

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

Кафедра технологий электронного обучения (ТЭО)

И. Л. Артёмов

ИНФОРМАТИКА III

**Методические указания
по выполнению лабораторных работ**

Томск 2018

Корректор: А. Н. Миронова

Артёмов И. Л.

Информатика III : методические указания по выполнению лабораторных работ / И. Л. Артёмов. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2018. – 48 с.

© Артёмов И. Л., 2018

© Оформление.

ФДО, ТУСУР, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	6
Задание № 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса	6
Задание № 2. Численное интегрирование методами центральных прямоугольников, трапеций и Симпсона	14
2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	22
Задание № 1. Численное решение задачи Коши	22
Задание № 2. Решение нелинейного уравнения	34
ЛИТЕРАТУРА	40
ПРИЛОЖЕНИЕ А	41

ВВЕДЕНИЕ

В рамках курса «Информатика III» необходимо выполнить две лабораторные работы. Каждая лабораторная работа состоит из двух заданий, для которых требуется написать вычислительные программы, реализующие соответствующие заданию методы.

Целью лабораторных работ является приобретение практических навыков в использовании алгоритмов решения задач вычислительного характера и умении использовать ранее написанный код в составлении собственных программ. Основными задачами являются написание вычислительных программ, их отладка и получение численных результатов. Полученный опыт выполнения лабораторных работ окажется полезен при изучении инженерных дисциплин, связанных с электротехникой, радиоэлектроникой, теорией автоматического управления и методов оптимизации.

В приложении А приводятся примеры программ, позволяющие дать представление о том, как записывать рассматриваемые алгоритмы на языке Си.

Выбор алгоритма решения задачи (численного метода) определяется выбранным вариантом. Выбор варианта лабораторных работ осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \times K) \operatorname{div} 100,$$

где V – искомый номер варианта,

N – общее количество вариантов,

div – целочисленное деление,

при $V = 0$ выбирается максимальный вариант,

K – код варианта.

Результатом выполнения лабораторной работы является отчет, выполненный в программе Word, в формате *.doc, *.docx, *.rtf, который должен содержать описание реализуемого метода, текст исходного кода программы и результаты работы. Наряду с отчетом на проверку необходимо

представить файл, содержащий исходный текст программ на языке Си в формате *.c.

Для выполнения лабораторных работ используется язык программирования Си, среда разработки Bloodshed Dev-C++, данное ПО Вы можете скачать по ссылке <http://www.bloodshed.net/devcpp.html>.

1 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Целью лабораторной работы является приобретение практических навыков в использовании алгоритмов для создания вычислительных программ решения систем линейных алгебраических уравнений и численного интегрирования. В рамках лабораторной работы необходимо выполнить два задания:

Задание № 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Задание № 2. Численное интегрирование методами центральных прямоугольников, трапеций и Симпсона.

При выполнении лабораторной работы рекомендуется использовать параграфы 3.1.1 «Метод Гаусса» и 3.3 «Численное интегрирование» учебного пособия, а также тексты программ, представленные в приложении А.

