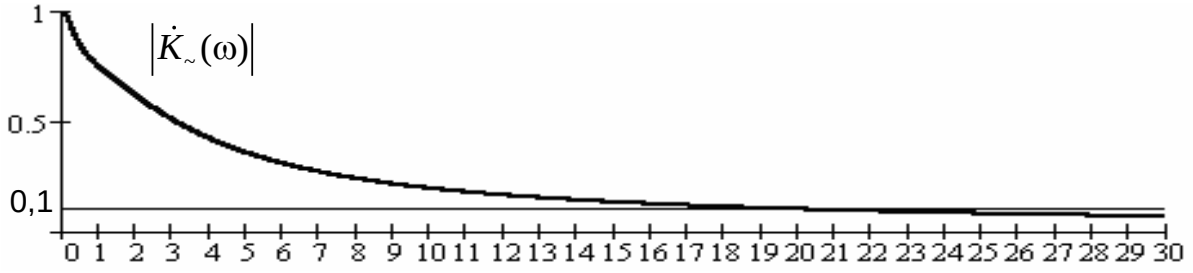


Рис. А.12 – Определение ω_{max}

Нахождение временных характеристик аналогового фильтра

Для нахождения отклика цепи на сигнал необходимо определить временные характеристики заданного четырехполюсника, а именно отклики на типовые составляющие исходного сигнала.

Импульсную характеристику определяем с помощью обратного преобразования Лапласа, взятого от передаточной функции:

$$g(t) = L^{-1}\left[K_u(p)\right] = \delta(t) - 0.106\alpha e^{-0.382\alpha t}\sigma(t) - 1.894\alpha e^{-2.618\alpha t}\sigma(t).$$

В этом выражении $\delta(t)$ – это обобщенная функция Дирака, которая равна бесконечности в точке, равной нулю, и нулю во всех остальных точках.

Передаточную характеристику найдем, взяв обратное преобразование Лапласа от передаточной функции, поделенной на p:

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{K_u(p)}{p}\right] = 0.276e^{-0.382\alpha t}\sigma(t) + 0.724e^{-2.618\alpha t}\sigma(t).$$

Построение временных характеристик аналогового фильтра

Импульсная характеристика (без указания дельта-функции) (рис. А.13)

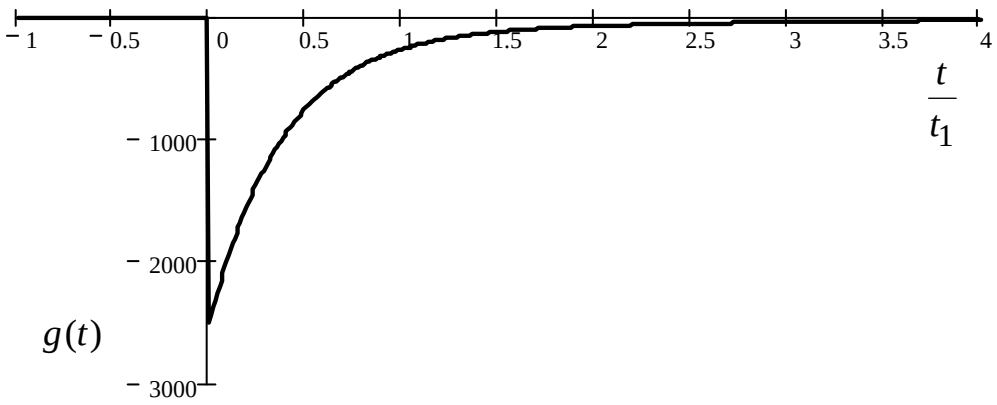


Рис. А.13 – Импульсная характеристика
аналогового фильтра-прототипа

На рисунке А.13 изображена импульсная характеристика заданного четырехполюсника, однако на ней не отображен тот факт, что импульсная характеристика в точке, равной нулю, равна бесконечности.

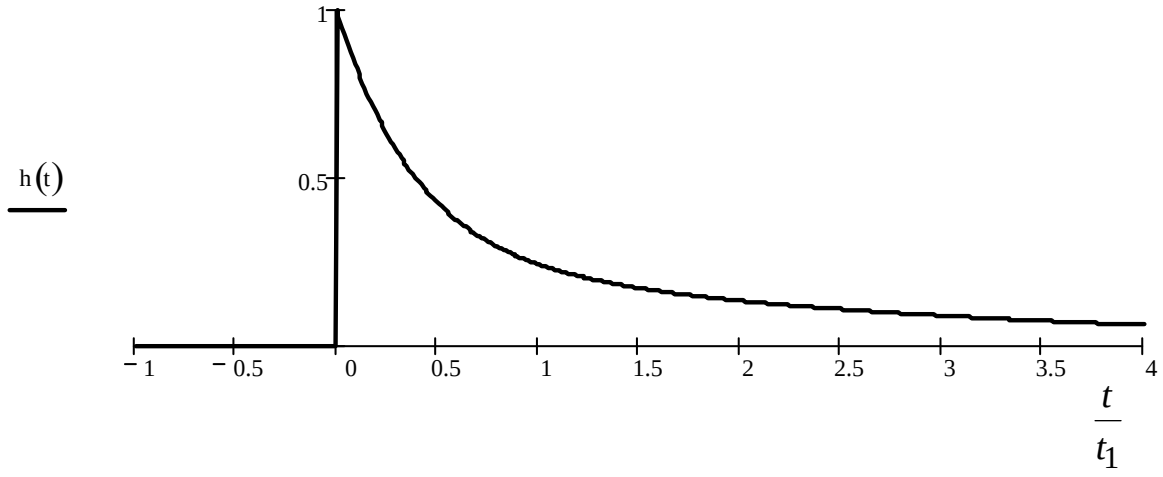


Рис. А.14 – Переходная характеристика аналогового фильтра-прототипа

Анализируя переходную характеристику на рисунке А.14, можно определить, что заданный четырехполюсник является дифференциатором.

Нахождение отклика аналогового фильтра на сигнал

Для нахождения отклика аналогового фильтра на исходный сигнал сначала найдем отклик цепи на линейную функцию. Отклик цепи на линейный

сигнал определяем также с помощью обратного преобразования Лапласа, взятого от передаточной функции, поделенной на p^2 (рис. А.15).

$$s_{\text{вых}}(t) = L^{-1}\left[\frac{K_u(p)}{p^2}\right] =$$

$$= \frac{\sigma(t)}{\alpha} - \frac{0.724\sigma(t)}{\alpha} e^{-0.382\alpha t} - \frac{0.276\sigma(t)}{\alpha} e^{-2.618\alpha t} \frac{\sigma(t)}{\alpha}.$$

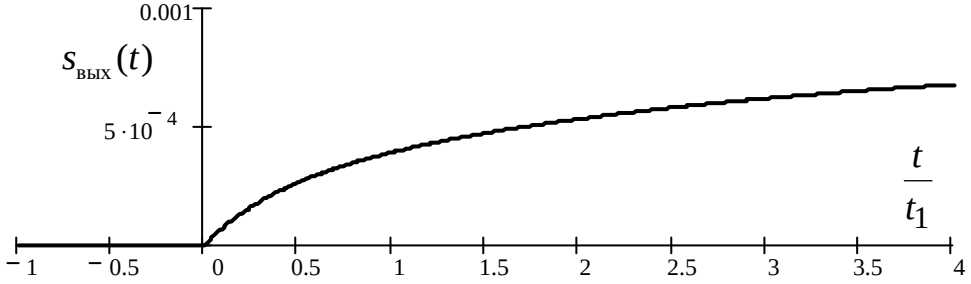


Рис. А.15 – Отклик аналогового фильтра-прототипа на линейный сигнал

Теперь необходимо просуммировать отклики на типовые сигналы с учетом весов и сдвигов по времени:

$$s_{\Sigma}(t) = -Eh(t) + 2Eh(t-t_1) - \frac{E}{t_1} s_{\text{вых}}(t-t_1) + \frac{E}{t_1} s_{\text{вых}}(t-2t_1).$$

Построение отклика аналогового фильтра на сигнал (рис. А.16)

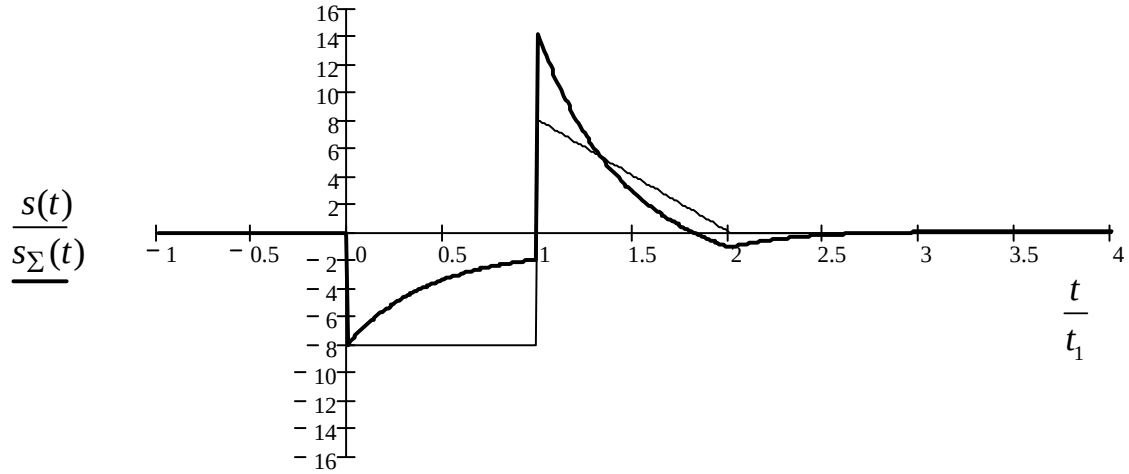


Рис. А.16 – Отклик аналогового фильтра-прототипа на исходный аналоговый сигнал

А.6 Дискретизация аналогового сигнала

Прежде чем начать дискретизацию аналогового сигнала, необходимо определить параметры дискретизации:

$N = \dfrac{2\omega_{\max}}{\omega_0}$ – количество степеней свободы,

$T_д = \dfrac{T_{oc}}{N}$ – интервал дискретизации.