Задание № 1. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases} -2x + 5y - z + 3p + 5q = 15; \\ 5x - 2y + 2z + 5p + 2q = 52; \\ -x + 4z - 2p + 2q = -9; \\ -x + 3y + 2z + p + q = -5; \\ 2x + 6y + z - p + 2q = -10. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} x + 5y + 4q = 3; \\ 4x - y + 3z - 2q = 3; \\ -x + 3y + 3z - 2p - 3q = -10; \\ -2y - 2z + 4p + 3q = 2; \\ 3x - 2y - 3z + p + 4q = 17. \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} -x + y + z + 2p + q = 12; \\ 5x + 3y - 3z + 5p = 32; \\ -3x + y - 3z + 5p + q = -12; \\ 3x + 5y + 2z + 4p + 2q = 61; \\ 2x + 3y - 3z + 4q = 23. \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} -x + 4y + 5z + 3p + 3q = 9; \\ -x + 4y + 3z - 2p + 5q = 4; \\ y - z + 6p + 3q = 30; \\ -x - y + 5z - q = -17; \\ -x + 6y - 3z - 2p - 3q = -6. \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x - 3y - z + 5p - 2q = -22; \\ 3x + 5y + 3p + 4q = 14; \\ 5x + 5y + z + q = 9; \\ -3x + 4y - 2z + 3p - 2q = 11; \\ -3x - 3y + 3z + 5p + q = -23. \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} x + 2p + 6q = 41; \\ -2x + 3y + 4z + 3p + 3q = 32; \\ 2x + 2y - z + p + 3q = 29; \\ 3x + 4y + 6z + 3p + 2q = 48; \\ 2x + y + 5z - p + 4q = 42. \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} 2x - y + 3p + q = 22; \\ 3x + y + 4z - 3p = 13; \\ 4x + 5y + 3z + 4p + 6q = 61; \\ 5y + z + 5p - 3q = 52; \\ 5x - 2y - 2z - 2p + 2q = -8. \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} 2y + 6z - 2q = 12; \\ -3x + 4y - 3z + p + q = -14; \\ 4x + 2y + 5z + 5p + q = -5; \\ 4x - y + 4z + 2p + 2q = 9; \\ 3x + 4y + 5z + 4p + q = -6. \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 4y + 6z + 5q = 20; \\ -2x - 2y + 4p + 4q = -10; \\ 5x - y - z + 5p + 5q = 34; \\ -3x - y + z + 5p + 2q = -2; \\ 2x + 6y + 5z - 2p = 37. \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 5y - 3z + p - q = -12; \\ -2x + 2y + 4z - p + 4q = 10; \\ 2x + 5y + 2z + 5p - q = 37; \\ -3y + z - q = 2; \\ -2x + 5y - z + 2p + q = -2. \end{cases}$$

Вариант 11

$$\begin{cases} 4x - 2y - 3z + 4p + 5q = -15; \\ 4x + 3y + 3z + 2p - q = 36; \\ 3x - y + z + q = 2; \\ x - 3y + 2z + p = -1; \\ -3x + 5y + 3z + 2p + 2q = 49. \end{cases}$$

Вариант 12

$$\begin{cases} x + 5y + 4z + 2p = 24; \\ 5x + 5z - p + 5q = -1; \\ -3x - 2y - z - 2p + q = -28; \\ -3x + 2z + p + 2q = -24; \\ x + 6y + 5z + 4p + 5q = 14. \end{cases}$$

Вариант 13

$$\begin{cases} x - 2y - z + 4p + 3q = 20; \\ 4x + 5y + z - 2p = 23; \\ x + 4z - 2p = 17; \\ -2x - 2y - z - p = -13; \\ 3x + 5y - 2z + 2p + 5q = 39. \end{cases}$$

Вариант 14

$$\begin{cases} 2x - 2y + 2z + q = -12; \\ 6x + 6y + 2z + 5p = 24; \\ 2x + 5p + 4q = -2; \\ 3x + 4y + 3z + q = 11; \\ 5x + 2y + 2z + 3p + 4q = -2. \end{cases}$$

Вариант 15

$$\begin{cases} 7x + 6y + 7z + q = 81; \\ x - y + 4z + 4p - 2q = 16; \\ 3x + y + 5z + 6p + 3q = 58; \\ 5x + 3y + 2z - p - 2q = 18; \\ 6z - 2p - q = 28. \end{cases}$$

Вариант 16

$$\begin{cases} 6x - 3y - 3z + p + 2q = -4; \\ x + 3y - 3z + p = 8; \\ 5x - y + z + p + q = -3; \\ 2x + 6z + p + 4q = -16; \\ -2x - 2y + z + 3q = -12. \end{cases}$$

Вариант 17

$$\begin{cases} 3y - 3z - p + 2q = 7; \\ 5x + y + 4z + p + 4q = -14; \\ 2x + 4y + 2z - 2p + q = 0; \\ 2x + 4y - z + p + 3q = 11; \\ -2x - 2y + 3z + p + 6q = -15. \end{cases}$$

Вариант 18

$$\begin{cases} 4x + 3z + 3p - 2q = 5; \\ 5x + 2y + z + 6p + 2q = 32; \\ x + 5y + z + 6p + 4q = 36; \\ -x + 5y + 2z - 3p + 2q = -15; \\ 2x + 5y + 3z + 5p - 2q = 15. \end{cases}$$

Вариант 19

$$\begin{cases} -x - 3y + 4z - p + 2q = 14; \\ -2x + 4y + 2z + p + 3q = 25; \\ x + 2y + 3z + 2p + 3q = 32; \\ -x - y + z - 2p - 2q = -8; \\ 5x + 5y - z + p + 3q = 19. \end{cases}$$

Вариант 20

$$\begin{cases} -x + 2y - z + 2p + 2q = 10; \\ x + 4y + 3z + 4p + 2q = 24; \\ 5x + 4y + 3z = 40; \\ -2x + 5y - 2z - 2p + 3q = 33; \\ 2x + y + z - 2p + 4q = 33. \end{cases}$$

Вариант 21

$$\begin{cases} 2x - 2y + 3z - 2p - q = -10; \\ 5x + 3y + z + p + 2q = 32; \\ 3x + 2y - 3z - 2p + 5q = 19; \\ 4x + 2z + 6p - q = 33; \\ -2x + 6y - 3z - 2p - 2q = 13. \end{cases}$$

Вариант 22

$$\begin{cases} -x + 4p + 2q = 4; \\ 4x - 2y + z - 2p - 2q = -23; \\ 2x + 2y + 4p = 6; \\ 5x + 4y - p - q = 9; \\ 2x - 3y + 2z - 2p + 5q = -20. \end{cases}$$

Вариант 23

$$\begin{cases} 6x + 2y + 3z - p + 2q = 4; \\ x + 2y + 3z + p - 3q = 14; \\ 2x + 2y - z - 3p - 2q = 12; \\ 5x + 4y + 3z + 2p - 2q = 21; \\ 4x - 3y + 3z - 2p + 6q = -28. \end{cases}$$

Вариант 24

$$\begin{cases} -x + 4p + 2q = 4; \\ 4x - 2y + z - 2p - 2q = -23; \\ 2x + 2y + 4p = 6; \\ 5x + 4y - p - q = 9; \\ 2x - 3y + 2z - 2p + 5q = -20. \end{cases}$$

Вариант 25

$$\begin{cases} x + y + 2z + 6q + p = -19; \\ -x + 2y + 3z - 3p - q = 4; \\ 5x + 4y + z + 5p = -32; \\ 4y + 4z - p + 3q = -16; \\ -2y - z + 3p + 3q = -6. \end{cases}$$

Вариант 26

$$\begin{cases} 4x + 3y + 3z - 2p - 3q = 16; \\ x + 4y + 3z - 3q = 12; \\ -x - z + p + q = -1; \\ 2x + y + 5z + 3p - 3q = 35; \\ 5x - 3z + p - 3q = 15. \end{cases}$$

Вариант 27

$$\begin{cases} -x + 4p + 2q = 4; \\ 4x - 2y + z - 2p - 2q = -23; \\ 2x + 2y + 4p = 6; \\ 5x + 4y - p - q = 9; \\ 2x - 3y + 2z - 2p + 5q = -20. \end{cases}$$

Вариант 28

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z + 3p - 3q = 10; \\ 4y + 5z + 4p + 5q = 28; \\ 2x + 4y - z + 4p + 5q = 46; \\ 3x + 3y - z + 4p + 3q = 39; \\ -2x + 5y + p - q = -3. \end{cases}$$

Вариант 29

$$\begin{cases} -y - z + 6p - 3q = 32; \\ -2x - 3y + 3z + p - 2q = -4; \\ 3x + 3y + 2z - 3p - q = -13; \\ 5x - 2y + 3z + 5p = 9; \\ 3x + 4y + 5z + 5p + q = 7. \end{cases}$$

Вариант 30

$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z - 3p + 3q = -6; \\ 5x + y - z + 3p - 3q = -1; \\ -2x + 2y + z = 7; \\ 2x + 6y - 2z + 3p + 4q = 50; \\ 3x + 3y + 2z + 2p - q = 20. \end{cases}$$