Дискретный сигнал определяется формулой $s_n = s(nT_д)$ (рис. А.17).

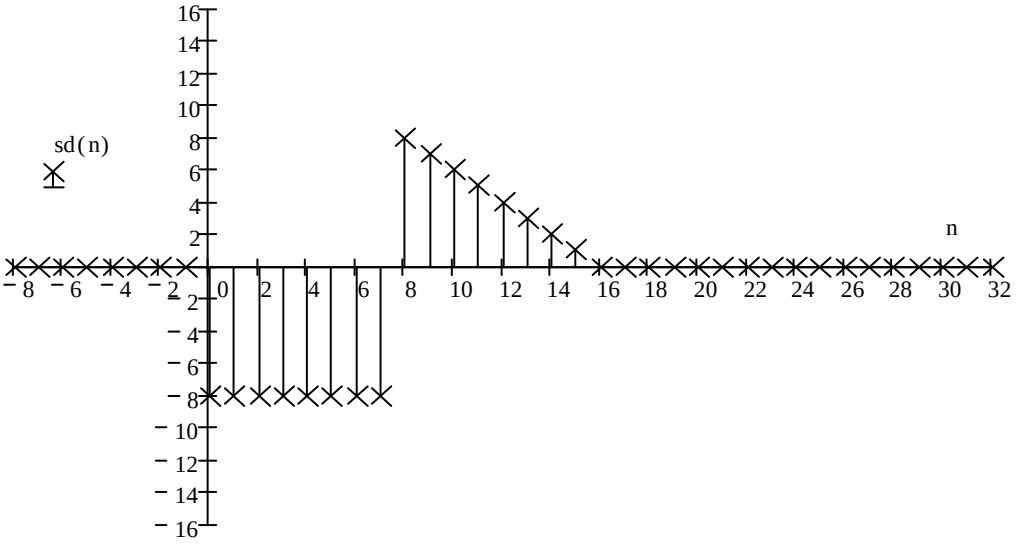


Рис. А.17 – Дискретный сигнал

Разложение дискретного сигнала на типовые составляющие

Для применения *Z*-преобразования лучше всего сначала разбить дискретный сигнал на типовые составляющие, как это было сделано при анализе аналогового сигнала:

$$s_{1n} = -E\sigma_n,\ s_{2n} = -2E\sigma_{n-\frac{N}{3}},\ s_{3n} = -\frac{3E}{N}(n-\frac{N}{3})\sigma_{n-\frac{N}{3}},\ s_{4n} = \frac{3E}{N}(n-\frac{2N}{3})\sigma_{n-\frac{2N}{3}}.$$

Графическое представление типовых составляющих дискретного сигнала представлено на рисунке А.18.

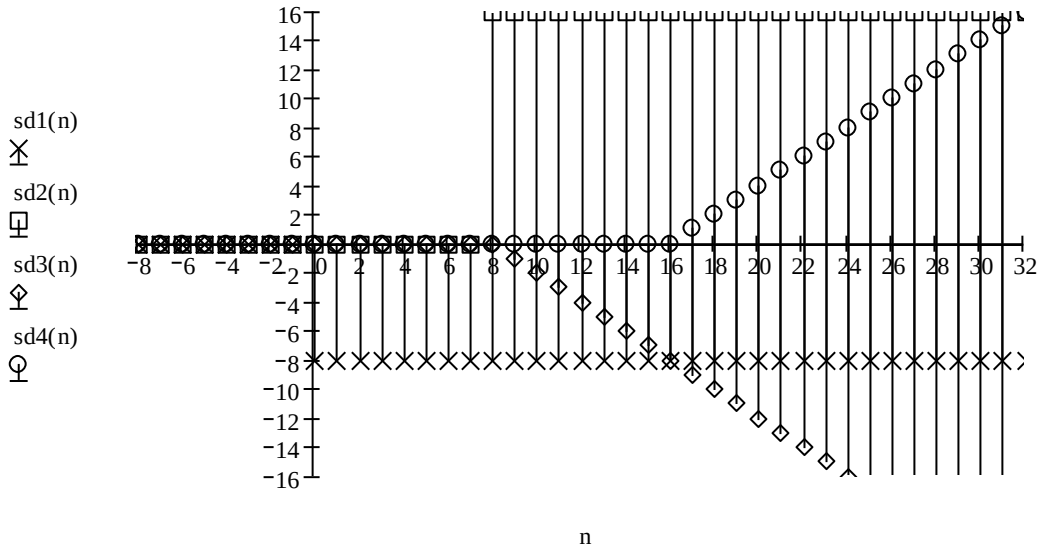


Рис. А.18 – Типовые составляющие дискретного сигнала

Нахождение спектральной плотности дискретного сигнала

Для нахождения спектральной плотности дискретного сигнала применим к нему прямое *Z*-преобразование:

$$S_\partial(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-j\omega n T_\partial} .$$

Но так как в пункте 4.2 сигнал был разбит на типовые составляющие, которые можно свернуть по одному, а не весь сигнал сразу, что гораздо легче, сначала найдем их по отдельности, затем просуммируем и применим замену $z = e^{j\omega T_\partial}$.

$$S_1(z) = E\frac{z}{z-1},\ S_2(z) = 2E\frac{z}{z-1}z^{-\frac{N}{3}},\ S_3(z) = -\frac{3E}{N}\frac{z}{(z-1)^2}z^{-\frac{N}{3}},$$

$$S_3(z) = \frac{3E}{N}\frac{z}{(z-1)^2}z^{-\frac{2N}{3}},\ S_\partial(\omega) = S_1(e^{j\omega T_\partial}) + S_2(e^{j\omega T_\partial}) + S_3(e^{j\omega T_\partial}) + S_4(e^{j\omega T_\partial}).$$

Построение спектральной плотности дискретного сигнала

Для анализа влияния дискретизации на частотные характеристики сигнала спектральные плотности представлены на рисунке А.19.

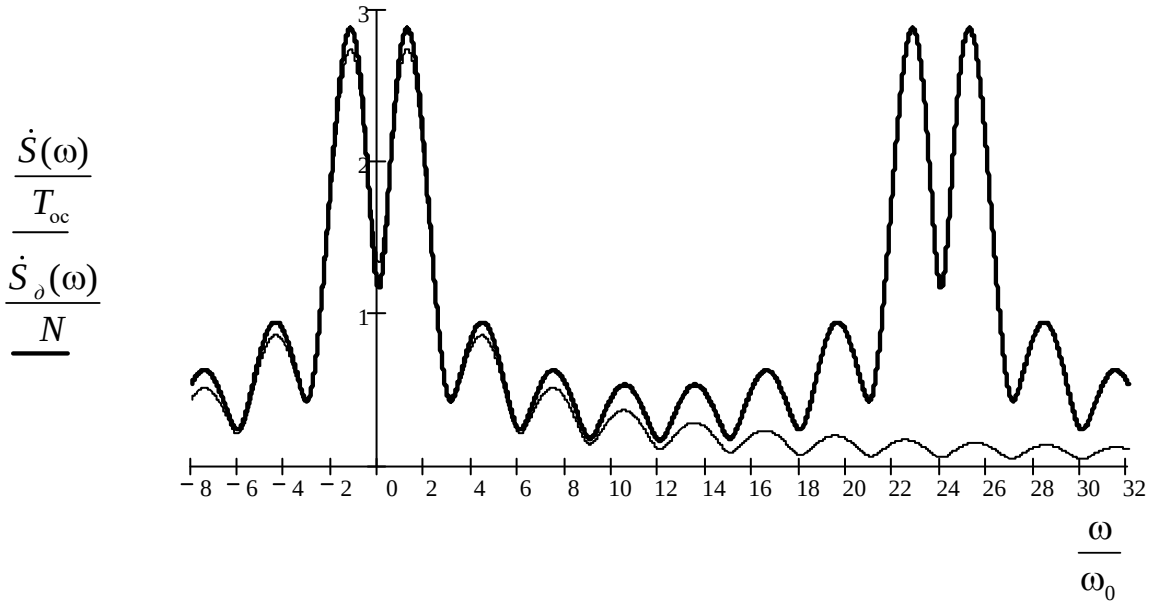


Рис. А.19 – Спектральная плотность дискретного сигнала

Из графика (рис. А.19) видно, что АЧХ претерпела периодизацию. Это произошло вследствие дискретизации исходного сигнала по времени. Также следует заметить, что спектральная плотность дискретного сигнала находится выше спектральной плотности аналогового сигнала, это обусловлено наложением «хвостов».