Задание № 2. Численное интегрирование методами центральных прямоугольников, трапеций и Симпсона

Вариант 1

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \sin^2 x, \quad a = 0, \quad b = 6.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 2

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = e^{x/3} + \sqrt{x}, \quad a = 2, \quad b = 7.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 3

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \sqrt{x} + \cos x, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 4

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = x^2 - \ln x + 3, \quad a = 1, \quad b = 4.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 5

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + \sin x + 3}, \quad a = -2, \quad b = 4.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 6

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + e^x}, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 7

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \sin \sqrt{x} + 2, \quad a = 1, \quad b = 6.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 8

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \frac{\cos^2 x}{1 + \sqrt{x^3}} + \frac{1}{2}, \quad a = 1, \quad b = 3.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 9

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \cos x + 2 \sin^2 x + 3, \quad a = -5, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 10

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \log_3 x + x^2, \quad a = 2, \quad b = 4.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 11

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 2} \cdot \sin x, \quad a = -2, \quad b = 2.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 12

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \sqrt{x^2} \cdot \cos x, \quad a = -3, \quad b = 3.$$

Число разбиений $n = 15; 20; 150; 650$.

Вариант 13

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = x \sin 5x + 2x, \quad a = 1, \quad b = 6.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 14

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = e^x + \frac{\ln x}{x^2 + 1}, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 15

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = \cos 2x + \cos^2 x + 4, \quad a = -2, \quad b = 3.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 16

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = \sin x^2 + \cos x^2, \quad a = -0.5, \quad b = 1.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 17

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = \sin^x x, \quad a = -5, \quad b = -4.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 18

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом Симпсона.

$$f(x) = \operatorname{tg} x + \cos x, \quad a = -0.4, \quad b = 1.2.$$

Число разбиений $n = 10; 20; 60; 100$.

Вариант 19

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \operatorname{ctg} x + 2 \sin x, \quad a = 1.2, \quad b = 2.5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 20

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = e^{\sin x}, \quad a = -5, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 21

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \frac{x^2 + \ln x}{x^2 + 2}, \quad a = 1, \quad b = 6.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 22

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \sin \ln \left(\frac{x}{x^2 + 3} \right), \quad a = 1, \quad b = 6.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 23

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = x^2 + 2 \sin \sqrt{x}, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 24

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом трапеций.

$$f(x) = \cos^2 \sqrt{x} + x, \quad a = 2, \quad b = 9.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 25

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \frac{x}{\sin x + x^2 + 1}, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 26

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = 2 + x + x \cos x, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 27

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} \cdot \operatorname{arctg} x + 1, \quad a = -2, \quad b = 2.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 28

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = 2 \sin^2 x + \ln x, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 29

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = 3\sin\left(\frac{x}{3}\right) + \cos^2 x, \quad a = 1, \quad b = 5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

Вариант 30

Вычислить определенный интеграл от функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$ методом прямоугольников.

$$f(x) = (1 + x \cos x)^2, \quad a = -6, \quad b = -5.$$

Число разбиений $n = 10; 40; 160; 640$.

2 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Целью лабораторной работы является приобретение практических навыков в использовании алгоритмов для создания вычислительных программ решения задачи Коши и решения нелинейных алгебраических уравнений. В рамках лабораторной работы необходимо выполнить два задания:

Задание № 1. Численное решение задачи Коши.

Задание № 2. Решение нелинейного уравнения.

При выполнении лабораторной работы рекомендуется использовать параграфы 3.4 «Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений» и 3.5 «Решение нелинейных уравнений» учебного пособия, а также тексты программ, представленные в приложении А.