Фазочастотная характеристика

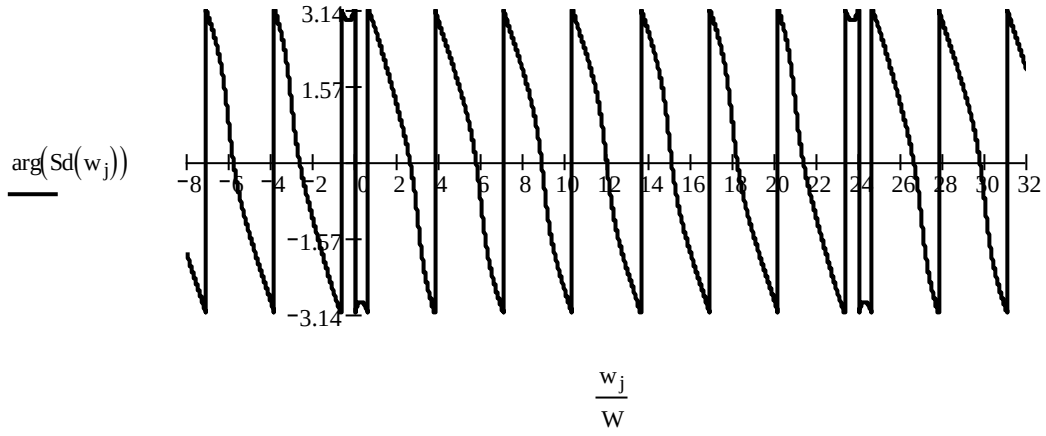


Рис. А.20 – ФЧХ дискретного сигнала

Как и в аналоговом сигнале, скомпенсируем с помощью теоремы сдвига линейную составляющую ФЧХ (рис. А.20, А.21).

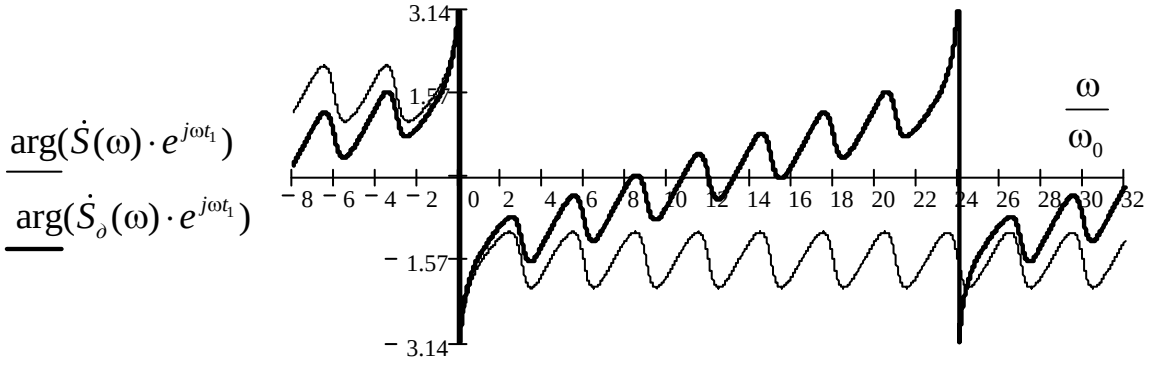


Рис. А.21 – ФЧХ дискретного сигнала с компенсированной линейной составляющей

Расчёт и построение спектра комплексных коэффициентов ДПФ

Для нахождения дискретного представления сигнала в частотной области применяем прямое дискретное преобразование Лапласа (рис. А.22).

$$C_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}.$$

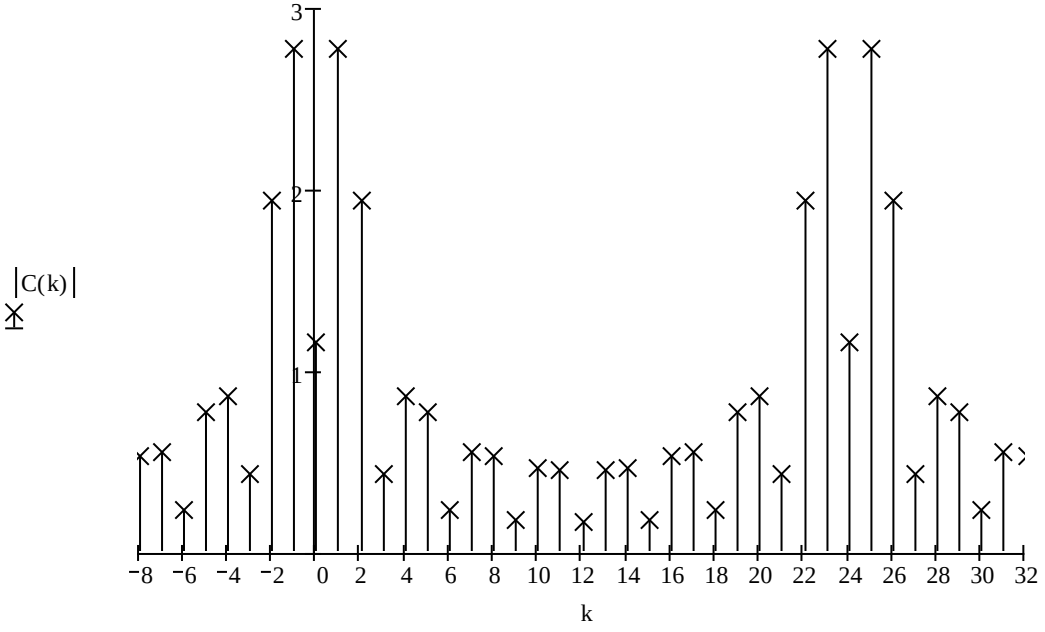


Рис. А.22 – Спектр модулей комплексных коэффициентов ДПФ

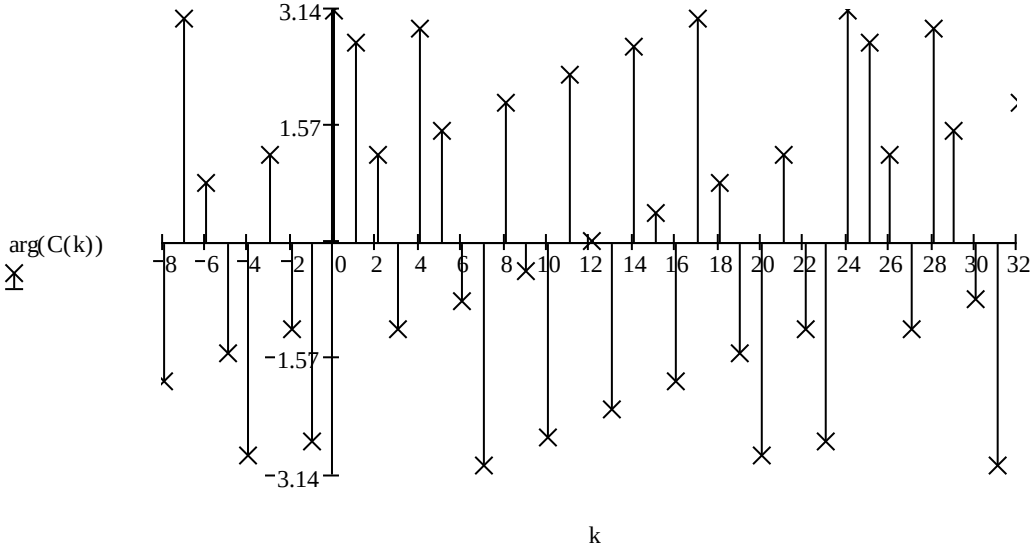


Рис. А.23 – Спектр фаз комплексных коэффициентов ДПФ

Из графика (рис. А.23) видно, что если поменять знак индекса на противоположный, знак аргумента также инвертируется, другими словами, комплексные коэффициенты, симметричные относительно начала координат, являются комплексно-сопряженными.

Восстановление аналогового сигнала

Восстановление сигнала проведём двумя способами: с помощью теоремы Котельникова и по Фурье.

Восстановление с помощью теоремы Котельникова:

$$s_{\text{восст}}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} s_n \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\omega_0(t - nT_\partial)\right]}{\frac{N}{2}\omega_0(t - nT_\partial)}.$$

Сигнал восстанавливается из простых составляющих с разными весами и сдвигами по времени, подобных тем, которые изображены на рисунке А.24. Результат суммирования этих составляющих представлен на рисунке А.25. Это и есть восстановление сигнала по Котельникову.