Задание № 1. Численное решение задачи Коши

Вариант 1

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{y}{x} + x^2, \quad y(a) = 0, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{x^3}{2} - \frac{x}{2}.$$

Вариант 2

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = y \cdot \operatorname{ctg} x + 2x \cdot \sin x, \quad y(a) = 0, \quad a = \frac{\pi}{2}, \quad b = \frac{2\pi}{3}.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \left(x^2 - \frac{\pi^2}{4} \right) \cdot \sin x.$$

Вариант 3

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{\sin 2x}{2} - y \cdot \cos x, \quad y(a) = 0, \quad a = 0, \quad b = 3.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \sin x - 1 + e^{-\sin x}.$$

Вариант 4

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \cos^2 x - y \cdot \operatorname{tg} x, \quad y(a) = 0.5, \quad a = \frac{\pi}{4}, \quad b = \frac{\pi}{3}.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{\sin 2x}{2}.$$

Вариант 5

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{y}{x+2} + x^2 + 2x, \quad y(a) = 1.5, \quad a = -1, \quad b = 1.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{(x^2 + 2)(x + 2)}{2}.$$

Вариант 6

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{y}{x+1} + e^x \cdot (x+1), \quad y(a)=1, \quad a=0, \quad b=3.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = (x+1) \cdot e^x.$$

Вариант 7

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{y}{x} + x \cdot \sin x, \quad y(a)=1, \quad a = \frac{\pi}{2}, \quad b = \pi.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = x \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \cos x \right).$$

Вариант 8

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \sin x - \frac{y}{x}, \quad y(a) = \frac{1}{\pi}, \quad a = \pi, \quad b = 2\pi.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{\sin x - x \cos x + 1 - \pi}{x}.$$

Вариант 9

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = x^2 - \frac{y}{2x}, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{2}{7}x^3 + \frac{5}{7\sqrt{x}}.$$

Вариант 10

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{2x^2}{1+x^2} - \frac{2xy}{1+x^2}, \quad y(a) = \frac{2}{3}, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right).$$

Вариант 11

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{2x-5}{x^2} \cdot y + 5, \quad y(a) = 4, \quad a = 2, \quad b = 4.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = x^2.$$

Вариант 12

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{x+1}{x} \cdot e^x - \frac{y}{x}, \quad y(a) = e, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = e^x.$$

Вариант 13

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{2 \ln x}{x}, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = 2(\ln x + 1) - x.$$

Вариант 14

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{12}{x^3}, \quad y(a) = 4, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{4}{x^2}.$$

Вариант 15

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = x^3 - \frac{2y}{x}, \quad y(a) = -\frac{5}{6}, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{x^4}{6} - \frac{1}{x^2}.$$

Вариант 16

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = 3x - \frac{y}{x}, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = x^2.$$

Вариант 17

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{2xy}{1+x^2} + 1 + x^2, \quad y(a) = 3, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = (x^2 + 1) \cdot (x + 0.5).$$

Вариант 18

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{2x-1}{x^2} \cdot y - 1, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = x^2 \left(2e^{\frac{1}{x}-1} - 1 \right).$$

Вариант 19

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{2}{x^3} - \frac{3y}{x}, \quad y(1) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}.$$

Вариант 20

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = -2xy - 2x^3, \quad y(a) = \frac{1}{e}, \quad a = 1, \quad b = 3.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = 1 - x^2 + e^{-x^2}.$$

Вариант 21

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{x}{2} - \frac{x \cdot y}{2(1 - x^2)}, \quad y(a) = \frac{2}{3}, \quad a = 0, \quad b = 0.5.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 1) + \sqrt[4]{1 - x^2}.$$

Вариант 22

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = -x^3 - x \cdot y, \quad y(a) = 3, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = 2 - x^2 + e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Вариант 23

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{2y}{x+1} + e^x \cdot (x+1)^2, \quad y(a) = 1, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = (x+1)^2 \cdot e^x.$$

Вариант 24

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = x \cdot e^{-x^2} \cdot \sin x - 2xy, \quad y(a) = 1, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = e^{-x^2} \cdot (\sin x - x \cos x + 1).$$

Вариант 25

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = y \cdot \cos x - \sin 2x, \quad y(a) = 3, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = 2 \cdot (\sin x + 1) + e^{\sin x}.$$

Вариант 26

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = 4xy - 4x^3, \quad y(a) = -0.5, \quad a = 0, \quad b = 1.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = x^2 + \frac{1}{2} - e^{2x^2}.$$