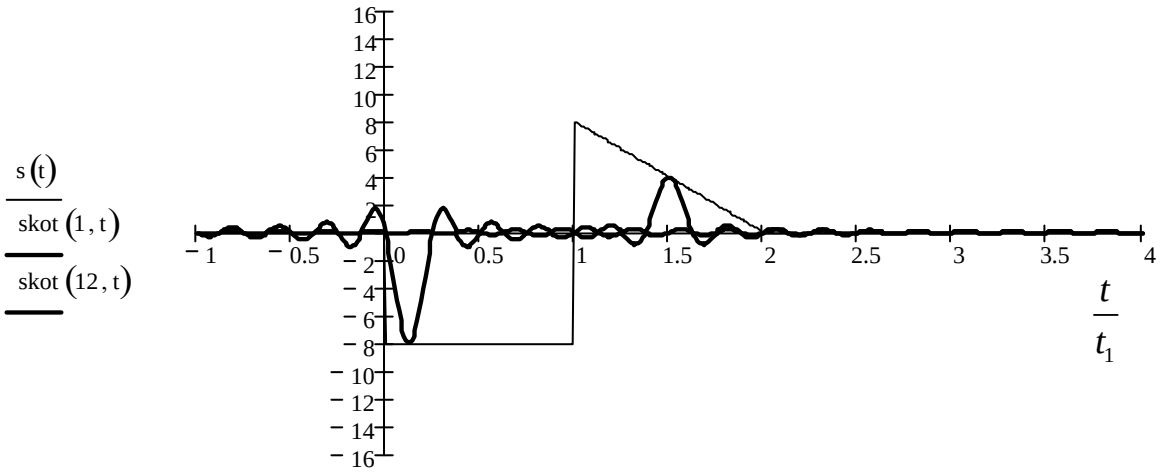


Рис. А.24 – Составляющие сигнала, восстановленного по Котельникову

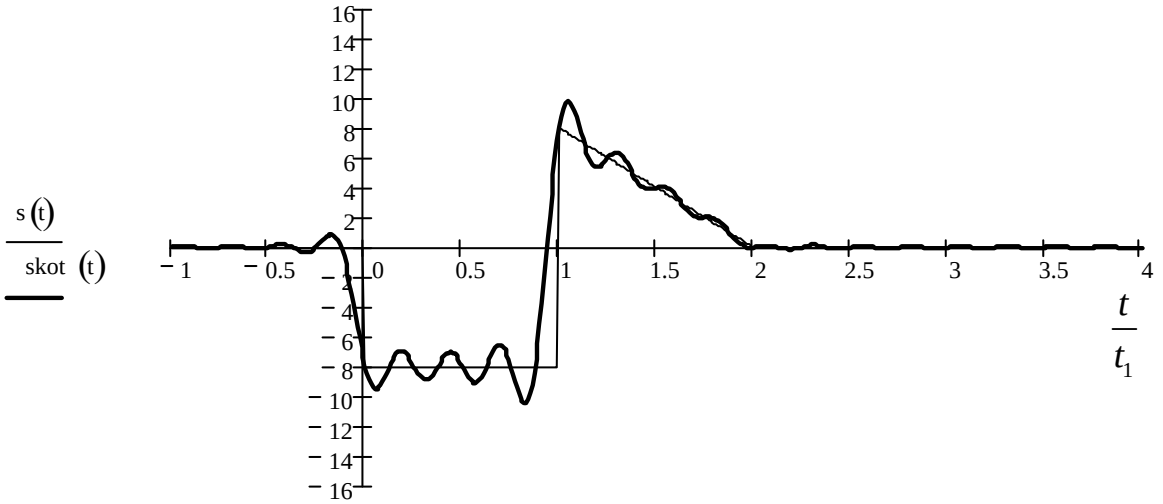


Рис. А.25 – Сигнал, восстановленный по Котельникову

Восстановление по Фурье определяется следующей формулой:

$$s_{\text{âî ññò}}(t) = C_0 + 2\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}(|C_k|\cos(k\omega_0 t + \arg C_k)) + \left|C_{N/2}\right|\cos(\frac{N}{2}\omega_0 t + \arg C_{N/2}).$$

На рисунке А.26 приведено графическое представление восстановления.

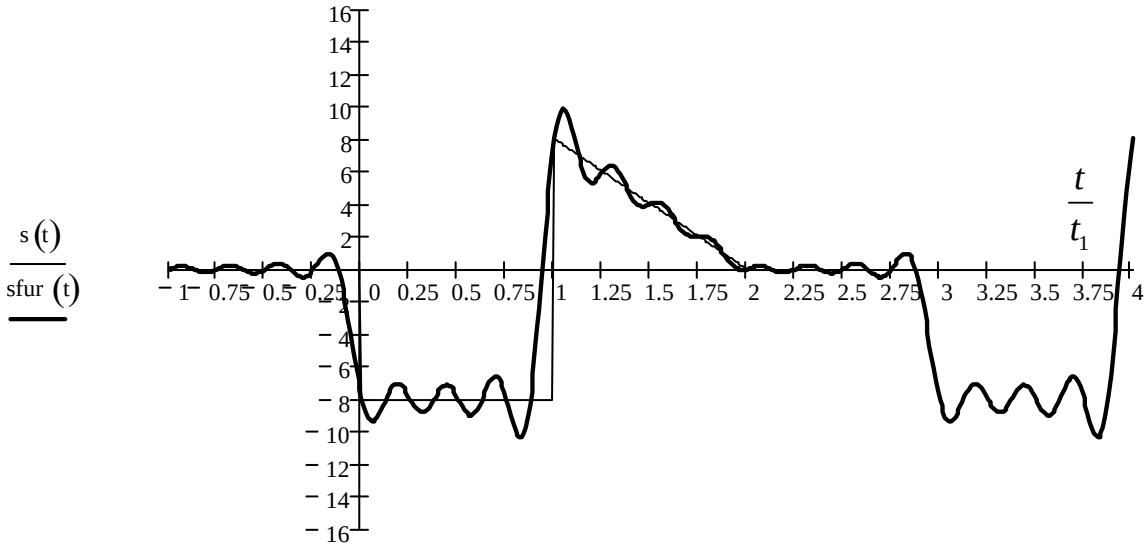


Рис. А.26 – Сигнал, восстановленный по Фурье

А.7 Синтез цифрового фильтра методом инвариантности импульсной характеристики

Дискретизация импульсной характеристики проводится для нахождения системных функций методом инвариантной импульсной характеристики. Для дискретизации импульсной характеристики необходимо вначале найти интервал дискретизации. Он определяется следующей формулой:

$$T_д = \frac{\pi}{\omega_{max}}.$$

Дискретная импульсная характеристика:

$$g_n = g(nT_д) \cdot T_д = -0.017 \cdot 0.942^n \sigma_n - 0.297 \cdot 0.663^n \sigma_n.$$

При этом обобщенная функция Дирака, имевшая место в аналоговом представлении, в цифровом представлении заменяется значением единицы в начале координат (рис. А.27).

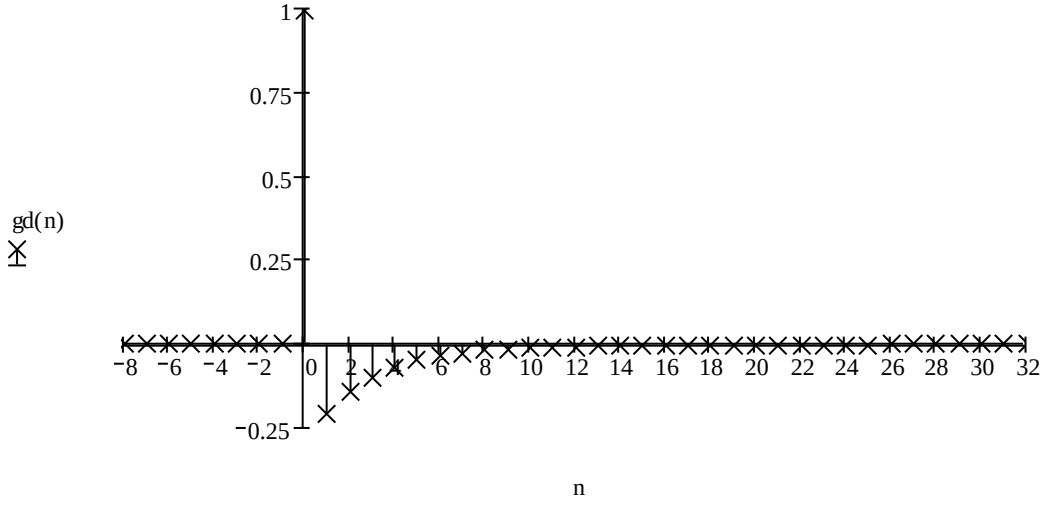


Рис. А.27 – Дискретная импульсная характеристика

Расчет ТЦФ методом ИИХ

Для нахождения системной функции ТЦФ необходимо ограничить импульсную характеристику по пороговому критерию, определенному как десятая часть первого отсчета дискретной импульсной характеристики:

$$g_1 = -0.213,\ g_2 = -0.145,\ g_3 = -0.101,\ g_4 = -0.071,\ g_5 = -0.05,\ g_6 = -0.037,$$

$$g_7 = -0.028,\ g_8 = -0.021,\ g_9 = -0.017,\ g_{10} = -0.014,\ g_{11} = -0.012,$$

$$g_{12} = -0.01.$$

Ограничиваем импульсную характеристику восемью отсчетами:

$$k_{\text{ТЦФ}}(z) = 1 + \sum_{n=1}^{8} g_n z^{-n}.$$

В системной функции единица означает, что в точке, равной нулю, импульсная характеристика равна единице, то есть сигнал на входе беспрепятственно проходит к выходу.

Исходя из системной функции, нетрудно составить структурную схему трансверсального цифрового фильтра (рис. А.28).