Вариант 27

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{\ln x}{x}, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \ln x + 1.$$

Вариант 28

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = 3x^2y + \frac{x^2(1+x^3)}{3}, \quad y(a) = 0, \quad a = 0, \quad b = 1.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{2e^{x^3} - x^3 - 2}{9}.$$

Вариант 29

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Эйлера:

$$y' = y \cos x + \sin 2x, \quad y(a) = -1, \quad a = 0, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = -2 \cdot (\sin x + 1) + e^{\sin x}.$$

Вариант 30

Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ на промежутке $[a, b]$ методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности:

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{2}{x^2}, \quad y(a) = 1, \quad a = 1, \quad b = 2.$$

Точное решение задачи:

$$y(x) = \frac{1}{x}.$$

Задание № 2. Решение нелинейного уравнения**Вариант 1**

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = x/3 + \sin 2x + \ln x, \quad x \in [0, 2].$$

Вариант 2

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sin x - 3/2, \quad x \in [0.3, 1.2].$$

Вариант 3

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \cos x - x^2 + 2, \quad x \in [-3, -0.5].$$

Вариант 4

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \ln(x+3) + \sin(x+1), \quad x \in [-2, -1].$$

Вариант 5

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \sqrt{x} - x + \sin 2x, \quad x \in [1.2, 2].$$

Вариант 6

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = 2 + 3x + \cos^2 x, \quad x \in [-1.7, -0.6].$$

Вариант 7

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \sqrt{x} - \sin(x/2) - 1, \quad x \in [2, 4].$$

Вариант 8

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \cos^3 3x + \sqrt{2x} - 2, \quad x \in [0.8, 2].$$

Вариант 9

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = x \cos(3\sqrt{x}), \quad x \in [1.5, 3].$$

Вариант 10

Найти решение нелинейного уравнения методом половинного деления:

$$f(x) = \sin\left(\frac{x + x^2}{2}\right) + \ln x - 1, \quad x \in [1.5, 2.5].$$

Вариант 11

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \cos x + \ln x^2 - x/2, \quad x \in [3, 4].$$

Вариант 12

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = x + \sqrt{x} + \cos 2x - 3, \quad x \in [1.5, 2.5].$$

Вариант 13

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \sin(2x + 2) + 2x - \sqrt{x^3}, \quad x \in [3, 4].$$

Вариант 14

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \cos \frac{5 + \ln x}{0.2}, \quad x \in [2, 3].$$

Вариант 15

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \sin \frac{x + \sqrt{x}}{2}, \quad x \in [3, 5].$$

Вариант 16

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \operatorname{arctg} x + x^2 - 7, \quad x \in [1.9, 2.8].$$

Вариант 17

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \sqrt{x} + \ln x + \sin 4x - 2, \quad x \in [2.2, 2.8].$$

Вариант 18

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = \ln(x - \sin x), \quad x \in [1.3, 2.2].$$

Вариант 19

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = x + \cos 4x + \sqrt{x} - 3, \quad x \in [1.2, 1.6].$$

Вариант 20

Найти решение нелинейного уравнения методом Ньютона:

$$f(x) = 2 \sin(x-1) \cdot \ln x, \quad x \in [3.4, 4.6].$$

Вариант 21

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \cos(x^2 + 1) + \frac{x}{2} - 2, \quad x \in [3, 3.4].$$

Вариант 22

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \ln(x + 1) + \sin 2x - 1, \quad x \in [2.8, 3.4].$$

Вариант 23

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \cos(x^2 - 1) - \sqrt{x^3} + 5, \quad x \in [2.8, 3.4].$$

Вариант 24

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \ln(x + 5) + x^2 - 20, \quad x \in [3.2, 5].$$

Вариант 25

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = 2x - \ln(x + 2) + x^3 - 100, \quad x \in [4, 5].$$

Вариант 26

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sin(x + 2) - 2, \quad x \in [3.4, 4.6].$$

Вариант 27

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = x^2 + \sin(3\sqrt{x}) - 11, \quad x \in [2.8, 4].$$