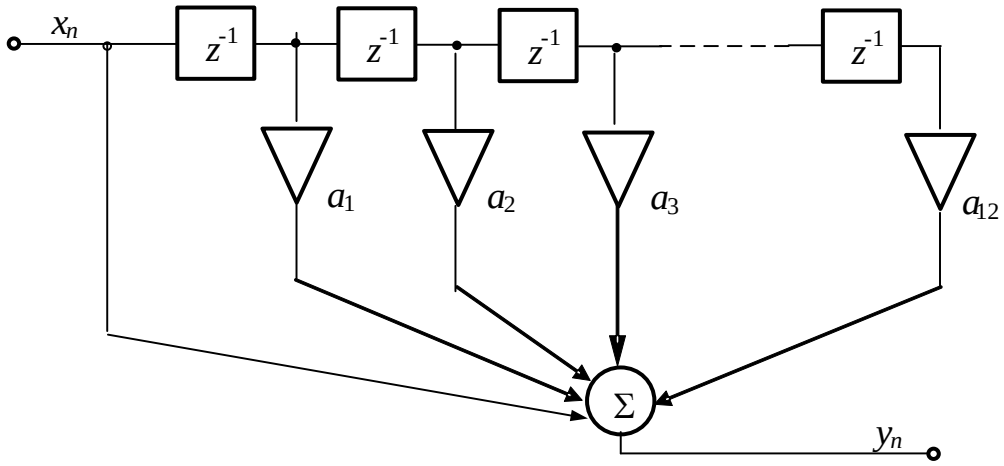


Рис. А.28 – Структурная схема трансверсального цифрового фильтра

Построение частотных характеристик ТЦФ

Частотные характеристики ТЦФ получаем из его системной функции путем замены $z = e^{j\omega T_\partial}$.

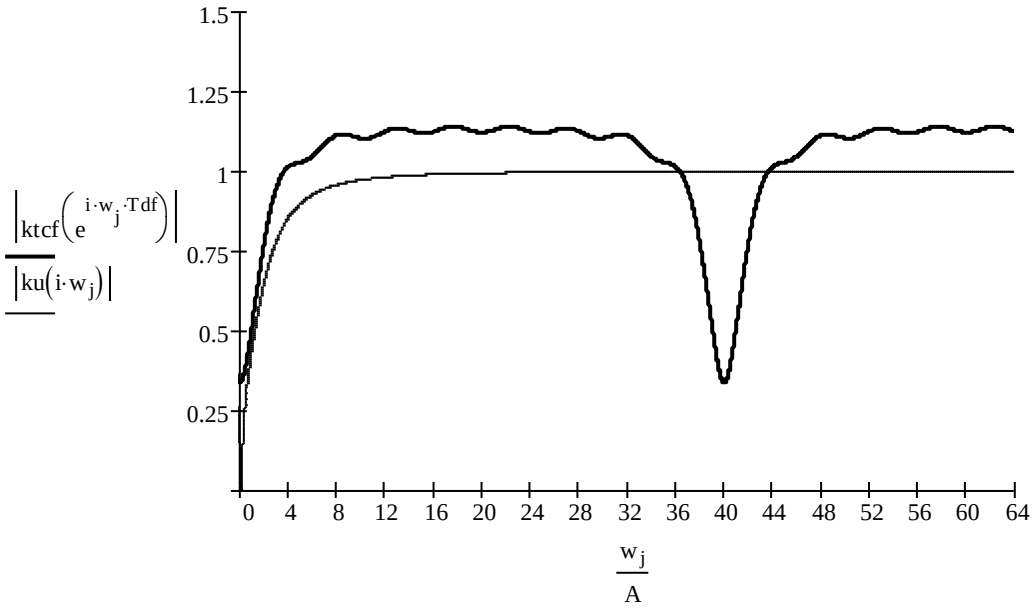


Рис. А.29 – АЧХ трансверсального цифрового фильтра

Из рисунка А.29 видно, что амплитудно-частотная характеристика трансверсального цифрового фильтра пульсирует, это является следствием того, что трансверсальный цифровой фильтр имеет конечную импульсную характеристику, из-за этого иногда трансверсальный цифровой фильтр называют фильтром с конечной импульсной характеристикой, КИХ-фильтром.

Фазочастотная характеристика (рис. А.30)

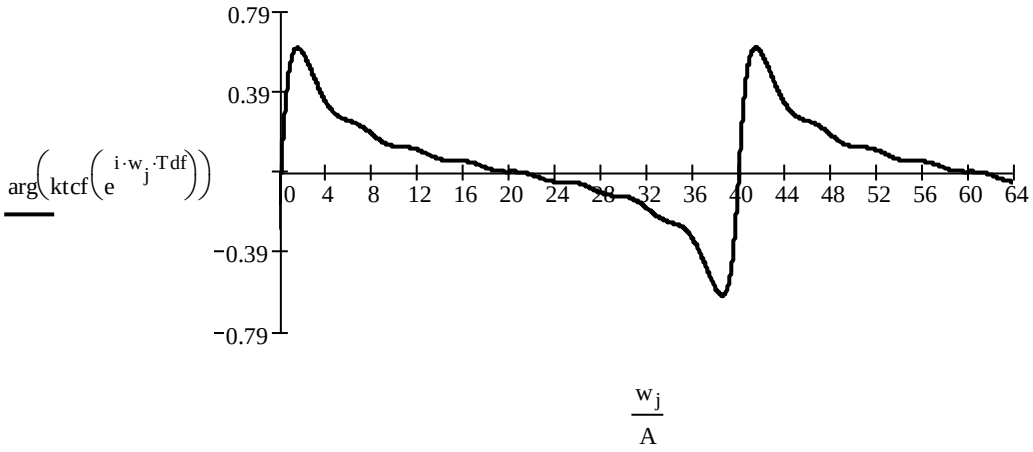


Рис. А.30 – ФЧХ трансверсального цифрового фильтра

Расчет РЦФ методом ИИХ

Нахождение системной функции РЦФ

В отличие от трансверсальных фильтров, имеющих конечную импульсную характеристику, рекурсивные фильтры имеют бесконечную импульсную характеристику, из-за этого их иногда называют фильтрами бесконечной импульсной характеристики, БИХ-фильтрами. Системная функция рекурсивного цифрового фильтра определяется формулой:

$$k_{\text{РЦФ}}(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} g_n z^{-n}.$$

Подставив дискретную импульсную характеристику, свернем бесконечные геометрические прогрессии, получающиеся при этом:

$$k_{\text{РЦФ}}(z) = 1 - \frac{0.016z^{-1}}{1 - 0.942z^{-1}} - \frac{0.197z^{-1}}{1 - 0.663z^{-1}}.$$

Приведем выражение к каноническому виду и в результате будем иметь:

$$k_{\text{РЦФ}}(z) = \frac{1 - 1.818z^{-1} + 0.822z^{-2}}{1 - (1.605z^{-1} - 0.625z^{-2})}.$$

На основе системной функции запишем алгоритм работы РЦФ:

$$Y_n = X_n - 1.818X_{n-1} + 0.822X_{n-2} + 1.605Y_{n-1} - 0.625Y_{n-2} =$$

$$= X_n + a_1X_{n-1} + a_2X_{n-2} + b_1Y_{n-1} + b_2Y_{n-2}.$$

Структурная схема приведена ниже на рисунке А.31.

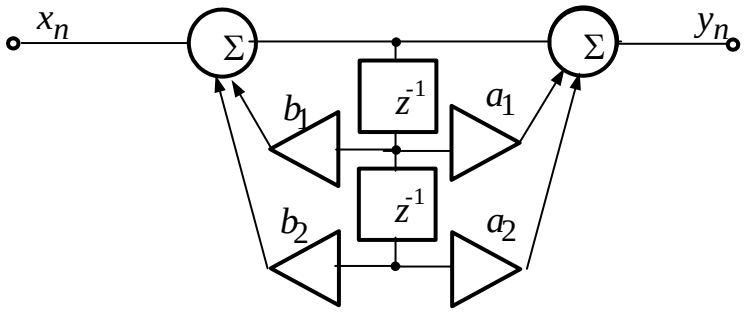


Рис. А.31 – Структурная схема рекурсивного цифрового фильтра

Построение частотных характеристик РЦФ

Переход от системной функции осуществим путем замены $z = e^{j\omega T_\partial}$.