Вариант 28

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \ln^2 x + \cos(x^2 + x/3), \quad x \in [1.6, 2].$$

Вариант 29

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \sqrt{x} - 3x + \sin x + 3, \quad x \in [1.6, 2.8].$$

Вариант 30

Найти решение нелинейного уравнения методом секущих:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sin x^2 - 2, \quad x \in [2.8, 3.4].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гулин А. В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях / А. В. Гулин, О. С. Мажорова, В. А. Морозова. – М. : АРГАМАК-МЕДИА, 2014.
2. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2011.
3. Самарский А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. – СПб. : Лань, 2009.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

```

/*
Метод центральных прямоугольников для вычисления
определенного интеграла.
a, b - границы интервала интегрирования,
n - число разбиений,
s - результат,
f - подынтегральная функция.
*/

float rect(float a, float b, int n)
{
    float h, x, s; // h шаг интегрирования
                    // x текущее значение
                    // переменной интегрирования
                    // s результат

    int i;
    s=0.0;
    h=(b-a)/n; // определение шага интегрирования
    x=a+h/2;
    for (i=1; i<=n; i++)
    {
        s=s+f(x);
        x=x+h;
    }
    return s*h;
}

/*
Метод трапеций для вычисления определенного интеграла.
a, b - границы интервала интегрирования,
n - число разбиений,
s - результат,
f - подынтегральная функция
*/

float trap(float a, float b, int n)
{
    float h, x, s; // h шаг интегрирования,
                    // x текущее значение
                    // переменной интегрирования

```

```

int i;

s=(f(a)+f(b))/2;
h=(b-a)/n; // определение шага интегрирования
x=a+h;
for (i=1; i<=n-1; i++)
{
    s=s+f(x);
    x=x+h;
}
return s*h;
}

/*
Метод Симпсона для вычисления определенного интеграла.
a, b - границы интервала интегрирования,
n - число разбиений,
s - результат,
f - подынтегральная функция.
*/

float simpson(float a, float b, int n)
{
    float h, h2, x, s ; // h шаг интегрирования,
                        // h2 полушаг интегрирования,
                        // x текущее значение
                        // переменной интегрирования

    int i;

    h=(b-a)/n; // определение шага интегрирования
    h2=h/2; x=a;

    s=(f(a)+f(b))/2+2*f(a + h2);
    for(i=1; i<=n-1; i++)
    {
        x=x+h;
        s=s+f(x)+f(x+h2);
    }
    return s*h/3;
}

/*

```

Метод Эйлера для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $y' = f(x, y)$.

n - число точек численного решения,

x - независимая переменная,

y - искомое решение,

f - правая часть,

a - начало интервала,

b - конец интервала,

h - шаг интегрирования.

*/

```
#include <math.h>
```

```
#include <conio.h>
```

```
#define n 100
```

```
float f(float, float);
```

```
float ya(float);
```

```
int main (void)
```

```
{
```

```
    float a, b, h, x, y[n];
```

```
    int k;
```

```
    a=0; b=1; h=(b-a)/(n-1);
```

```
    y[0]=1; // начальное условие
```

```
    for (k=1; k<n; k++) // метод Эйлера
```

```
    {
```

```
        x=k*h;
```

```
        y[k]=y[k-1]+h*f(x,y[k-1]);
```

```
    }
```

```
    // сравнение с аналитическим решением
```

```
    for (k=0; k<n; k++)
```

```
    {
```

```
        x=k*h;
```

```
        printf("numerical = %5.2f \t\t
```

```
               analytical = %5.2f\n", y[k], ya(x));
```

```
    }
```

```
    getch();
```

```
}
```

```
float f(float x, float y) // правая часть
```

```
{
```

```
    return 2*(x*x+y);
```

```

}

float ya(float x)          // аналитическое решение
{
    return 1.5*exp(2*x)-x*x-x-0.5;
}

/*
Метод Рунге - Кутты для обыкновенного дифференциального
уравнения первого порядка  $y' = f(x, y)$ .
n - число точек численного решения,
x - независимая переменная,
y - искомое решение,
f - правая часть,
a - начало интервала,
b - конец интервала,
h - шаг интегрирования.
*/
#include <math.h>
#include <conio.h>
#define n 100

float f(float, float);
float ya(float);

int main (void)
{
    float a, b, h, x, y[n];
    float m1,m2,m3,m4; // дополнительные переменные
    int k;

    a=0; b=1; h=(b-a)/(n-1);
    y[0]=1;           // начальное условие
    for (k=0; k<n-1; k++) // метод Рунге - Кутты
    {
        x=a+k*h;
        m1=h*f(x,y[k]);
        m2=h*f(x+h/2,y[k]+m1/2);
        m3=h*f(x+h/2,y[k]+m2/2);
        m4=h*f(x+h,y[k]+m3);
        y[k+1]=y[k]+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
    }
}

```

```

// сравнение с аналитическим решением
for (k=0; k<n; k++)
{
    x=k*h;
    printf("numerical = %5.2f \t\t\t", y[k], ya(x));
    printf("analytical = %5.2f\n", ya(x));
}
getch();
}

float f(float x, float y) // правая часть
{
    return 2*(x*x+y);
}

float ya(float x) // аналитическое решение
{
    return 1.5*exp(2*x)-x*x-x-0.5;
}

/*
Метод половинного деления для решения
нелинейного уравнения f(x) = 0.
a и b - нижняя и верхняя границы промежутка,
на котором ищется решение
(знаки величин f(a) и f(b) должны быть различны),
e и e1 - оценка точности получаемого решения,
итерационный процесс прекращается при сближении
a и b меньше, чем e, или приближении f(x)
к нулю меньше, чем на e1, x - искомый корень.
*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>
float bisec(float a, float b, float e, float e1);
float f( float x);
int sign(float x);
int main(void)
{
    printf("x = %f",bisec(2.0, 5.0, 0.0001, 0.0001));
    getch();
}

```

```
float f( float x)
{
    return x-sin(x/2)-3;
}
```

```
int sign(float x)
{
    int res;
    res=0;
    if (x<0) res=-1;
    if (x>0) res= 1;
    return res;
}
```

```
float bisec(float a, float b, float e, float e1)
{
    float x;
    while (b-a>e)
    {
        x=(a+b)/2;
        if (fabs(f(x))<e1) break;
        if (sign(f(a))==sign(f(x))) a=x;
        else b=x;
    }
    return x;
}
```

```
/*
    Метод Ньютона
    для решения нелинейного уравнения  $f(x) = 0$ .
    а - начальное приближение,
    е - оценка точности получаемого решения, итерационный
    процесс прекращается при приближении  $f(x)$  к нулю
    меньше, чем на е,
    х - искомый корень,  $g(x) = f(x) / f'(x)$ .
*/
```

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
float newton(float x, float e);
```

```

float g( float x);
int main(void)
{
    printf("x = %f", newton(2.0, 0.00001));
    getch();
}

float g( float x)
{
    return (x-sin(x/2)-3)/(1-0.5*cos(0.5*x));
}

float newton(float x, float e)
{
    float g1;
    do
    {
        g1 = g(x);
        x = x-g1;
    } while (fabs(g1) > e);
    return x;
}

/*
    Метод секущих
    для решения нелинейного уравнения  $f(x) = 0$ .
    x, x0 - два начальных приближения, e - оценка точности
    получаемого решения, итерационный процесс прекращается
    при приближении  $f(x)$  к нулю меньше, чем на e,
    x - искомый корень.
*/

#include <stdio.h>
#include <math.h>
float secant(float x0, float x, float e);
float f( float x);
int main(void)
{
    printf("x = %f", secant(1.0, 2.0, 0.00001));
    getch();
}

```

```
float f( float x)
{
    return (x-sin(x/2)-3);
}

float secant(float x0, float x, float e)
{
    float d, y, r;
    r=x-x0;
    d=f(x0);
    do
    {
        y=f(x);
        r=r/(d-y)*y;
        d=y;
        x=x+r;
    }
    while (fabs(r)>e);
    return x;
}
```