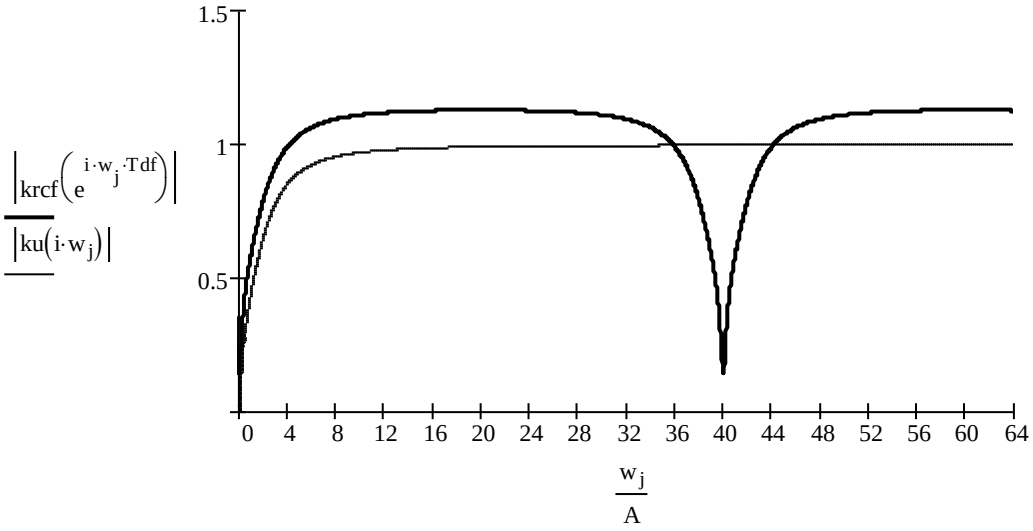


Рис. А.32 – АЧХ рекурсивного цифрового фильтра

Из рисунка А.32 видно – АЧХ не пульсирует, это говорит о бесконечности импульсной характеристики.

Фазочастотная характеристика (рис. А.33)

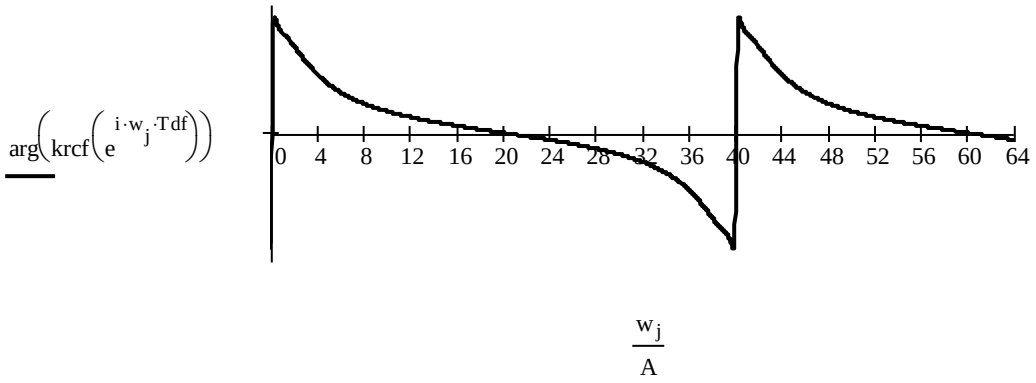


Рис. А.33 – ФЧХ рекурсивного цифрового фильтра

А.8 Синтез цифрового фильтра методом билинейного *Z*-преобразования

Нахождение системной функции РЦФ

В этом методе используется билинейная подстановка. К системной функции рекурсивного фильтра перейдем путем замены следующего вида:

$$p = \frac{2}{T_д} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

В полученном выражении проводим преобразования, аналогичные проделанным выше. В итоге получим системную функцию рекурсивного цифрового фильтра в канонической форме (рис. А.34):

$$k_{\text{РЦФ}}(z) = \frac{0.869 - 1.611z^{-1} + 0.742z^{-2}}{1 - (1.611z^{-1} - 0.62z^{-2})}.$$

Алгоритм работы и структурная схема имеют вид:

$$Y_n = 0.869X_n - 1.611X_{n-1} + 0.742X_{n-2} + 1.611Y_{n-1} - 0.62Y_{n-2} =$$

$$= a_0X_n + a_1X_{n-1} + a_2X_{n-2} + b_1Y_{n-1} + b_2Y_{n-2}.$$

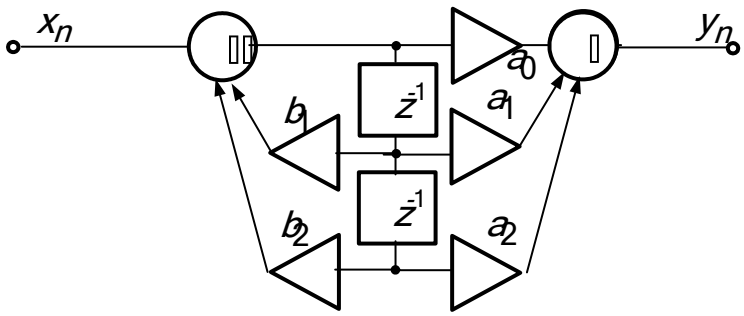


Рис. А.34 – Структурная схема рекурсивного цифрового фильтра

Построение частотных характеристик РЦФ

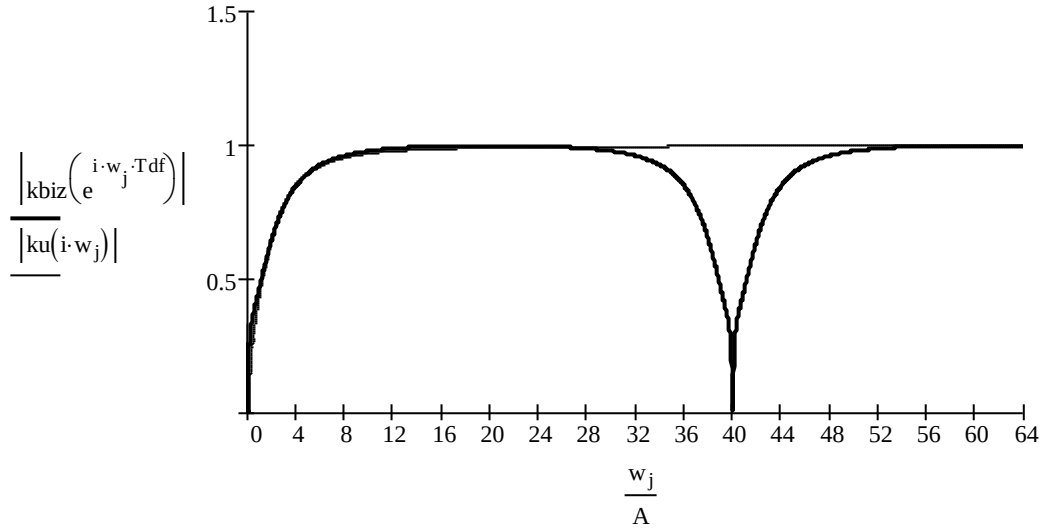


Рис. А.35 – АЧХ рекурсивного цифрового фильтра

В методе билинейного *Z*-преобразования, в отличие от метода ИИХ, полученная АЧХ практически совпадает с АЧХ аналогового фильтра-прототипа (рис. А.35).

Фазочастотная характеристика (рис. А.36)

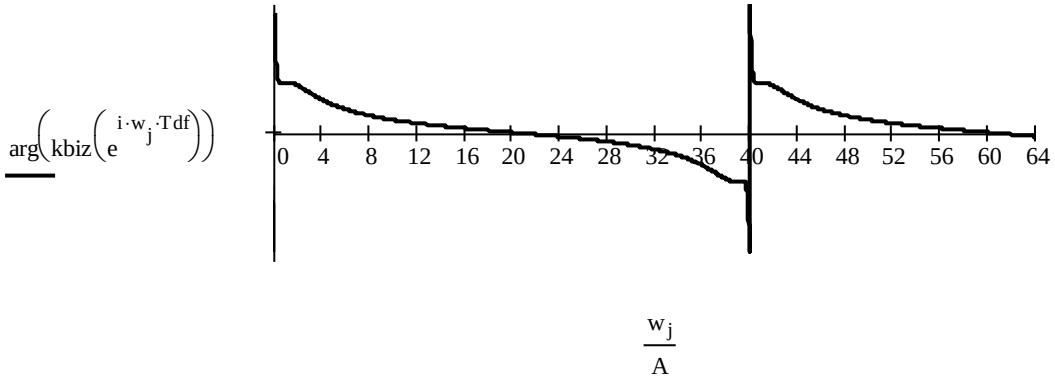


Рис. А.36 – ФЧХ рекурсивного цифрового фильтра

Расчет отклика ЦФ на дискретный сигнал

По алгоритму работы РЦФ построим отклик РЦФ на дискретный сигнал, полученный путем дискретизации исходного аналогового сигнала.

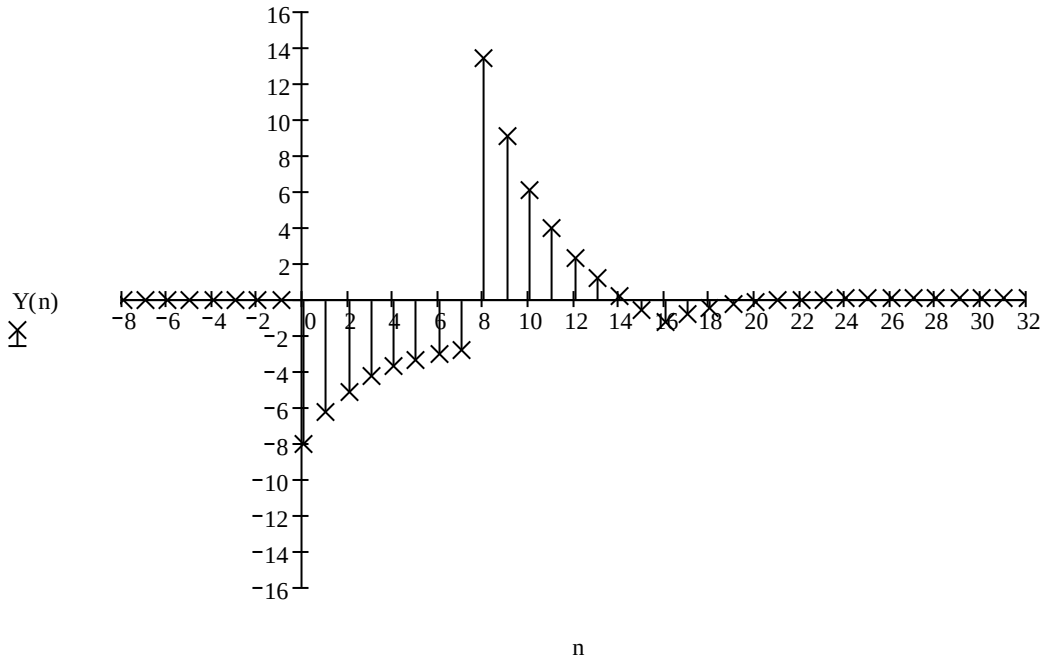


Рис. А.37 – Отклик цифрового фильтра на дискретный сигнал

Из рисунка А.37 видно – рассчитанный ЦФ дифференцирует входной дискретный сигнал. Значит, расчет проведен правильно.

А.9 Синтез цифрового полосового фильтра Чебышева

Анализ исходных данных

У фильтра Чебышева I типа амплитудно-частотная характеристика имеет равноволновое приближение внутри полосы и плоское приближение вне полосы. Такой фильтр будет исследоваться в данном разделе курсовой работы.

Заданы нормированные цифровые граничные частоты для требуемого полосового фильтра Чебышева:

$$\widehat{\omega}_{п_1} = 0{,}1;\ \widehat{\omega}_{п_2} = 0{,}2;\ \widehat{\omega}_{з_1} = 0{,}05;\ \widehat{\omega}_{з_2} = 0{,}25.$$

Также заданы коэффициенты затухания внутри полосы и вне полосы соответственно:

$$A_{\text{i}} = 3\,\text{дБ};\ A_{\text{ç}} = 20\,\text{дБ}.$$

Перед расчётом деформированных частот необходимо рассчитать параметры преобразования:

$$\gamma = \operatorname{ctg}\pi\left(\widehat{\omega}_{п_2} - \widehat{\omega}_{п_1}\right) = \frac{1}{\operatorname{tg}(0{,}1\pi)} = 3{,}078;$$

$$\alpha = \frac{\cos\pi(\widehat{\omega}_{п_2} - \widehat{\omega}_{п_1})}{\sin\pi(\widehat{\omega}_{п_2} - \widehat{\omega}_{п_1})} = \frac{\cos(0{,}3\pi)}{\sin(0{,}1\pi)} = 0{,}618.$$

Вычислим нормированные деформированные граничные частоты полосы пропускания аналогового фильтра-прототипа:

$$\widehat{\Omega}_{п_1} = \gamma\frac{\alpha - \cos 2\pi\widehat{\omega}_{п_1}}{\sin 2\pi\,\widehat{\omega}_{п_1}} = 3{,}078\frac{0{,}618 - \cos(0{,}2\pi)}{\sin(0{,}2\pi)} = -1;$$

$$\widehat{\Omega}_{п_2} = \gamma\frac{\alpha - \cos 2\pi\widehat{\omega}_{п_2}}{\sin 2\pi\,\widehat{\omega}_{п_2}} = 3{,}078\frac{0{,}618 - \cos(0{,}4\pi)}{\sin(0{,}4\pi)} = 1.$$

Граничные аналоговые частоты полосы заграждения определим по формуле:

$$\hat{\Omega}_{\hat{\text{e}}} = \min\left(\left|\hat{\Omega}_{\hat{\text{e}}}^{\text{I}}\right|, \left|\hat{\Omega}_{\hat{\text{e}}}^{\text{II}}\right|\right),$$

где $\hat{\Omega}_{к}^{I} = \gamma \frac{\alpha - \cos 2\pi\hat{\omega}_{з1}}{\sin 2\pi\hat{\omega}_{з1}}$; $\hat{\Omega}_{к}^{II} = \gamma \frac{\alpha - \cos 2\pi\hat{\omega}_{з2}}{\sin 2\pi\hat{\omega}_{з2}}$.

Очевидно, $\hat{\Omega}_{ê} = 1{,}902$, откуда получаем $\hat{\Omega}_{ç1} = -1{,}902$ и $\hat{\Omega}_{ç2} = 1{,}902$.

Найдём порядок НЧ-прототипа:

$$N \geq \frac{\operatorname{arch} \sqrt{\frac{10^{0,1A_з} - 1}{10^{0,1A_п} - 1}}}{\operatorname{arch} \frac{\hat{\Omega}_з}{\hat{\Omega}_п}} = 2{,}376.$$

Поскольку порядок фильтра выражается натуральным числом, необходимо принять $N = 3$.

Анализ аналогового фильтра Чебышева

Передаточная функция аналогового фильтра Чебышева I типа удовлетворяет равенству:

$$\left| K_{Ч_1}(\hat{\Omega}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 T_N^2 \hat{\Omega}}} \right|.$$

Здесь T_N – полином Чебышева N-го порядка (в данном случае $N = 3$):

$$T_3(\hat{\Omega}) = 4\hat{\Omega}^3 - 3\hat{\Omega}.$$

Также необходимо знать параметр ε, характеризующий величину флуктуаций АЧХ в полосе пропускания:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1A_п} - 1} = 0{,}998.$$

На рисунке А.38 приведена АЧХ фильтра Чебышева третьего порядка.

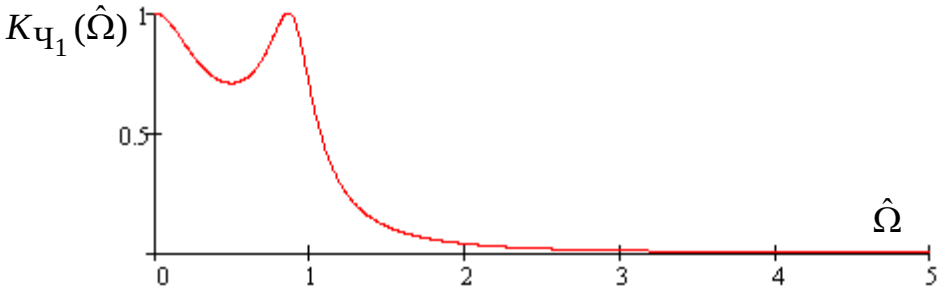


Рис. А.38 – АЧХ фильтра Чебышева

Синтез цифрового фильтра Чебышева

Согласно справочнику, полюса передаточной функции фильтра Чебышева 3-го порядка с затуханием в полосе пропускания $A_i = 3$ дБ равны

$$\hat{p}_1 = 0{,}299\,;\ \hat{p}_{2,3} = -0{,}149 + j0{,}904\,.$$

Передаточная функция для такого фильтра примет вид:

$$K_\times(p) = \frac{0{,}251}{(\hat{p} + 0{,}299)(\hat{p}^2 + 0{,}298\,\hat{p} + 0{,}839)}\,.$$

Для нахождения системной функции требуется произвести обобщённую билинейную замену:

$$\hat{p} = \gamma \frac{1 - 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}} = 3{,}078 \frac{1 - 1{,}236 z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}\,.$$

Системная функция фильтра приобретёт вид:

$$K(z) = 0{,}015 \cdot \frac{1 - z^{-2}}{1 - [1{,}126 z^{-1} - 0{,}823 z^{-2}]} \times$$

$$\times \frac{1 - 2z^{-2} + z^{-4}}{1 - [1{,}808 z^{-1} - 1{,}899 z^{-2} + 1{,}34 z^{-3} - 0{,}621 z^{-4}]}\,.$$

Коэффициенты получающегося цифрового фильтра занесены в таблицу А.2.1. Структура фильтра приведена на рисунке А.39.

Таблица А.2.1 – Коэффициенты цифрового фильтра

k	l	a_l^k	b_l^k
0		0,015	
1	1		–1,126
	2	–1	0,823
2	1		–1,808
	2	–2	1,899
	3		–1,34
	4	1	0,621

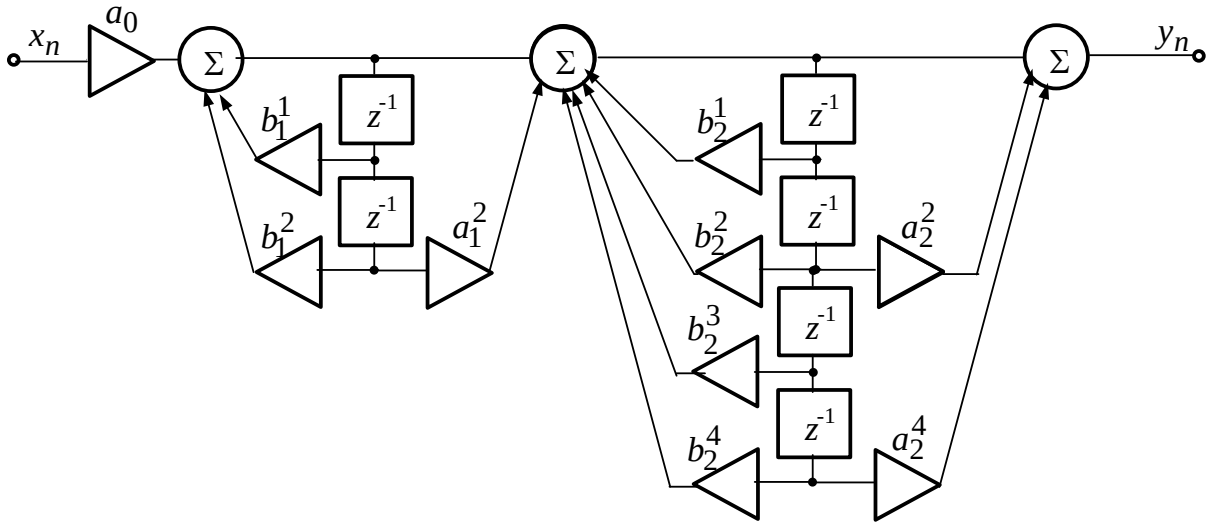


Рис. А.39 – Структурная схема цифрового фильтра Чебышева

Произведём проверку фильтра на устойчивость. Чтобы фильтр был устойчивым, необходимо, чтобы все полюса передаточной функции лежали на Z-плоскости внутри окружности единичного радиуса.

Полюса передаточной функции равны

$$z_{1,2} = 0,325 \pm j0,89;\ z_{3,4} = 0,562 \pm j0,713;\ z_{3,4} = 0,77 \pm j0,582.$$

Модули полюсов соответственно равны 0,947, 0,908 и 0,965. В самом деле, фильтр является электрически устойчивым.

Чтобы от системной функции цифрового фильтра перейти к его амплитудно-частотной характеристике, достаточно сделать замену следующего вида:

$$z = e^{j\omega T_д} = e^{j2\pi\hat{\omega}}.$$

На рисунке А.40 приведена АЧХ цифрового фильтра Чебышева, а на рисунке А.41 – его ФЧХ.

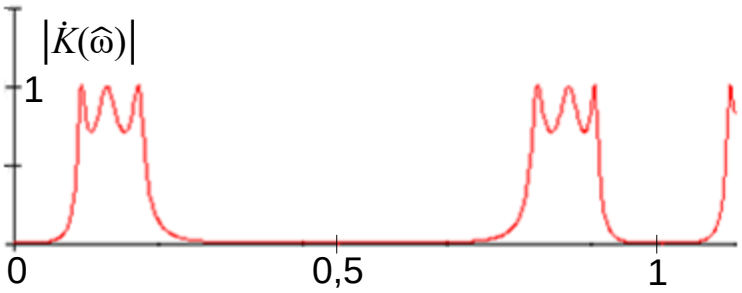


Рис. А.40 – АЧХ цифрового фильтра

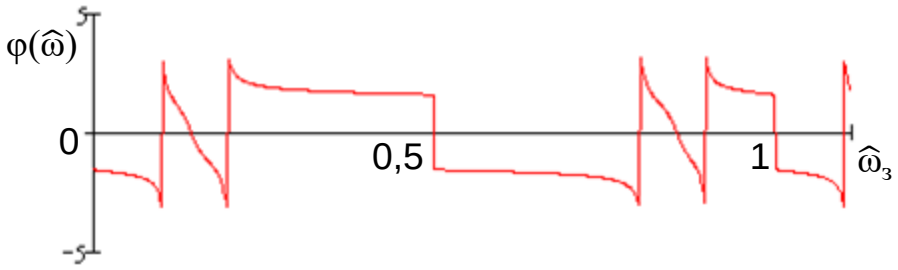


Рис. А.41 – ФЧХ фильтра Чебышева

Для получения импульсной характеристики цифрового фильтра необходимо произвести обратное *Z*-преобразование системной функции фильтра.

$$g_n = Z^{-}[K(z)].$$

Дискретная импульсная характеристика фильтра приведена на рисунке А.42.

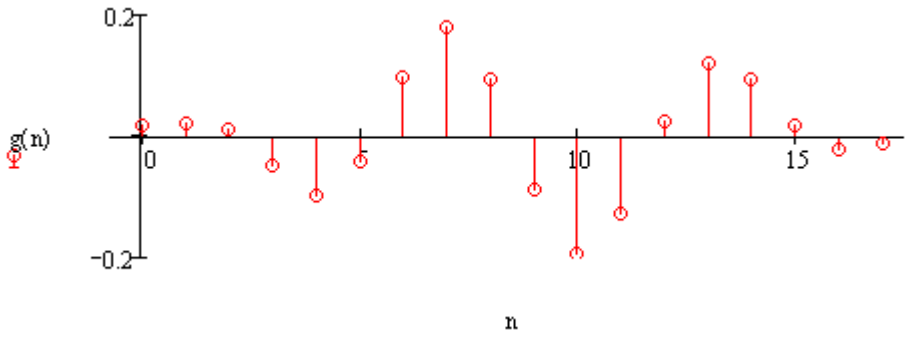


Рис. А.42 – Отсчёты импульсной характеристики фильтра

А.10 Проверка результатов расчётов с помощью компьютерной системы визуализации результатов моделирования цифровых фильтров

Проверку расчётов выполним с помощью компьютерной системы визуализации результатов моделирования рекурсивных и трансверсальных цифровых фильтров различного назначения. Частотные и временные характеристики синтезированного полосового фильтра представлены на рисунке А.43.

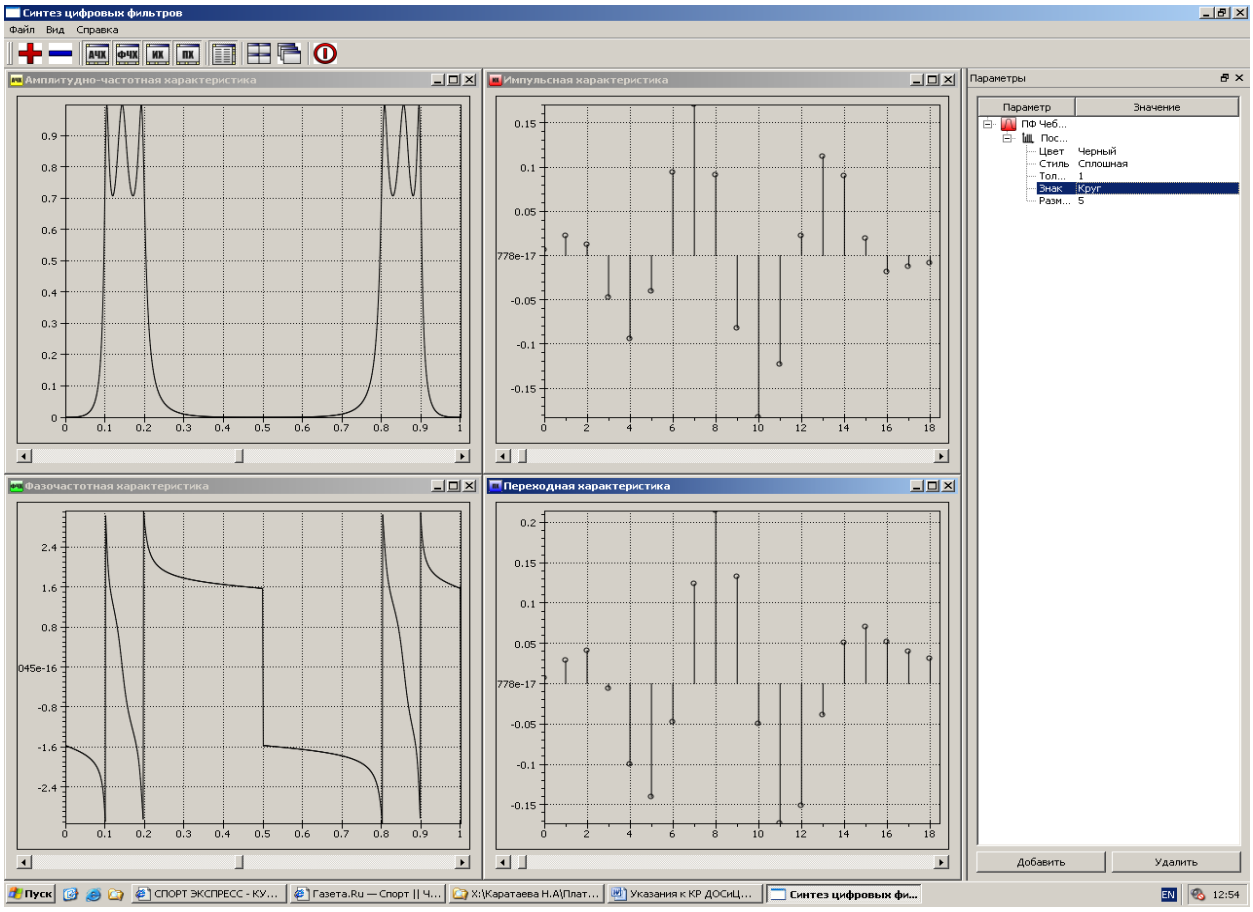


Рис. А.43 – Рабочее окно компьютерной системы визуализации результатов моделирования цифровых фильтров, иллюстрирующее частотные и временные характеристики рассчитанного полосового фильтра